

PFA

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 22.03.2018.

Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA da 9 crediti svolgano gli esercizi 1, 2, 4.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA da 6 crediti svolgano gli esercizi 1, 2, 3. Indicare sullo svolgimento, oltre a nome, cognome e numero di matricola, i seguenti codici:

E9 se si sostiene la prova da 9 crediti; **E6** se si sostiene la prova da 6 crediti.

ESERCIZIO 1 (10 punti)

Un dado viene lanciato 3 volte. Qual è la probabilità p di ottenere 6 almeno una volta? Quante volte deve essere lanciato il dado perché la probabilità di ottenere 6 almeno una volta sia maggiore o uguale al 90 %?

ESERCIZIO 2 (10 punti)

Sia $X \sim \text{Exp}(1)$ una variabile aleatoria esponenziale, e sia $Y = g(X)$ una variabile aleatoria ottenuta da X mediante la seguente trasformazione ($a > 1$):

$$g(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ e^{-x}, & 0 \leq x < \ln(a); \\ 1/a, & x \geq \ln(a). \end{cases}$$

- Determinare il valore di a in modo che la media di Y sia pari a $E(Y) = 5/8$.
- Utilizzando il valore di a ottenuto al punto (a), calcolare valor quadratico medio e varianza di Y .

N.B. Esprimere tutti i risultati (intermedi e finali) in forma frazionaria.

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Siano X e Y due variabili aleatorie congiuntamente Gaussiane con $\mu_X = \mu_Y = 0$, $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = 1$ e $\rho_{XY} = 1/2$.

- Calcolare $P(\{X > Y\})$.
- Calcolare $P(\{X > Y + 1/2\})$.

ESERCIZIO 4 (10 punti)

Siano $x(t)$ e $n(t)$ due segnali aleatori SSL indipendenti con media μ_x e μ_n , rispettivamente, e funzione di autocorrelazione statistica $r_x(\tau)$ e $r_n(\tau)$. Il segnale $x(t)$ è posto in ingresso al sistema LTI il cui legame i-u è il seguente:

$$z(t) = x(t) - x(t - T).$$

Calcolare la caratterizzazione sintetica del segnale $y(t) = z(t) + n(t)$.