

PFA

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 19.02.2018.
Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA da 9 crediti svolgano gli esercizi 1, 2, 4.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA da 6 crediti svolgano gli esercizi 1, 2, 3. Indicare sullo svolgimento, oltre a nome, cognome e numero di matricola, i seguenti codici:

E9 se si sostiene la prova da 9 crediti; **E6** se si sostiene la prova da 6 crediti.

ESERCIZIO 1 (10 punti)

Dieci urne contengono tutte 4 palline rosse (R) ed un numero variabile di palline bianche (B): più precisamente, l'urna i -esima contiene 4 palline R ed i palline B (con $i = 1, \dots, 10$). Un'urna viene scelta a caso e da essa vengono estratte due palline.

- Qual è la probabilità che la prima pallina estratta sia B e la seconda R?
- Supponiamo adesso che sia stata estratta prima una pallina B e poi una R. Qual è la probabilità che l'urna prescelta sia la i -esima?
- Ed in questo ultimo caso, qual è l'urna più probabile?

ESERCIZIO 2 (10 punti)

Sia X una variabile aleatoria Gaussiana con media nulla e varianza unitaria. Si sottoponga X alla seguente trasformazione:

$$g(x) = \begin{cases} -2, & x \leq -2; \\ x, & -2 < x \leq 0; \\ x^2, & x > 0. \end{cases}$$

- Si determini la pdf $f_Y(y)$ della variabile aleatoria $Y = g(X)$;
- si verifichi che la funzione $f_Y(y)$ precedentemente calcolata è una valida pdf.

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Siano X e Y due variabili aleatorie statisticamente indipendenti, con X uniforme in $[0, 1]$ e Y esponenziale di parametro $\lambda = 1$. Calcolare $P(X \geq Y)$.

ESERCIZIO 4 (10 punti)

Sia $x(t)$ un segnale aleatorio gaussiano SSL con media $\mu_x = 4$ e funzione di autocorrelazione $r_x(\tau) = 9e^{-2|\tau|} + 16$.

- Determinare la pdf del primo ordine $f_x(x; t)$ del segnale aleatorio.
- Determinare il vettore $\mu_{\mathbf{X}}$ delle medie e la matrice di covarianza $\mathbf{C}_{\mathbf{X}}$ di una coppia di campioni $x(t_1)$ e $x(t_2)$ del processo.
- Sulla base del risultato del punto (c), determinare la pdf del secondo ordine $f_x(x_1, x_2; t_1, t_2)$ del segnale aleatorio.