

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 10.7.2017.
Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di PFA svolgano gli esercizi 1, 2, 4.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA da 6 crediti svolgano gli esercizi 1, 2, 3. Indicare sullo svolgimento, oltre a nome, cognome e numero di matricola, i seguenti codici:

E9 se si sostiene la prova da 9 crediti; **E6** se si sostiene la prova da 6 crediti.

ESERCIZIO 1 (10 punti)

Un concorso prevede una fase di screening basata su 4 domande a risposta multipla. I candidati preparati (A), che sono il 20% del totale, danno risposta corretta ad un quesito con probabilità $p_A = 3/4$, indipendentemente per ogni quesito. Quelli non preparati (B), che sono il restante 80%, danno invece risposta corretta con probabilità $p_B = 1/4$, sempre indipendentemente per ogni quesito. La fase di screening si supera dando almeno 3 risposte corrette. Determinare la probabilità che

- (a) un candidato preparato superi lo screening;
- (b) un candidato che supera lo screening non sia preparato;
- (c) per un candidato lo screening dia la valutazione errata.

ESERCIZIO 2 (10 punti)

Sia (X, Y) una coppia di variabili aleatorie aventi la seguente pdf

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} kxy, & (x, y) \in D; \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tali che } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x\}$.

- a) Determinare il valore della costante k .
- b) Utilizzando il valore di k precedentemente calcolato, determinare la *correlazione* $E(XY)$ tra le variabili aleatorie X e Y .
- c) Utilizzando il valore di k precedentemente calcolato, determinare le pdf *marginali* di X ed Y .

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Una sorgente binaria discreta senza memoria (DMS) emette i simboli 0 ed 1, con probabilità $q = 0.3$ e $p = 0.7$, rispettivamente.

- a) Calcolare l'entropia dell'alfabeto di sorgente $H(X)$ (in bit) e l'entropia di sorgente $H(\mathcal{S})$ (in bit).
- b) Costruire un codice di Huffman per blocchi di tre simboli di sorgente, calcolarne la lunghezza media per simbolo di sorgente e l'efficienza di codifica.

ESERCIZIO 4 (10 punti)

Si consideri il seguente segnale PAM

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a(n)p(t - nT)$$

dove $a(n)$ è un segnale aleatorio WSS, a media nulla e funzione di autocorrelazione $r_a(m) = \sigma_a^2 \delta(m)$, $p(t)$ è un segnale deterministico reale avente energia \mathcal{E}_p finita e trasformata di Fourier $P(f)$, e $T > 0$ è una costante deterministica.

- (a) Determinare la caratterizzazione sintetica di $x(t)$ e stabilire se è WSS.
- (b) Calcolare la PSD di $x(t)$ e la potenza \mathcal{P}_x .