

PFA

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 4.5.2017.
Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di PFA svolgano gli esercizi 1, 2, 4.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA da 6 crediti svolgano gli esercizi 1, 2, 3. Indicare sullo svolgimento, oltre a nome, cognome e numero di matricola, i seguenti codici:

E9 se si sostiene la prova da 9 crediti; **E6** se si sostiene la prova da 6 crediti.

ESERCIZIO 1 (10 punti)

In una classe formata da sette ragazzi e nove ragazze si sorteggiano tre persone da mandare in gita premio. Qual è la probabilità che il gruppo

- (a) sia formato da due maschi ed una femmina?
- (b) comprenda almeno un maschio?

ESERCIZIO 2 (10 punti)

Sia $f(x)$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} kx^3 e^{-x/2}, & \text{se } x \geq 0; \\ 0, & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

- (a) Determinare k in modo che $f(x)$ sia una densità.
- (b) Siano X e Y vv.aa. indipendenti e di densità $f(x)$. Qual è la densità di $X + Y$?

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Siano X_1, X_2, X_3 vv.aa. indipendenti, tutte di legge $N(0, 1)$. Poniamo

$$U = 2X_1 - X_2 - X_3, \quad V = X_1 + X_2 + X_3, \quad W = X_1 - 3X_2 + 2X_3.$$

- (a) Quali sono le leggi di U, V e W ?
- (b) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
 - (b1) U e V sono indipendenti.
 - (b2) U e W sono indipendenti.
 - (b3) V e W sono indipendenti.

ESERCIZIO 4 (10 punti)

Sia $x(n)$ un processo aleatorio WSS, a media nulla e con autocorrelazione $r_x(m) = \delta(m) + \frac{1}{4}\delta(|m| - 1)$. Si costruisca il segnale $z(n) = (-1)^n x(n)$. Il segnale $z(n)$ sia posto in ingresso ad un sistema LTI che implementa la differenza prima. Si indichi l'uscita di tale sistema con $y(n)$. Determinare:

- (a) la funzione di autocorrelazione e la PSD di $z(n)$.
- (b) la funzione di autocorrelazione e la PSD di $y(n)$.