

# PFA

**Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 1.3.2017.**  
**Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri.**

*Gli allievi che devono sostenere l'esame di PFA svolgano gli esercizi 1, 2, 4.*

*Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA da 6 crediti svolgano gli esercizi 1, 2, 3. Indicare sullo svolgimento, oltre a nome, cognome e numero di matricola, i seguenti codici:*

**E9** se si sostiene la prova da 9 crediti; **E6** se si sostiene la prova da 6 crediti.

**ESERCIZIO 1** (10 punti)

Una fabbrica produce componenti elettronici. Questi escono da due linee di produzione, A e B, nelle proporzioni del 30% e 70%, rispettivamente. La linea A ha una percentuale di pezzi difettosi del 10%, contro il 17% per B.

- (a) Calcolare la probabilità che un chip scelto a caso sia difettoso.
- (b) I chip sono venduti in confezioni di 10 pezzi, tutti prodotti dalla stessa linea di produzione. Una di queste è ispezionata e risulta contenere 1 pezzo difettoso. Qual è la probabilità che essa provenga dalla linea A?

**ESERCIZIO 2** (10 punti)

Due dadi ben bilanciati sono lanciati separatamente più volte. Indichiamo con  $X$  il numero di lanci necessario a ottenere 1 con il primo dado e con  $Y$  il numero di lanci necessario ad ottenere 5 oppure 6 con il secondo. Calcolare:

- (a) le DF di  $X$  e  $Y$ ;
- (b) le medie di  $X$  e  $Y$ ;
- (c) la CDF di  $Z \triangleq \max(X, Y)$ .

**ESERCIZIO 3** (10 punti)

Determinare la pdf di  $Z = X/Y$  dove  $X$  e  $Y$  sono vv.aa. i.i.d.  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ .

**ESERCIZIO 4** (10 punti)

Siano  $x(n)$  ed  $y(n)$  due processi aleatori WSS, statisticamente indipendenti tra loro. I processi  $x(n)$  ed  $y(n)$  hanno media nulla e funzioni di autocorrelazione  $r_x(m)$  ed  $r_y(m)$ , rispettivamente. Si consideri il processo aleatorio  $z(n) = x(n) + y(n)x(n-1)$ .

- (a) Determinare la caratterizzazione statistica *sintetica* del processo  $z(n)$  e stabilire se esso è WSS.
- (b) Determinare l'espressione della densità spettrale di potenza (PSD) di  $z(n)$  in funzione delle PSD di  $x(n)$  e di  $y(n)$ .