

**Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 9.01.2017.**  
**Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri.**

*Gli allievi che devono sostenere l'esame di PFA svolgano gli esercizi 1, 2, 4.*

*Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA da 6 crediti svolgano gli esercizi 1, 2, 3. Indicare sullo svolgimento, oltre a nome, cognome e numero di matricola, i seguenti codici:*

**E9** se si sostiene la prova da 9 crediti; **E6** se si sostiene la prova da 6 crediti.

**ESERCIZIO 1** (10 punti)

Tre case automobilistiche  $A$ ,  $B$  e  $C$  detengono, rispettivamente, il 20%, il 30% ed il 50% del mercato. La probabilità che un'auto prodotta dalle tre case automobilistiche abbia bisogno di un intervento di manutenzione straordinaria, durante il primo anno di vita, è del 5%, 10% e 15%, rispettivamente.

- (a) Calcolare la probabilità che un'auto abbia bisogno di un intervento di manutenzione straordinaria durante il primo anno di vita.
- (b) Se un'auto ha avuto bisogno di un intervento di manutenzione straordinaria durante il primo anno di vita, qual è la probabilità che sia stata prodotta dalla casa automobilistica  $A$ ?

**ESERCIZIO 2** (10 punti)

Sia  $(X, Y)$  una coppia di variabili aleatorie caratterizzate dalla seguente pdf:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} k y, & \text{se } (x, y) \in D; \\ 0, & \text{altrimenti;} \end{cases}$$

dove  $k$  è una costante reale e  $D = \{-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - |x|\}$  è un dominio del piano  $(x, y)$ .

- (a) Determinare il valore di  $k$ .
- (b) Calcolare le pdf marginali di  $X$  ed  $Y$  e rappresentarle graficamente.
- (c) Verificare che le pdf determinate al punto (b) siano valide.
- (d) Calcolare la probabilità  $P(Y > X)$ .

*[Esprimere tutti i risultati intermedi e finali in forma frazionaria.]*

**ESERCIZIO 3** (10 punti)

Determinare la pdf di  $Z = X/Y$  dove  $X$  e  $Y$  sono v.v.aa. i.i.d.  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ .

**ESERCIZIO 4** (10 punti)

Il segnale aleatorio  $x(t)$ , avente media nulla e funzione di autocorrelazione statistica  $r_x(\tau) = a \delta(\tau)$ , con  $a > 0$ , è posto in ingresso al sistema LTI il cui legame i-u è il seguente:

$$y(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(u) \, u, \quad T > 0.$$

Calcolare la caratterizzazione sintetica del segnale aleatorio  $y(t)$ .