

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 9.01.2017.
Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di PFA svolgano gli esercizi 1, 2, 4.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA da 6 crediti svolgano gli esercizi 1, 2, 3. Indicare sullo svolgimento, oltre a nome, cognome e numero di matricola, i seguenti codici:

E9 se si sostiene la prova da 9 crediti; **E6** se si sostiene la prova da 6 crediti.

ESERCIZIO 1 (10 punti)

Tre case automobilistiche A , B e C detengono, rispettivamente, il 20%, il 30% ed il 50% del mercato. La probabilità che un'auto prodotta dalle tre case automobilistiche abbia bisogno di un intervento di manutenzione straordinaria, durante il primo anno di vita, è del 5%, 10% e 15%, rispettivamente.

- (a) Calcolare la probabilità che un'auto abbia bisogno di un intervento di manutenzione straordinaria durante il primo anno di vita.
- (b) Se un'auto ha avuto bisogno di un intervento di manutenzione straordinaria durante il primo anno di vita, qual è la probabilità che sia stata prodotta dalla casa automobilistica A ?

ESERCIZIO 2 (10 punti)

Sia (X, Y) una coppia di variabili aleatorie caratterizzate dalla seguente pdf:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} k y, & \text{se } (x, y) \in D; \\ 0, & \text{altrimenti;} \end{cases}$$

dove k è una costante reale e $D = \{-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - |x|\}$ è un dominio del piano (x, y) .

- (a) Determinare il valore di k .
- (b) Calcolare le pdf marginali di X ed Y e rappresentarle graficamente.
- (c) Verificare che le pdf determinate al punto (b) siano valide.
- (d) Calcolare la probabilità $P(Y > X)$.

[Esprimere tutti i risultati intermedi e finali in forma frazionaria.]

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Determinare la pdf di $Z = X/Y$ dove X e Y sono v.v.aa. i.i.d. $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

ESERCIZIO 4 (10 punti)

Il segnale aleatorio $x(t)$, avente media nulla e funzione di autocorrelazione statistica $r_x(\tau) = a \delta(\tau)$, con $a > 0$, è posto in ingresso al sistema LTI il cui legame i-u è il seguente:

$$y(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(u) \, u, \quad T > 0.$$

Calcolare la caratterizzazione sintetica del segnale aleatorio $y(t)$.