

PFA

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 9.11.2016.
Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di PFA svolgano gli esercizi 1, 2, 4.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA da 6 crediti svolgano gli esercizi 1, 2, 3. Indicare sullo svolgimento, oltre a nome, cognome e numero di matricola, i seguenti codici:

E9 se si sostiene la prova da 9 crediti; **E6** se si sostiene la prova da 6 crediti.

ESERCIZIO 1 (10 punti)

Si lanciano quattro dadi non truccati indipendenti. Calcolare le probabilità che escano

1. quattro facce uguali (es. 3,3,3,3);
2. quattro facce diverse (es. 4,1,2,5);
3. facce uguali a due a due (es. 2,2,5,5).

ESERCIZIO 2 (10 punti)

La pdf di una coppia di vv.aa. è data da

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} kx & 0 < x < 1 \text{ e } 0 < y < 1, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

- (a) Determinare il valore k .
- (b) Calcolare covarianza di X e Y .

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Determinare la pdf di $Z = X/Y$ dove X e Y sono vv.aa. i.i.d. $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

ESERCIZIO 4 (10 punti)

Siano X ed Y due vv.aa. Gaussiani indipendenti, a media nulla e varianza σ^2 , e si consideri il segnale aleatorio

$$x(t) = X \cos(2\pi f_0 t) + Y \sin(2\pi f_0 t)$$

con f_0 costante deterministica.

- (a) Dimostrare che il segnale $x(t)$ è gaussiano.
- (b) Determinare la caratterizzazione statistica di $x(t)$.
- (c) Determinare la pdf del secondo ordine $f_x(x_1, x_2; t_1, t_2)$ di $x(t)$.
- (d) Studiare le proprietà di stazionarietà di $x(t)$.