

# PFA

## Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 20.09.2016 Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri

Gli allievi che devono sostenere l'esame di PFA o TFA (9 CFU) svolgano gli esercizi 1, 2, 4.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA (6 CFU) svolgano gli esercizi 1, 2, 3.

Indicare sullo svolgimento, oltre a nome, cognome e numero di matricola, i seguenti codici:

- **PFA** se si sostiene la prova di Probabilità e Fenomeni Aleatori;
- **TFA-9** se si sostiene la prova di Teoria e Fenomeni Aleatori da 9 CFU;
- **TFA-6** se si sostiene la prova di Teoria e Fenomeni Aleatori da 6 CFU.

### ESERCIZIO 1 (10 punti)

Tre sorgenti binarie indipendenti emettono il simbolo uno con probabilità  $p_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  rispettivamente, e sono connesse mediante un interruttore ad un BSC. L'interruttore è connesso per il 50% del tempo alla prima sorgente, e per il 25% del tempo a ciascuna delle altre due (indipendentemente dai simboli emessi dalle sorgenti). Determinare:

- la probabilità dei simboli in uscita al BSC;
- la probabilità che il canale sia connesso alla prima sorgente avendo osservato uno zero in uscita al BSC.

### ESERCIZIO 2 (10 punti)

Siano  $X$  e  $Y$  due vv.aa. aventi pdf congiunta

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} k(x+y), & 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 \leq y \leq 1; \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

e si consideri la seguente trasformazione di vv.aa.

$$\begin{cases} U = X + Y \\ V = Y^2 \end{cases}$$

- Si determini il valore di  $k$ ;
- si determini la pdf congiunta di  $U$  e  $V$ .

### ESERCIZIO 3 (10 punti)

Due variabili aleatorie  $X$  e  $Y$  sono indipendenti ed uniformi nell'intervallo  $[0, 1]$ . Si determini  $P(XY < 1/2)$ .

### ESERCIZIO 4 (10 punti)

Un processo aleatorio  $X(n)$ , a media nulla e funzione di autocorrelazione  $r_X(m) = (1/2)^{|m|}$ , è posto in ingresso ad un sistema LTI caratterizzato dalla seguente relazione ingresso-uscita:

$$Y(n) = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2}X(n-1) + X(n) + \frac{1}{2}X(n+1) \right].$$

Con riferimento al segnale di uscita  $Y(n)$ , calcolare:

- la media  $\mu_Y$ ;
- la funzione di autocorrelazione  $r_Y(m)$ ;
- la densità spettrale di potenza  $S_Y(\nu)$ ;
- la potenza  $P_Y$ .