

PFA

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 20.09.2016 Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri

Gli allievi che devono sostenere l'esame di PFA o TFA (9 CFU) svolgano gli esercizi 1, 2, 4.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA (6 CFU) svolgano gli esercizi 1, 2, 3.

Indicare sullo svolgimento, oltre a nome, cognome e numero di matricola, i seguenti codici:

- **PFA** se si sostiene la prova di Probabilità e Fenomeni Aleatori;
- **TFA-9** se si sostiene la prova di Teoria e Fenomeni Aleatori da 9 CFU;
- **TFA-6** se si sostiene la prova di Teoria e Fenomeni Aleatori da 6 CFU.

ESERCIZIO 1 (10 punti)

Tre sorgenti binarie indipendenti emettono il simbolo uno con probabilità p_i , $i = 1, 2, 3$ rispettivamente, e sono connesse mediante un interruttore ad un BSC. L'interruttore è connesso per il 50% del tempo alla prima sorgente, e per il 25% del tempo a ciascuna delle altre due (indipendentemente dai simboli emessi dalle sorgenti). Determinare:

- la probabilità dei simboli in uscita al BSC;
- la probabilità che il canale sia connesso alla prima sorgente avendo osservato uno zero in uscita al BSC.

ESERCIZIO 2 (10 punti)

Siano X e Y due vv.aa. aventi pdf congiunta

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} k(x + y), & 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 \leq y \leq 1; \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

e si consideri la seguente trasformazione di vv.aa.

$$\begin{cases} U = X + Y \\ V = Y^2 \end{cases}$$

- Si determini il valore di k ;
- si determini la pdf congiunta di U e V .

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Due variabili aleatorie X e Y sono indipendenti ed uniformi nell'intervallo $[0, 1]$. Si determini $P(XY < 1/2)$.

ESERCIZIO 4 (10 punti)

Un processo aleatorio $X(n)$, a media nulla e funzione di autocorrelazione $r_X(m) = (1/2)^{|m|}$, è posto in ingresso ad un sistema LTI caratterizzato dalla seguente relazione ingresso-uscita:

$$Y(n) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2}X(n-1) + X(n) + \frac{1}{2}X(n+1) \right].$$

Con riferimento al segnale di uscita $Y(n)$, calcolare:

- la media μ_Y ;
- la funzione di autocorrelazione $r_Y(m)$;
- la densità spettrale di potenza $S_Y(\nu)$;
- la potenza P_Y .