

PFA

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 18.04.2016 Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri

Gli allievi che devono sostenere l'esame di PFA o TFA (9 CFU) svolgano gli esercizi **1, 2, 4**.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA (6 CFU) svolgano gli esercizi **1, 2, 3**.

Indicare sullo svolgimento, oltre a nome, cognome e numero di matricola, i seguenti codici:

- **PFA** se si sostiene la prova di Probabilità e Fenomeni Aleatori;
- **TFA-9** se si sostiene la prova di Teoria e Fenomeni Aleatori da 9 CFU;
- **TFA-6** se si sostiene la prova di Teoria e Fenomeni Aleatori da 6 CFU.

ESERCIZIO 1 (10 punti)

Si consideri il seguente esperimento aleatorio: da un'urna contenente quattro palline bianche e sei nere si estraggono due palline. Si calcoli la probabilità che siano:

- di colore diverso;
- dello stesso colore;
- almeno una bianca.

[Esprimere tutti i risultati in forma frazionaria.]

ESERCIZIO 2 (10 punti)

Il tempo di vita di un dispositivo elettronico (misurato in ore) sia modellato come una variabile aleatoria X avente la seguente pdf:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{10}{x^2} & x > 10, \\ 0 & x \leq 10. \end{cases}$$

Calcolare:

- la probabilità $P(X > 20)$;
- la CDF $F_X(x)$ di X .

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Siano X e Y due vv.aa. aventi pdf congiunta

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} k(x + y), & 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 \leq y \leq 1; \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

e si consideri la seguente trasformazione di vv.aa.

$$\begin{cases} U = X^2, \\ V = X + Y \end{cases}$$

- Si determini il valore di k ;
- si determini la pdf congiunta di U e V .

ESERCIZIO 4 (10 punti)

Sia $x(t)$ un processo aleatorio WSS a media nulla, funzione di autocorrelazione $r_x(\tau)$ e densità spettrale di potenza (PSD) $S_x(f)$. Si consideri il processo aleatorio

$$z(t) = [1 + x(t)] \cos(2\pi f_0 t + \Phi)$$

dove $f_0 > 0$ è un parametro reale deterministico, mentre $\Phi \sim U(0, 2\pi)$ è una v.a. indipendente da $x(t)$.

- Stabilire se il segnale $z(t)$ è WSS.
- Calcolare l'espressione analitica della PSD di $z(t)$.