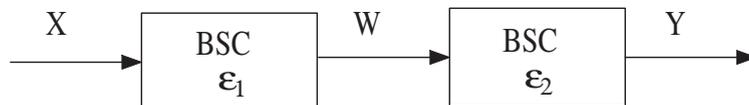


Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 21.03.2016
Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri

ESERCIZIO 1 (10 punti)

Due canali binari simmetrici (BSC) con probabilità di scambio rispettivamente pari a ϵ_1 ed ϵ_2 sono collegati in cascata come in figura:



- (a) Calcolare la probabilità di scambio ϵ del BSC equivalente (avente in ingresso X ed in uscita Y);
- (a) sulla base del risultato precedente, per $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1/10$ ed assumendo i simboli di ingresso equiprobabili, calcolare la probabilità che sia stato trasmesso $X = 0$ se si osserva $Y = 1$ in uscita.

ESERCIZIO 2 (10 punti)

Un componente viene prodotto da una fabbrica che utilizza due diverse linee di lavorazione da cui escono elementi di qualità diversa. I pezzi prodotti dalla prima e dalla seconda linea hanno un tempo di vita esponenziale di parametri λ e μ rispettivamente (con $\mu > \lambda$). Siano, inoltre, rispettivamente p e q le proporzioni di pezzi prodotti dalle due linee ($p > 0$, $q > 0$, $p + q = 1$).

- (a) Un pezzo viene scelto a caso dalle due linee di produzione e sia T il suo tempo di vita. Qual è la pdf di T ? Quanto vale $E(T)$?
- (b) Sapendo che il tempo di vita del pezzo scelto è maggiore o uguale a t_1 , determinare la probabilità che esso provenga dalla prima linea. Quanto vale questa probabilità per t_1 grande?

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Siano X e Y due variabili aleatorie statisticamente indipendenti, con X uniforme in $[0, 1]$ e Y esponenziale di parametro $\lambda = 1$. Calcolare $P(X \geq Y)$.

ESERCIZIO 4 (10 punti)

Sia $a(n)$ una sequenza di variabili aleatorie reali indipendenti ed identicamente distribuite (i.i.d.), con media nulla e varianza σ_a^2 . Tali variabili sono poste in ingresso ad un filtro FIR, con risposta impulsiva $h(m)$ di ordine $L - 1$, che effettua la trasformazione

$$c(n) = \sum_{\ell=0}^{L-1} h(\ell) a(n - \ell).$$

Indicato con $p(t)$ un segnale di energia assegnato, si consideri il seguente segnale PAM:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c(k) p(t - kT),$$

- (a) Calcolare la PSD del segnale $y(t)$.
- (b) Valutare la condizione da imporre sulla risposta impulsiva del filtro FIR $h(m)$, affinché la PSD di $y(t)$, precedentemente calcolata, si annulli in $f = 0$.