

# PFA

## Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 19.11.2015 Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri

Gli allievi che devono sostenere l'esame di PFA o TFA (9 CFU) svolgano gli esercizi **1, 2, 4**.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA (6 CFU) svolgano gli esercizi **1, 2, 3**.

Indicare sullo svolgimento, oltre a nome, cognome e numero di matricola, i seguenti codici:

- **PFA** se si sostiene la prova di Probabilità e Fenomeni Aleatori;
- **TFA-9** se si sostiene la prova di Teoria e Fenomeni Aleatori da 9 CFU;
- **TFA-6** se si sostiene la prova di Teoria e Fenomeni Aleatori da 6 CFU.

### ESERCIZIO 1 (10 punti)

Data la variabile aleatoria  $\Theta \sim U(0, \pi)$ , si consideri la variabile aleatoria  $Y = \cos(\Theta)$ .

- Determinare pdf e CDF di  $Y$  e rappresentarle graficamente.
- Utilizzando il teorema fondamentale della media, calcolare media e valore quadratico medio di  $Y$ .

### ESERCIZIO 2 (10 punti)

Si considerino le variabili aleatorie discrete  $X$  ed  $Y$ , statisticamente indipendenti, ciascuna delle quali assume i valori  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$  in maniera equiprobabile. Determinare DF e pdf della variabile aleatoria  $Z = X + Y$  e rappresentarle graficamente.

### ESERCIZIO 3 (10 punti)

Siano  $X$  e  $Y$  due variabili aleatorie *congiuntamente Gaussiane*, con medie  $\mu_X = \mu_Y = 1$ , deviazioni standard  $\sigma_X = 1$ ,  $\sigma_Y = 2$ , e coefficiente di correlazione  $\rho = -0.5$ . Determinare la pdf della variabile aleatoria  $Z = X + 2Y$ .

### ESERCIZIO 4 (10 punti)

Determinare la pdf congiunta delle due variabili aleatorie:

$$X = \int_0^T w(t) p_1(t) dt \qquad Y = \int_0^T w(t) p_2(t) dt$$

con  $w(t)$  processo aleatorio Gaussiano, SSL, a media nulla e funzione di autocorrelazione  $r_w(\tau) = \frac{N_0}{2} \delta(\tau)$  e  $p_i(t)$ ,  $i = 1, 2$ , segnali di energia  $\mathcal{E}_i$  ed energia mutua  $\mathcal{E}_{12}$ .