

PFA

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 27.07.2015 Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri

Gli allievi che devono sostenere l'esame di PFA o TFA (9 CFU) svolgano gli esercizi **1, 2, 4**.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA (6 CFU) svolgano gli esercizi **1, 2, 3**.

Indicare sullo svolgimento, oltre a nome, cognome e numero di matricola, i seguenti codici:

- **PFA** se si sostiene la prova di Probabilità e Fenomeni Aleatori;
- **TFA-9** se si sostiene la prova di Teoria e Fenomeni Aleatori da 9 CFU;
- **TFA-6** se si sostiene la prova di Teoria e Fenomeni Aleatori da 6 CFU.

ESERCIZIO 1 (10 punti)

Una scatola contiene tre palline rosse e sette bianche. Si estraggono due palline. Calcolare la probabilità che siano:

- di colore diverso;
- dello stesso colore;
- almeno una rossa.

[Esprimere tutti i risultati in forma frazionaria.]

ESERCIZIO 2 (10 punti)

In una fabbrica vi sono due linee per la produzione di cavi. La lunghezza L (in m) di un cavo della linea A è una variabile aleatoria avente pdf

$$f_{L_A}(x) = \begin{cases} \frac{3}{32}x - \frac{3}{256}x^2, & \text{se } 0 \leq x \leq 8; \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

La lunghezza di un cavo della linea B è una variabile aleatoria avente pdf

$$f_{L_B}(x) = \begin{cases} \frac{1}{10}, & \text{se } 0 \leq x \leq 10; \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si sceglie una linea a caso e si esamina la lunghezza del cavo prodotto. Qual è la probabilità che il cavo provenga dalla linea A, sapendo che è più lungo di 4 m?

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Siano X ed Y due variabili aleatorie congiuntamente Gaussiane, con parametri $\mu_X = \mu_Y = 1$, $\sigma_X^2 = 4$, $\sigma_Y^2 = 9$ e $\rho = -1/2$. Determinare la pdf di $Z = 2X + 3Y$.

ESERCIZIO 4 (10 punti)

Il segnale gaussiano $x(t)$ stazionario con media $\mu_x \neq 0$ e funzione di autocovarianza statistica $c_x(\tau) = a\delta(\tau)$, con $a > 0$, è posto in ingresso al sistema LTI avente risposta impulsiva

$$h(t) = A e^{-t/T} u(t), \quad \text{con } T > 0,$$

e si denoti con $y(t)$ la corrispondente uscita.

- Calcolare la funzione di autocorrelazione del segnale di energia $h(t)$.
- Calcolare la pdf congiunta di $y(t_1)$ e $y(t_2)$, dove t_1 e t_2 sono due arbitrari istanti di tempo con $t_2 > t_1$.