

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 15.06.2015
Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri

Gli allievi che devono sostenere l'esame di PFA o TFA (9 CFU) svolgano gli esercizi 1, 2, 4.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA (6 CFU) svolgano gli esercizi 1, 2, 3.

Indicare sullo svolgimento, oltre a nome, cognome e numero di matricola, i seguenti codici:

- **PFA** se si sostiene la prova di Probabilità e Fenomeni Aleatori;
- **TFA-9** se si sostiene la prova di Teoria e Fenomeni Aleatori da 9 CFU;
- **TFA-6** se si sostiene la prova di Teoria e Fenomeni Aleatori da 6 CFU.

ESERCIZIO 1 (10 punti)

Si consideri l'esperimento costituito dal lancio di due dadi (indipendenti e ben bilanciati). Detti d_1 e d_2 i risultati dei due lanci, si costruisca la seguente variabile aleatoria:

$$X = \max(d_1, d_2).$$

- (a) Determinare la CDF e la pdf della variabile aleatoria X .
- (b) Stabilire se X è una v.a. continua, discreta o mista.
- (c) Calcolare media e varianza di X (esprimere i risultati in forma frazionaria).

ESERCIZIO 2 (10 punti)

Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} kx^3 e^{-x/2}, & x \geq 0; \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- (a) Determinare k in modo che f sia una pdf.
- (b) Siano X e Y due vv.aa. statisticamente indipendenti con pdf $f(x)$. Qual è la pdf di $X + Y$?

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Si consideri una sorgente discreta senza memoria (DMS) che emette simboli appartenenti all'alfabeto $X = \{A, B, C, D, E, F\}$, con probabilità rispettivamente $p_A = 0.450$, $p_B = 0.250$, $p_C = 0.125$, $p_D = 0.125$, $p_E = 0.025$ e $p_F = 0.025$.

- (a) Determinare l'entropia di sorgente $H(S)$.
- (b) Costruire un codice binario di Huffman simbolo a simbolo per la sorgente, calcolarne la lunghezza media e l'efficienza η di codifica.
- (c) Ripetere i calcoli del punto (b) per un codice di Shannon.
- (d) Ripetere i calcoli del punto (b) per un codice a lunghezza fissa.

ESERCIZIO 4 (10 punti)

Si consideri il segnale aleatorio

$$y(n) = \frac{1}{2M+1} \sum_{k=-M}^M x(n-k)$$

dove $x(n)$ è una sequenza di iid a media nulla e varianza unitaria. Determinare la PSD di $y(n)$ e rappresentarla graficamente.