

PFA

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 13.04.2015 Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri

Gli allievi che devono sostenere l'esame di PFA o TFA (9 CFU) svolgano gli esercizi **1, 2, 4**.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA (6 CFU) svolgano gli esercizi **1, 2, 3**.

Indicare sullo svolgimento, oltre a nome, cognome e numero di matricola, i seguenti codici:

- **PFA** se si sostiene la prova di Probabilità e Fenomeni Aleatori;
- **TFA-9** se si sostiene la prova di Teoria e Fenomeni Aleatori da 9 CFU;
- **TFA-6** se si sostiene la prova di Teoria e Fenomeni Aleatori da 6 CFU.

ESERCIZIO 1 (10 punti)

Per accedere ad un esame orale bisogna superare una prova con 8 domande a risposta multipla. Ogni domanda ha 4 possibili risposte, e si supera il test dando almeno 6 risposte corrette. Gli studenti ben preparati, che sono il 60%, rispondono correttamente ad una qualsiasi domanda, indipendentemente dalle altre, con probabilità 0.8. Gli altri studenti invece rispondono a caso ad ogni domanda. Calcolare la probabilità che

1. uno studente preparato sia ammesso;
2. uno studente ammesso non sia preparato.

ESERCIZIO 2 (10 punti)

Siano (X, Y) due variabili aleatorie aventi pdf congiunta

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} ky, & \text{in } D; \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq (1 - |x|)\}$ un dominio di \mathbb{R}^2 .

- a) Disegnare il dominio D e determinare il valore della costante k .
- b) Utilizzando il valore di k individuato al punto precedente, determinare le pdf marginali di X e Y e verificare che si tratti di valide pdf.

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Sia $X \sim \mathcal{N}(0, \sigma = 4)$ una variabile aleatoria Gaussiana e sia $Y = g(X)$ la variabile aleatoria ottenuta da X mediante la seguente trasformazione:

$$g(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0; \\ x, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

Determinare la pdf di Y .

ESERCIZIO 4 (10 punti)

Il segnale aleatorio $x(t)$, avente media nulla e funzione di autocorrelazione statistica $r_x(\tau) = a \delta(\tau)$, con $a > 0$, è posto in ingresso al sistema LTI il cui legame i-u è il seguente:

$$y(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(u) du, \quad T > 0.$$

Calcolare la caratterizzazione sintetica del segnale aleatorio $y(t)$.