

# PFA

## Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 02.02.2015 Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri

*Gli allievi che devono sostenere l'esame di PFA o TFA (9 CFU) svolgano gli esercizi 1, 2, 4.*

*Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA (6 CFU) svolgano gli esercizi 1, 2, 3.*

*Indicare sullo svolgimento, oltre a nome, cognome e numero di matricola, i seguenti codici:*

- **PFA** se si sostiene la prova di Probabilità e Fenomeni Aleatori;
- **TFA-9** se si sostiene la prova di Teoria e Fenomeni Aleatori da 9 CFU;
- **TFA-6** se si sostiene la prova di Teoria e Fenomeni Aleatori da 6 CFU.

### ESERCIZIO 1 (10 punti)

Un componente elettronico ha un tempo di vita  $T_1$  che segue una legge esponenziale con media 10 giorni. Un secondo componente è composto da due elementi in parallelo, ciascuno dei quali ha un tempo di vita  $S_i$ ,  $i = 1, 2$ , avente distribuzione esponenziale con media 8 giorni. Pertanto, il tempo di vita  $T_2$  del secondo componente elettronico è pari a  $T_2 = \max(S_1, S_2)$ . Si calcoli:

- la pdf del tempo di vita  $T_2$  del secondo componente elettronico;
- la vita media del secondo componente elettronico;
- la probabilità che il primo componente duri più del secondo.

### ESERCIZIO 2 (10 punti)

Siano  $X$  e  $Y$  due variabili aleatorie, statisticamente indipendenti, aventi entrambe pdf Gaussiana, a media nulla e varianza unitaria. Calcolare:

- la pdf di  $X - Y$ .
- la pdf condizionale di  $X - Y$  dato  $X$ .

### ESERCIZIO 3 (10 punti)

Una sorgente binaria discreta senza memoria (DMS) emette i simboli 0 ed 1, con probabilità  $q = 0.3$  e  $p = 0.7$ , rispettivamente.

- Calcolare l'entropia dell'alfabeto di sorgente  $H(X)$  (in bit) e l'entropia di sorgente  $H(S)$  (in bit).
- Costruire un codice di Shannon per blocchi di tre simboli di sorgente, calcolarne la lunghezza media per simbolo di sorgente e l'efficienza di codifica.
- Costruire un codice di Huffman per blocchi di tre simboli di sorgente, calcolarne la lunghezza media per simbolo di sorgente e l'efficienza di codifica.

### ESERCIZIO 4 (10 punti)

Sia  $x(n)$  un processo aleatorio WSS, Gaussiano, a media nulla e funzione di autocorrelazione  $r_x(m) = a^{|m|}$ , con  $|a| < 1$ . Calcolare la pdf del primo ordine della sequenza  $y(n) = x(2n) - x(2n - 1)$ .