

# PFA

## Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 07.01.2015 Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri

Gli allievi che devono sostenere l'esame di PFA o TFA (9 CFU) svolgano gli esercizi **1, 2, 4**.

Gli allievi che devono sostenere l'esame di TFA (6 CFU) svolgano gli esercizi **1, 2, 3**.

Indicare sullo svolgimento, oltre a nome, cognome e numero di matricola, i seguenti codici:

- **PFA** se si sostiene la prova di Probabilità e Fenomeni Aleatori;
- **TFA-9** se si sostiene la prova di Teoria dei Fenomeni Aleatori da 9 CFU;
- **TFA-6** se si sostiene la prova di Teoria dei Fenomeni Aleatori da 6 CFU.

### ESERCIZIO 1 (10 punti)

Un satellite trasmette segnali in codice binario  $\{0, 1\}$ . La probabilità che un segnale sia interpretato correttamente è 0.8 (e di conseguenza è 0.2 la probabilità che sia interpretato in maniera errata, cioè 1 se è 0 e 0 se è 1). Ogni segnale è ripetuto 5 volte e a terra è interpretato a maggioranza (cioè 1 oppure 0 a seconda di come è la maggioranza dei segnali). Calcolare la probabilità che il segnale così ripetuto sia interpretato in modo errato.

### ESERCIZIO 2 (10 punti)

Una variabile aleatoria  $X$  ha la seguente pdf:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 0; \\ a(3x - x^2), & \text{se } 0 \leq x \leq 3; \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- Determinare  $a$  in modo tale che  $f_X(x)$  sia una valida pdf e disegnarne il grafico.
- Calcolare la CDF di  $X$ .
- Calcolare media e varianza di  $X$ .

### ESERCIZIO 3 (10 punti)

Siano  $X$  ed  $Y$  due variabili aleatorie congiuntamente Gaussiane, con parametri  $\mu_X = \mu_Y = 1$ ,  $\sigma_X^2 = 4$ ,  $\sigma_Y^2 = 9$  e  $\rho = 1/2$ . Determinare la pdf di  $Z = 2X + 3Y$ .

### ESERCIZIO 4 (10 punti)

Sia  $a_n$  una sequenza di variabili aleatorie statisticamente indipendenti ed equiprobabili, ciascuna delle quali assume i valori  $\pm 1$ , e sia  $b_n \triangleq a_n - a_{n-1}$ . Si consideri il segnale PAM  $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n p(t - nT)$ , dove  $p(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T} - 0.5\right)$ . Calcolare la densità spettrale di potenza (PSD) del segnale  $x(t)$ .