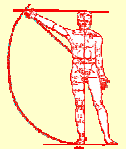


FOTOGRAMMETRIA

Visione stereoscopica

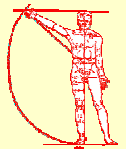


La visione stereoscopica naturale

In fotogrammetria, per consentire la visualizzazione tridimensionale degli oggetti fotografati e la misura accurata delle coordinate dei punti restituiti, viene riprodotta una procedura simile al meccanismo fisiologico della vista umana
⇒ la **visione stereoscopica**

La visione stereoscopica può essere definita come *la capacità di percepire e valutare la distanza tra gli oggetti osservati rispetto all'osservatore.*

Nelle persone la visione stereoscopica è innata ed è dovuta alla possibilità di osservare una scena da due punti di vista diversi (i due occhi).



Caratteristiche dell'occhio umano

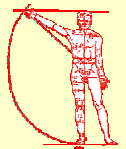
L'occhio umano ha un limitato intervallo di accomodamento che si estende da un *punto prossimo* ad un *punto remoto*.

Tra queste due distanze si ha una distanza alla quale l'occhio osserva gli oggetti con la massima nitidezza. Tale distanza è definita *distanza della visione distinta*.

Al punto prossimo corrisponde il massimo sforzo di accomodamento; alla distanza della visione distinta corrisponde il più piccolo sforzo di accomodamento.

Un occhio viene definito *normale o emmetrope* (cioè esente da difetti della vista) quando nelle condizioni di riposo il *punto remoto* va all'infinito.

In tal caso la distanza della visione distinta risulta pari a circa 25 cm; la distanza del *punto prossimo* è mediamente pari a circa 10 cm.

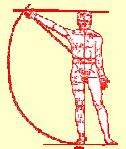


L'**acuità visiva** o **potere separatore dell'occhio** corrisponde alla capacità di distinguere fra di loro due punti posti sul piano della visione distinta; mediamente tale capacità è di circa 60".

Il **potere separatore** diventa ancora migliore se si tratta di giudicare la coincidenza tra due linee.

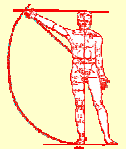
La **distanza interpupillare** varia da individuo ad individuo; normalmente è compresa tra i 56 e i 72 mm, mediamente si considera un valore di 65 mm.

Il **campo visivo** degli occhi ad asse orizzontale è mediamente 162°.



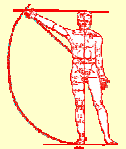
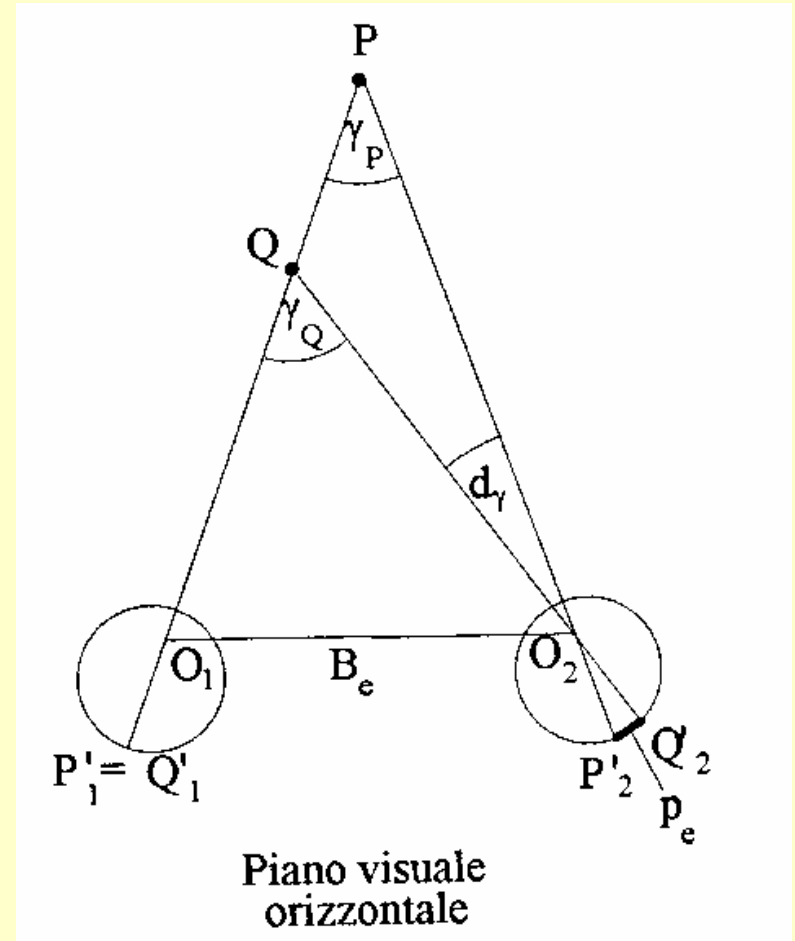
La piccola differenza tra le due immagini visualizzate dagli occhi produce la **visione stereoscopica** degli oggetti osservati e fornisce conseguentemente la percezione della profondità spaziale e del rilievo.

La percezione della profondità spaziale, o del rilievo, è ben evidente per gli oggetti vicini, ma praticamente assente per quelli lontani. Oltre una certa distanza le immagini percepite dagli occhi risultano praticamente identiche e la visione stereoscopica si trasforma di fatto in una **visione monoculare**.



Il processo di **visione stereoscopica** degli oggetti si sviluppa attraverso la convergenza dei due occhi su un medesimo punto con il variare della distanza.

La convergenza è individuata dalla variazione dell'**angolo parallattico stereoscopico**, detto anche **angolo di parallasse stereoscopico γ** , formato dai raggi visuali omologhi uscenti dai vari punti dello spazio e incidenti nei due occhi in posizioni relative differenti.



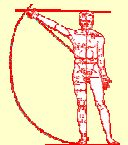
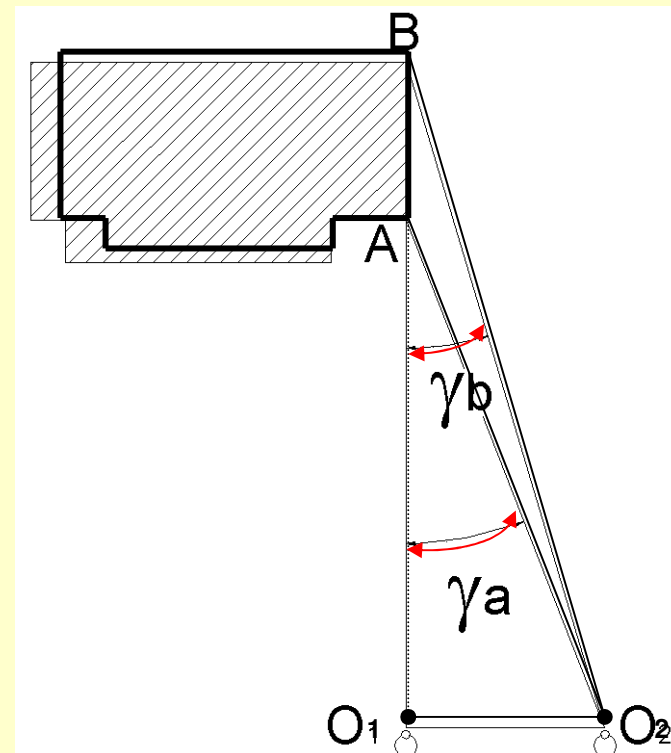
Le differenti distanze tra i diversi punti dello spazio sono messi in relazione alla variazione della **parallasse stereoscopica angolare**.

La diversa distanza tra due punti A e B dall'osservatore è valutata in funzione della differenza tra **angoli di parallasse stereoscopico**

$$\delta\gamma = \gamma_a - \gamma_b$$

parallasse stereoscopica angolare

Possiamo quindi definire la **acuità visiva stereoscopica** o **potere stereoscopico** come *la minima differenza tra gli angoli di parallasse* ($\delta\gamma = \gamma_a - \gamma_b = \min$) *per la quale si riesce ancora ad apprezzare una differenza delle distanze o il minimo angolo di parallasse stereoscopico corrispondente alla massima distanza* (**portata stereoscopica**) *oltre la quale non si ha più la sensazione del rilievo*
 Mediamente $\delta\gamma_{\min} = 16''$



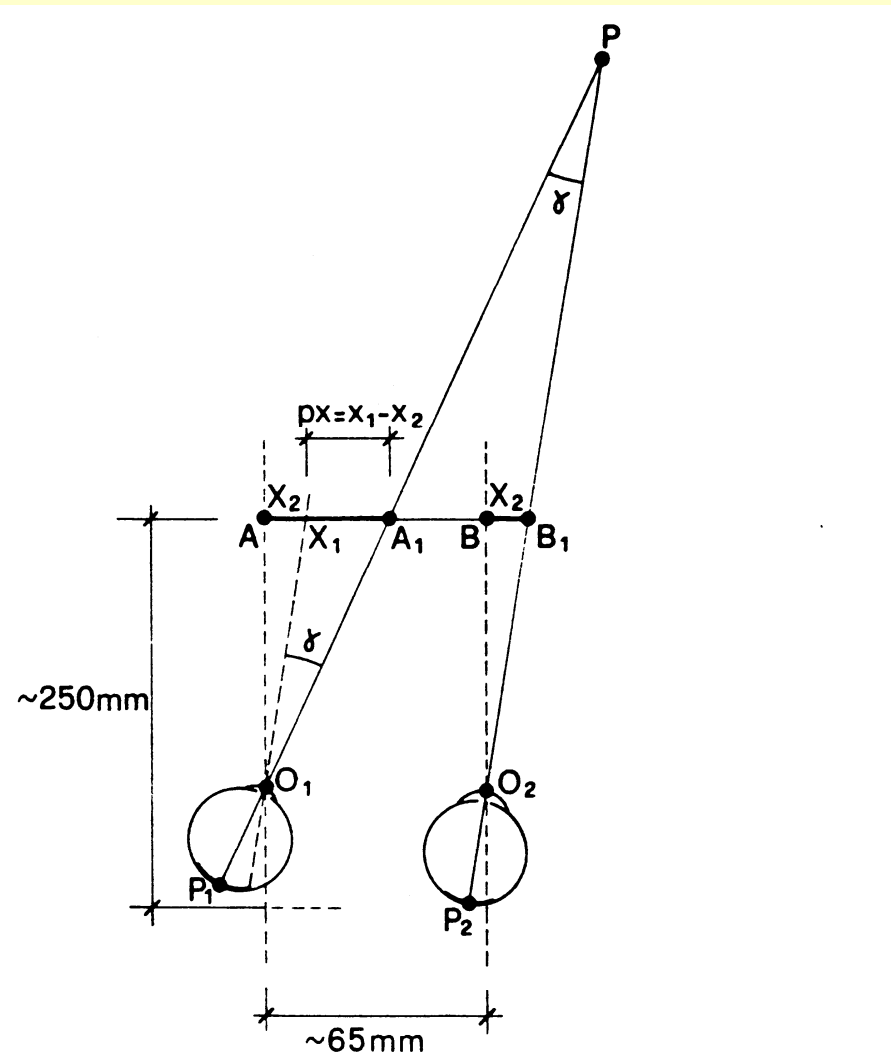
Se consideriamo un piano posto ad una distanza pari a quella della visione distinta, possiamo esprimere la visione stereoscopica naturale in funzione della:

- parallasse stereoscopica lineare (px)

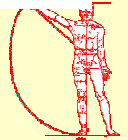
γ → angolo formato tra le visuali che dal punto P vanno agli occhi

px → differenza tra i due segmenti x_1 e x_2 intercettati dalle due direzioni delle visuali sul piano della visione distinta

$$px = x_1 - x_2$$



Parallasse angolare stereoscopica γ e parallasse lineare px



Consideriamo la figura possiamo scrivere:

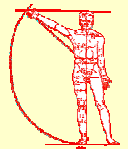
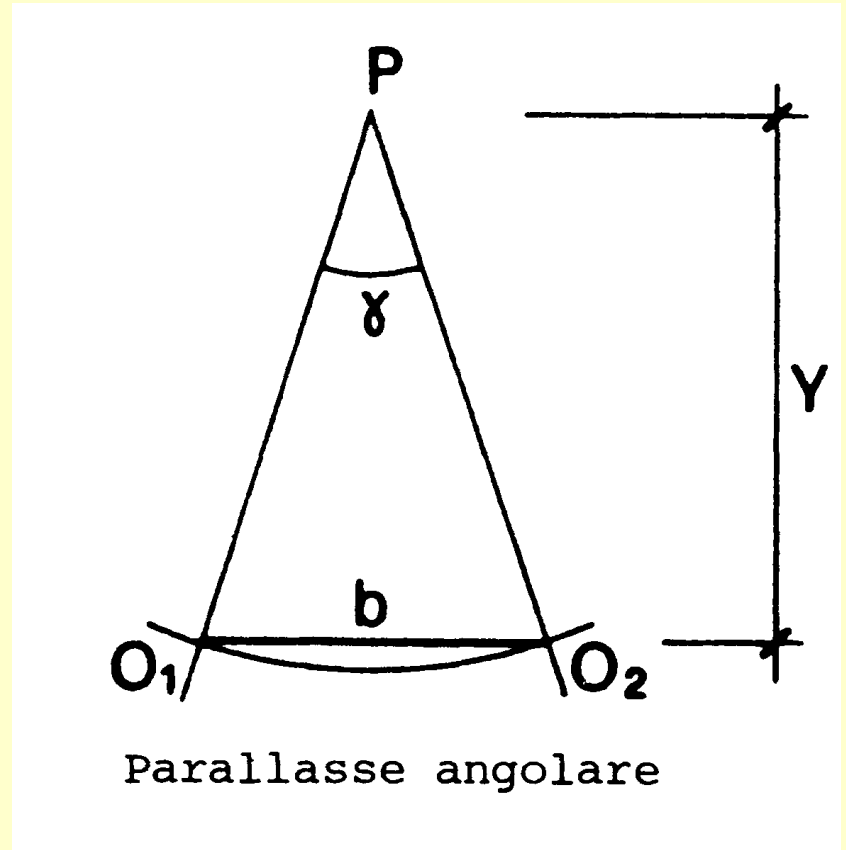
$$\gamma \cong \frac{b}{Y}$$

Derivando la relazione rispetto alla variabile Y si ottiene:

$$\frac{d\gamma}{dY} = -\frac{b}{Y^2}$$

da cui:

$$dY = -\frac{Y^2}{b} d\gamma$$



Se consideriamo il valore minimo di $\delta\gamma$ (acuità stereoscopica) pari a 16" (valore empirico ricavato sperimentalmente) avremo:

$$\delta\gamma = 16''$$

$$b = 0.065 \text{ m (distanza interpupillare)}$$

ed esprimendo $\delta\gamma$ in radianti si ha:

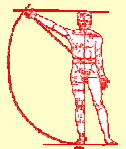
$$dY = -\frac{Y^2}{0.065} \frac{16''}{206265} = -Y^2 \cdot 0.00121$$

Possiamo quindi fare una stima della profondità percepibile in funzione della distanza di osservazione

Y (m)	0.25	2.5	25	250	828
dY (m)	$7.5 \cdot 10^{-5}$	0.0075	0.75	75	828

L'effetto stereoscopico naturale diminuisce all'aumentare della distanza. Teoricamente a circa 800 metri non si ha più visione stereoscopica. In pratica però la percezione dipende anche da altri fattori: confronto tra oggetti, ombre, colori, elementi qualitativi

Prof. V. Franco: Topografia e tecniche cartografiche



La visione stereoscopica artificiale

La visione stereoscopica di due fotogrammi ripresi da due differenti punti di vista può essere ricreata in modo artificiale.

Così come avviene per la visione naturale i due occhi debbono essere messi in grado di osservare **due immagini distinte dello stesso oggetto**; occorre inoltre che:

- le due immagini siano alla stessa scala (la tolleranza della differenza di scala è circa il 15%)
- le direzioni di osservazione sui vari punti dell'oggetto siano incidenti

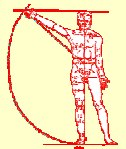
I metodi più usati per ottenere la visione stereoscopica artificiale sono di tipo:

1) ottico

- il procedimento degli anaglifi
- gli stereoscopi

2) digitale

- i filtri polarizzanti



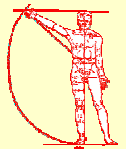
Procedimento degli anaglifi

Si stampa o proietta una immagine in colore ciano (ciano = blu + verde) e l'altra in colore rosso, e ponendo davanti agli occhi due filtri dei colori complementari (filtro rosso davanti all'occhio sinistro, e filtro ciano davanti all'occhio destro) si osserva.

In tal modo l'occhio sinistro vede, in nero, l'immagine di sinistra, ma non vede l'immagine di destra, mentre l'occhio destro vede solo l'immagine di destra, in nero.

Le due immagini si fondono e danno luogo ad una immagine tridimensionale.

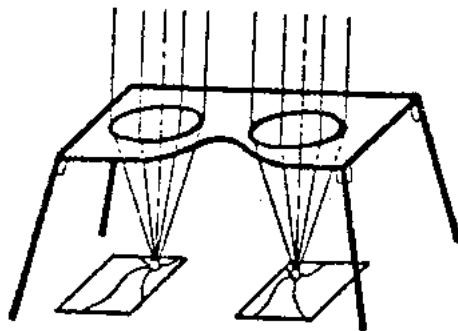
Nello stesso modo si possono ottenere stampe di stereogrammi che vengono poi osservate nei **restitutori analogici a proiezione ottica**.



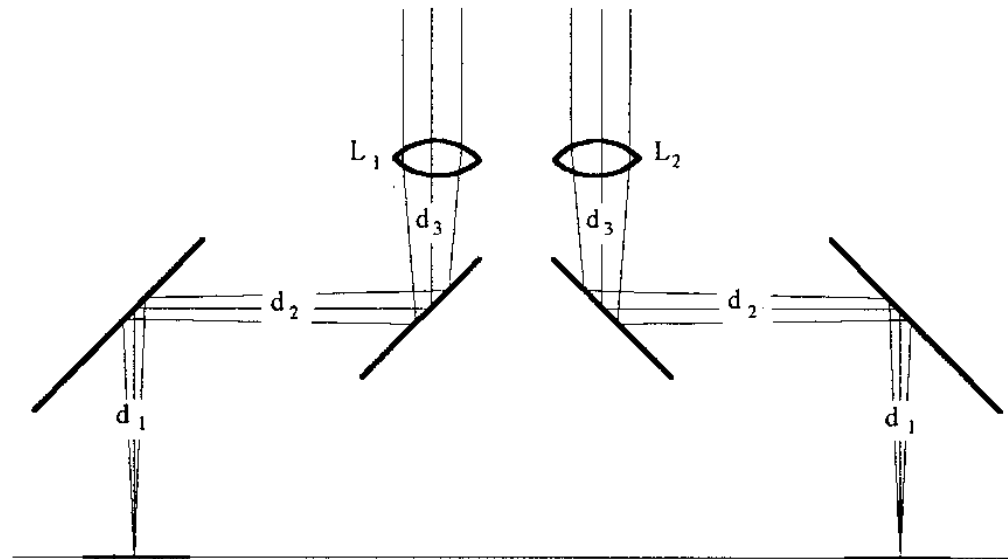
Gli stereoscopi

Possono essere:

- semplici → distanza interpupillare fissa, ingrandimento 2 o 2.5 volte, distanza occhio-immagine 10÷12 cm
- **a specchi** → distanza interpupillare da 55 a 80 mm, ottiche con ingrandimenti da 1 a 8 volte, distanza occhio-immagine 20÷35 cm



Stereoscopio a lenti



Stereoscopio a specchi



Incremento della sensibilità stereoscopica

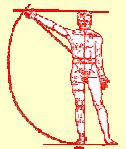
Se consideriamo la relazione

$$dY = -\frac{Y^2}{b} d\gamma$$

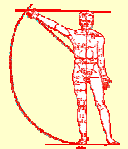
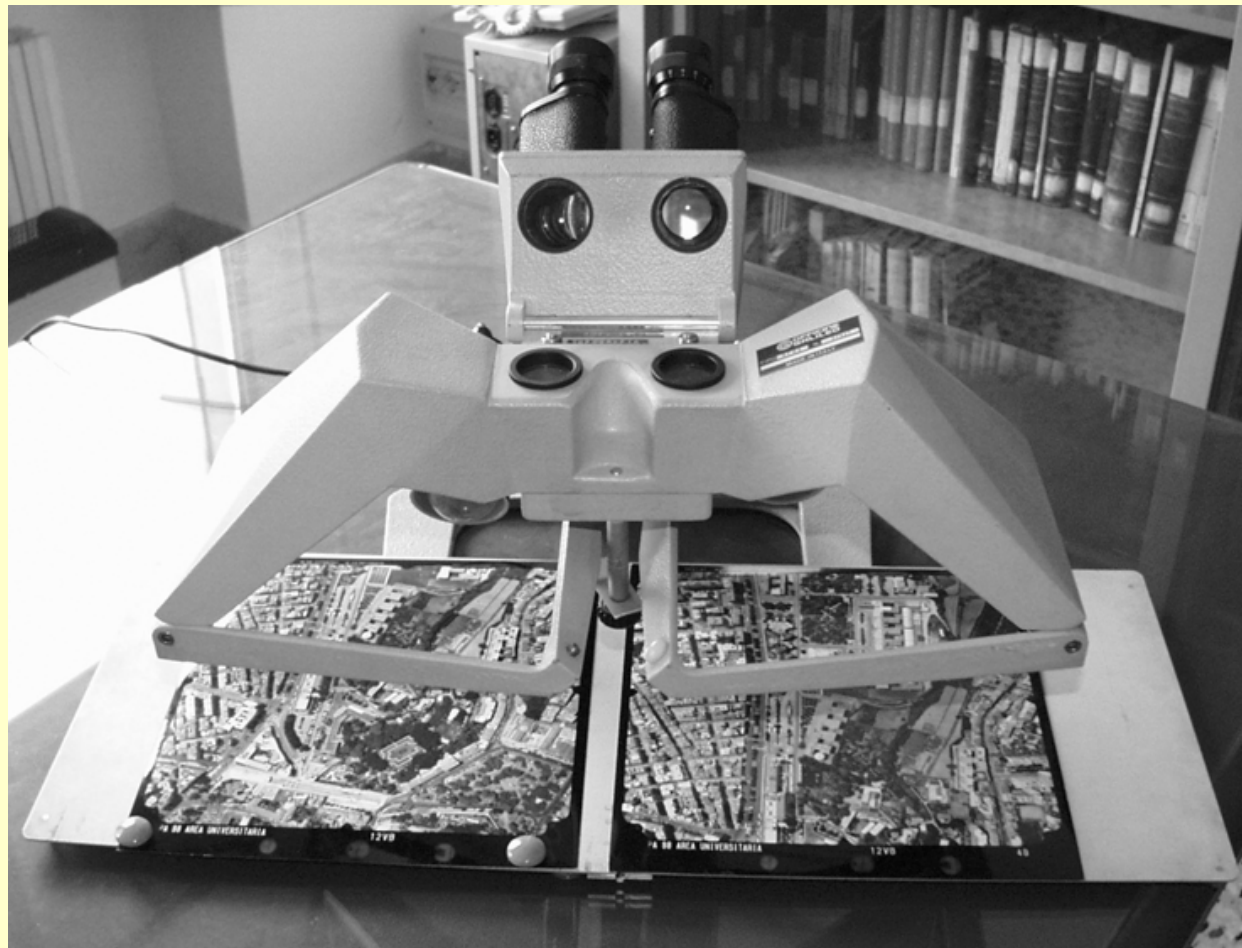
vediamo che per diminuire dY (cioè per aumentare la sensibilità stereoscopica → capacità di determinare ad una certa distanza di osservazione una piccola variazione di profondità) possiamo:

- 1) aumentare la base di osservazione b
- 2) diminuire $d\gamma$ con mezzi ottici

Negli stereoscopi a specchi e negli strumenti per la restituzione vengono combinate insieme le due possibilità.



Stereoscopio a specchi

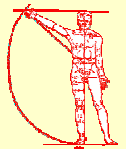
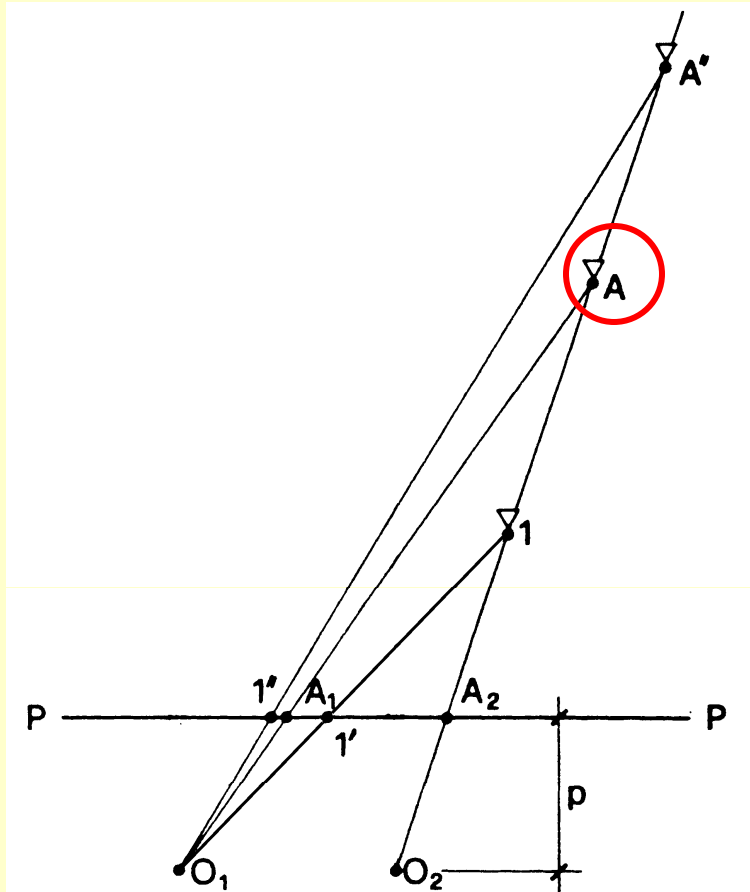


Principio della marca stereoscopica (marca mobile)

La marca mobile è l'elemento fondamentale per la misura delle parallassi lineari in tutti gli strumenti restitutori.

Se si dispongono sui punti omologhi A_1 e A_2 due marche (segnali opachi o luminosi) queste verranno proiettate in A dove si forma una immagine unica delle due marche coincidente con l'immagine stereoscopica del punto A .

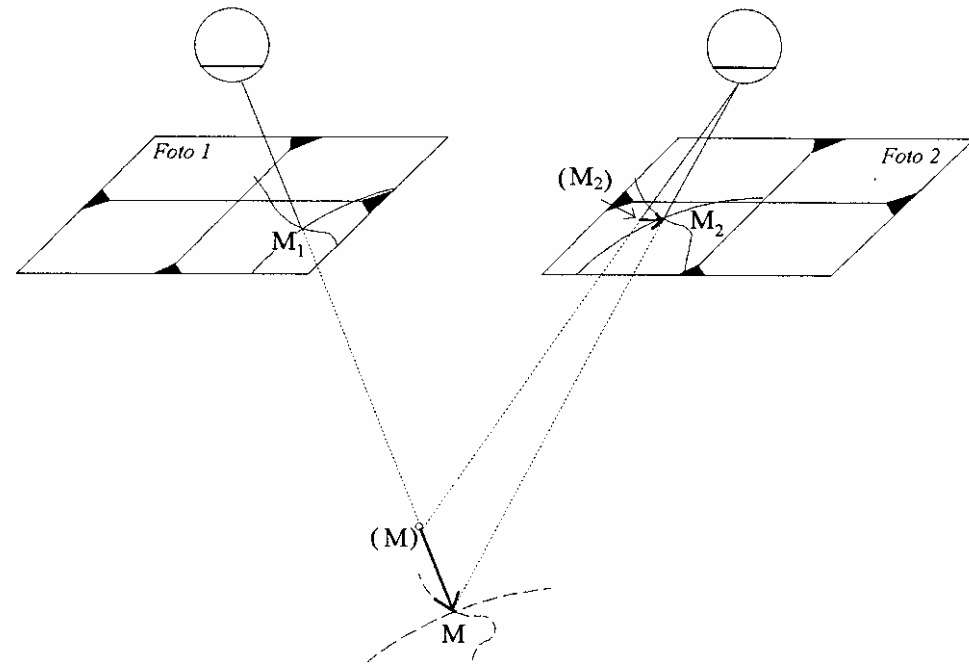
Se immaginiamo di traslare una o entrambe le marche lungo il segmento A_1A_2 , queste assumeranno nel modello stereoscopico posizioni spaziali differenti



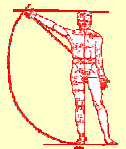
Solo se le due marche stanno esattamente sui due punti omologhi M_1 M_2 si vede la loro immagine unificata, in stereoscopia ed esattamente sul punto corrispondente del modello

Se le due marche sono spostate si vede ancora la loro immagine unificata ma non sul corrispondente punto del modello.

Se le due marche distano dai rispettivi punti omologhi di oltre 3÷5 mm si perde la loro visione stereoscopica ed appaiono sdoppiate.

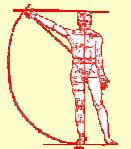


Misura stereoscopica con marca virtuale di collimazione

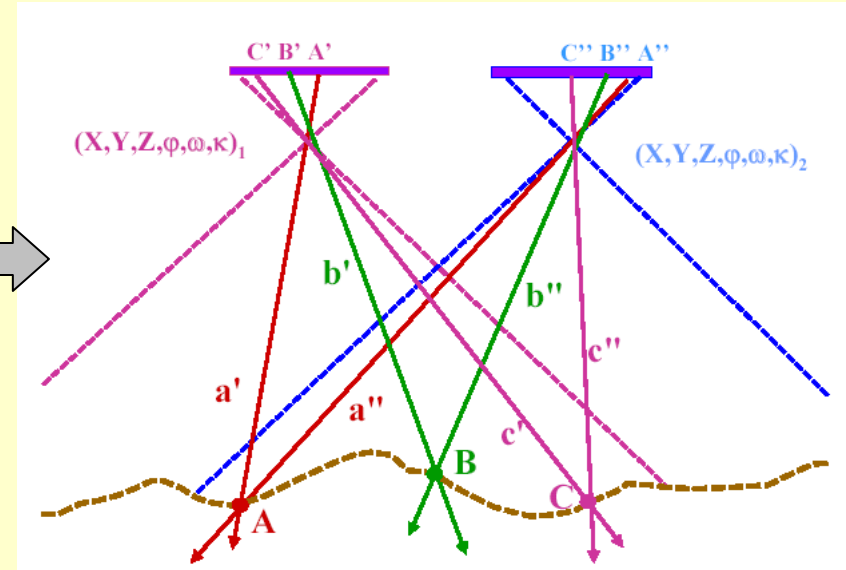
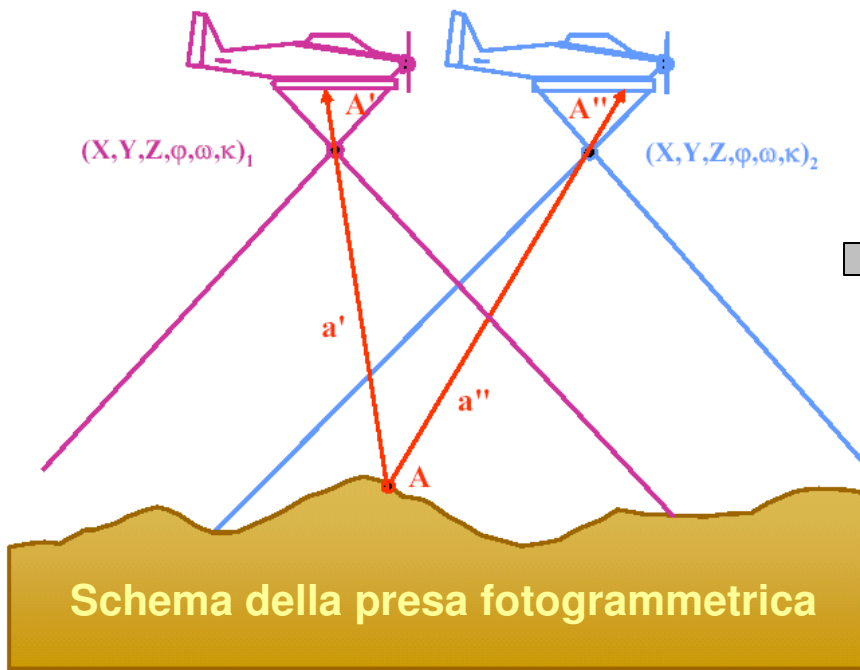


FOTOGRAMMETRIA

Restituzione fotogrammetrica



Per restituzione si intende l'insieme delle operazioni ottico-meccaniche o analitiche che consentono di passare dal modello stereoscopico dell'oggetto fotografato alla sua rappresentazione grafica.



La restituzione fotogrammetrica può essere suddivisa in: *analogica*, *analitica* e *digitale (L.S.)*

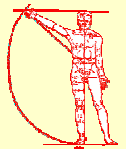
Restituzione analogica

Si basa sulla ricostruzione per via ottica o per via meccanica del percorso inverso dei raggi omologhi i quali, congiungendosi a due a due, formano il modello dell'oggetto fotografato.

Gli strumenti utilizzati prendono il nome di **restitutori analogici** (ripetono cioè fisicamente all'inverso il fenomeno della presa).

L'**operazione di misura** avviene in uno spazio oggetto, fisicamente compreso nell'ambito dello strumento, dove si forma idealmente un modello della superficie dell'oggetto fotografato.

L'operazione di misura consiste nel determinare le **coordinate dei punti di intersezione dei raggi omologhi** rispetto ad un sistema di riferimento strumentale.



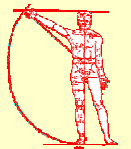
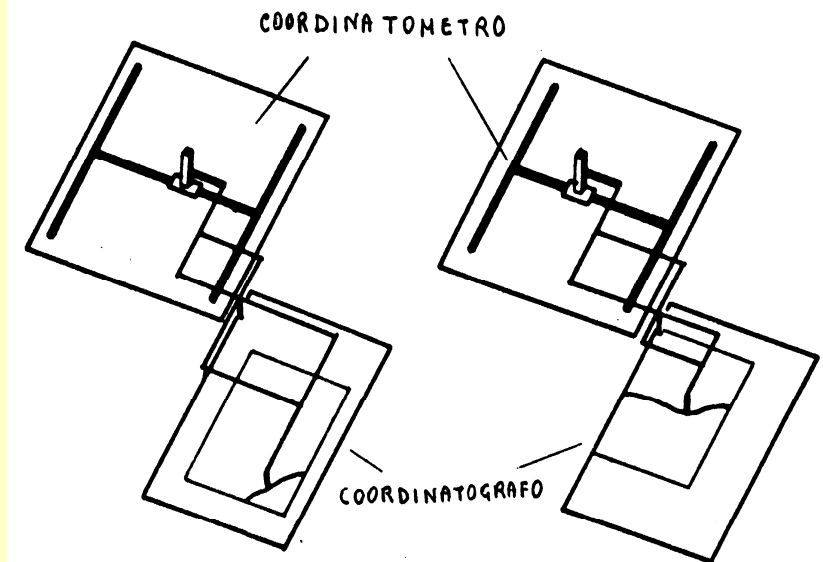
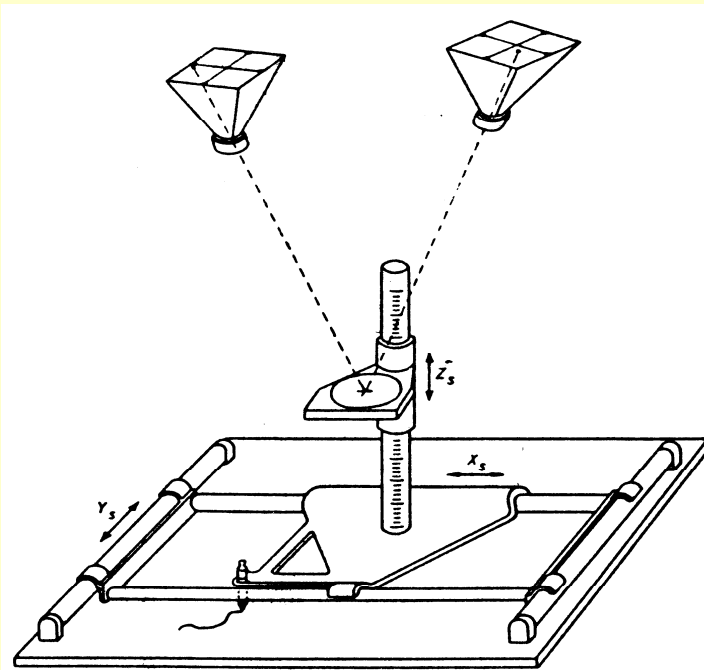
Restitutori a proiezione ottica

Sono essenzialmente costituiti da:

- *due camere di proiezione* (in cui si collocano le diapositive realizzate con il metodo degli anaglifi) che hanno lo stesso obiettivo e lo stesso orientamento interno della camera da presa fotogrammetrica; *la camera di proiezione è libera di ruotare e di spostarsi per assumere un assetto identico a quello che la camera fotogrammetrica aveva al momento dello scatto ma ad una distanza compatibile con le dimensioni del restitutore* (base di restituzione = base di presa/fattore di scala)
- il dispositivo che consente di individuare l'intersezione dei raggi omologhi (con appositi occhiali anaglifici) e di proiettarne la posizione su un piano;
- il *coordinatometro*, il quale serve per la misura delle coordinate dei punti restituiti;
- il *coordinatografo* (collegato al coordinatometro), per mezzo del quale è possibile segnare le posizioni planimetriche dei punti; la punta tracciante è di solito trasferita, tramite opportuni cinematismi, su un apposito tavolo su cui si appoggia il particolare supporto per la restituzione grafica del modello stereoscopico.

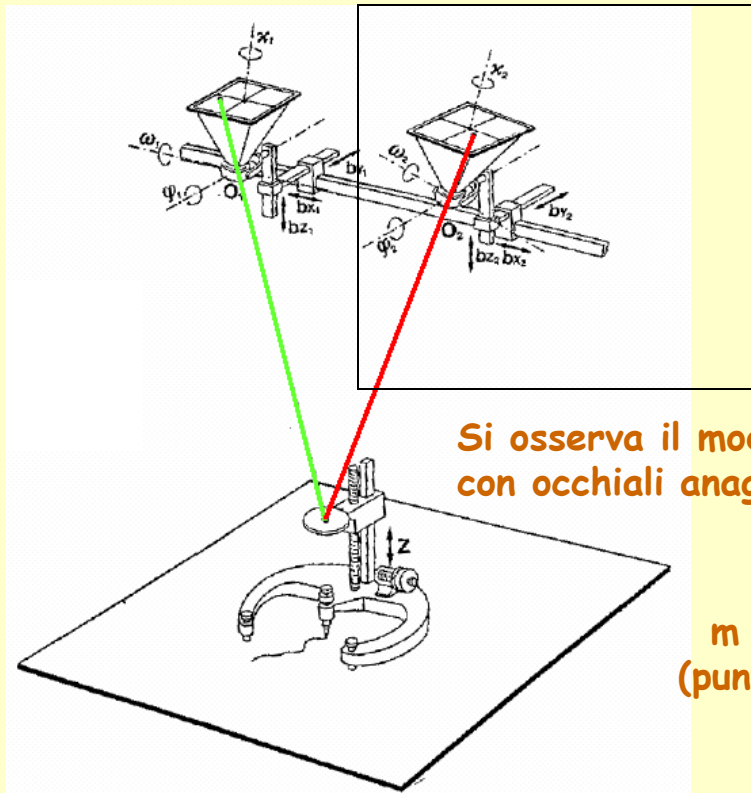


Organi di un restitutore a proiezione ottica



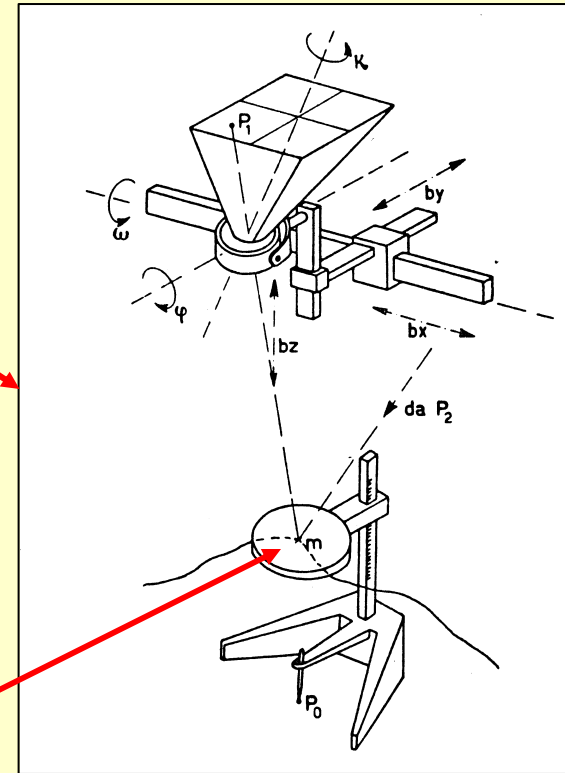
Le diapositive sono realizzate con il metodo degli anaglifi

Prof. V. Franco: Topografia e tecniche cartografiche

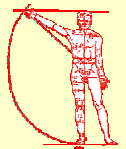


Si osserva il modello con occhiali anaglifici

m = marca (punto luminoso)

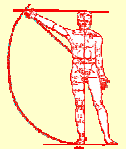
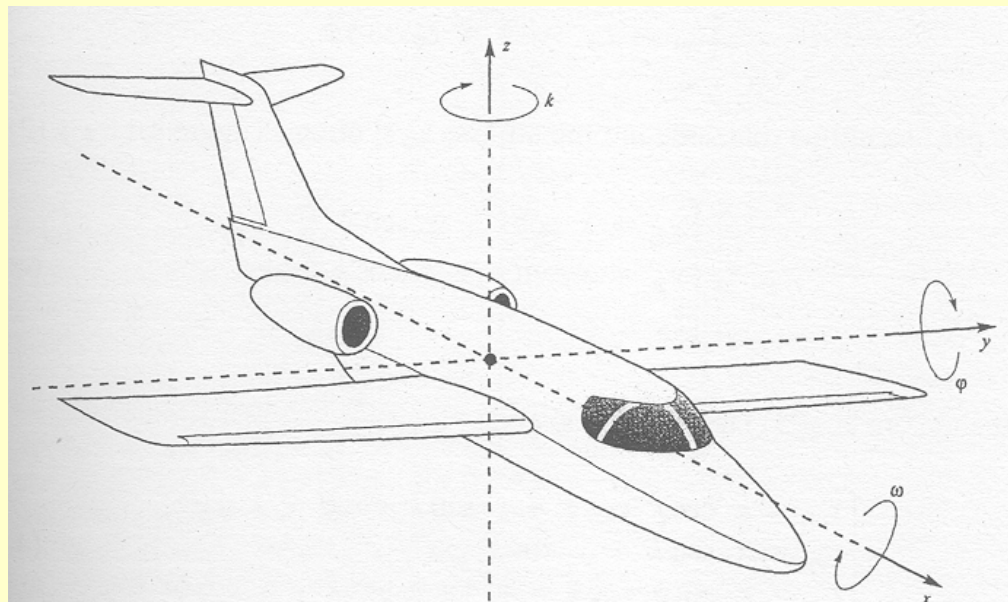


Le camere di proiezione sono dotate dei movimenti necessari a ripristinare l'orientamento esterno (12). Le camere rappresentano infatti due corpi rigidi nello spazio con 6 gradi di libertà ciascuna, e cioè: tre traslazioni, parallele agli assi del coordinatometro, e tre rotazioni, di cui due (inclinazione trasversale ω e inclinazione longitudinale φ) stabiliscono la direzione dell'asse ottico della camera e la terza (sbandamento k) è una rotazione intorno all'asse stesso.



Rotazioni cui è sottoposto l'aereo e quindi la camera
fotogrammetrica con relativo fotogramma all'atto della presa:

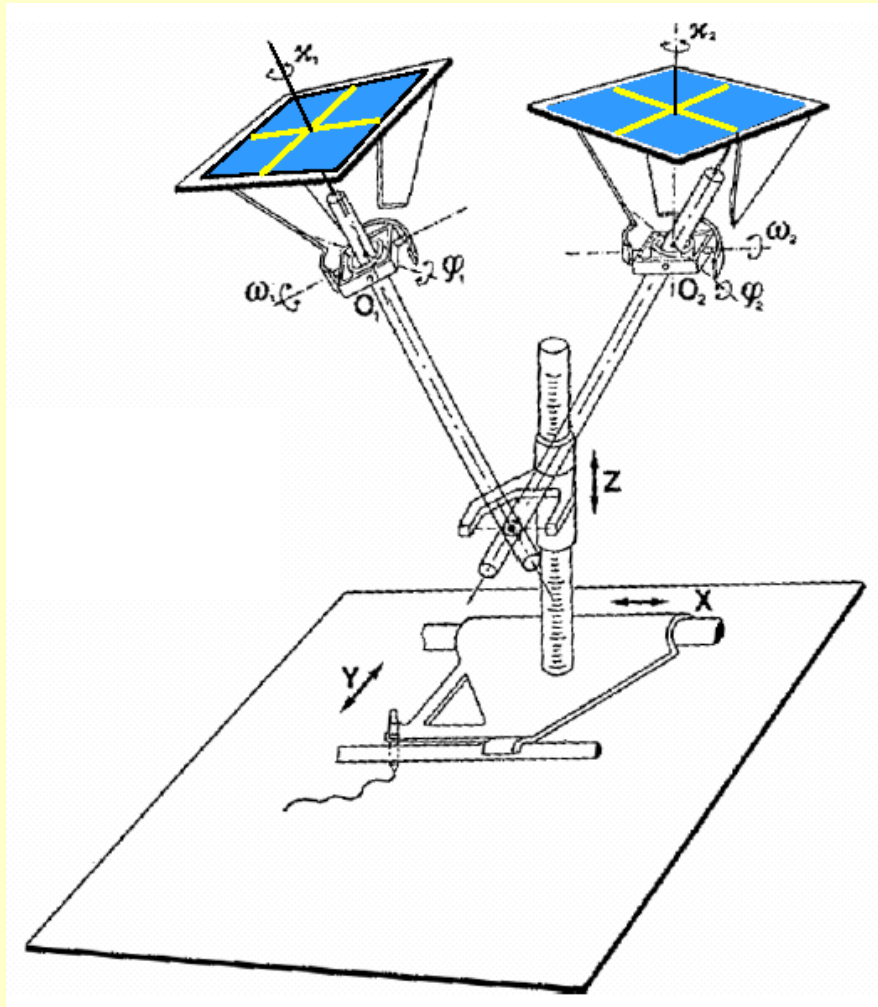
- | | | |
|------------|---|-----------------------------|
| primaria | (inclinazione trasversale o rollio) | ω intorno all'asse X |
| secondaria | (inclinazione longitudinale o beccheggio) | ϕ intorno all'asse Y |
| terziaria | (sbandamento o deriva) | κ intorno all'asse Z |

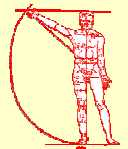
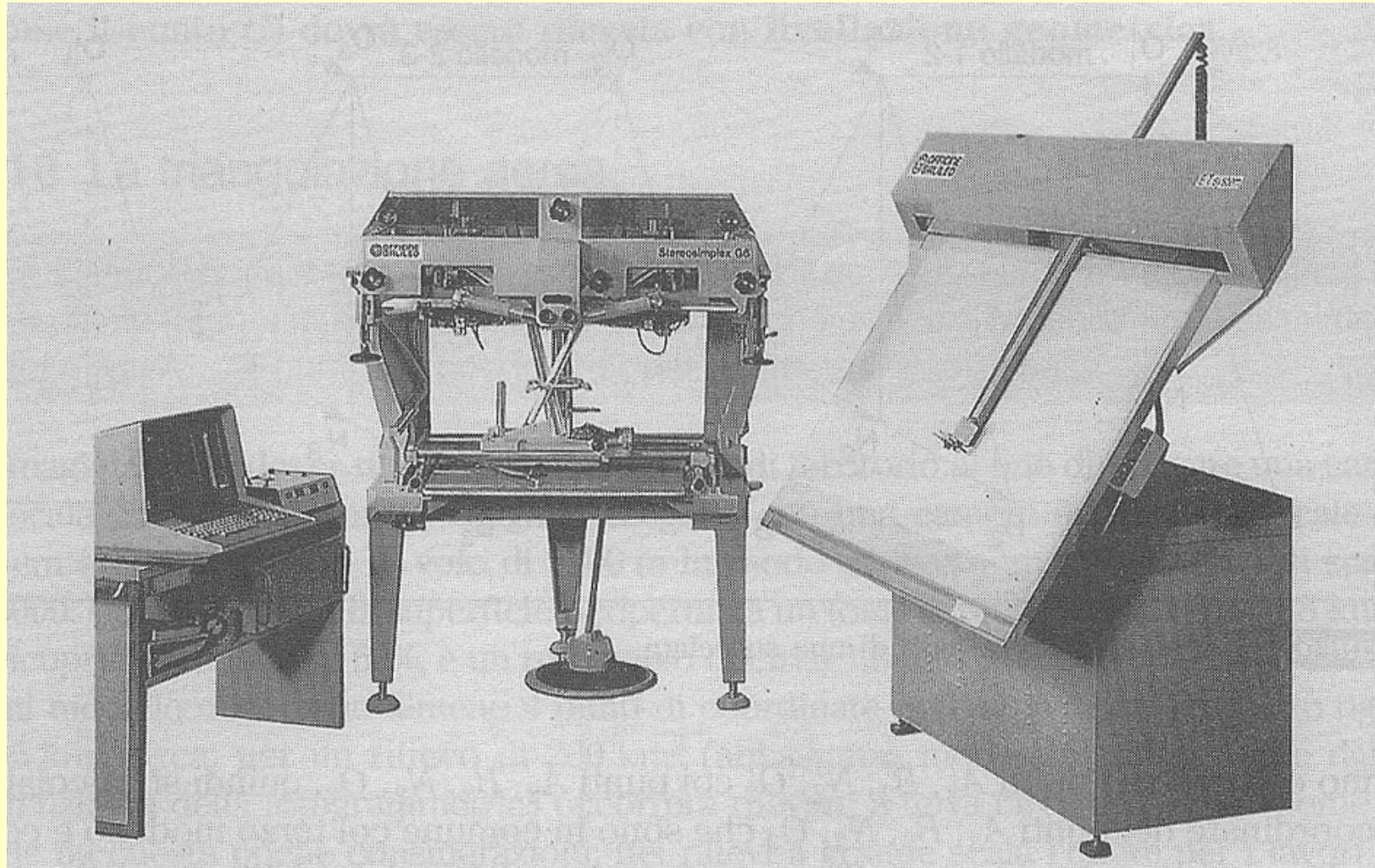


Restitutori a proiezione meccanica

Le coppie di raggi omologhi vengono materializzate da due aste metalliche incernierate con due snodi sferici nei due punti che corrispondono ai centri di proiezione dello strumento ottico (O_1 e O_2). In questo caso si ricercano i punti omologhi sui fotogrammi con il principio della marca mobile.

Come già detto, se le due marche stanno esattamente sui due punti omologhi si vede la loro immagine unificata, in stereoscopia ed esattamente sul punto corrispondente del modello.





Fasi di orientamento

Orientamento interno

Si deve disporre il centro di proiezione e il fotogramma nella posizione relativa che essi avevano all'atto della presa.

Si tratta quindi di posizionare il fotogramma in modo che le immagini delle marche fiduciali coincidano con le marche riprodotte sul telaio porta-fotogrammi dello strumento e di impostare il valore della distanza principale dedotto dal certificato di calibrazione della camera fotogrammetrica.

Orientamento esterno

Come si è già detto, la posizione di una camera nello spazio è definita da sei movimenti, tre lineari e tre angolari; considerando che in un restitutore le camere sono due, i movimenti sono quindi dodici (parametri di orientamento).

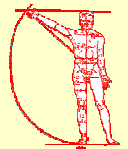
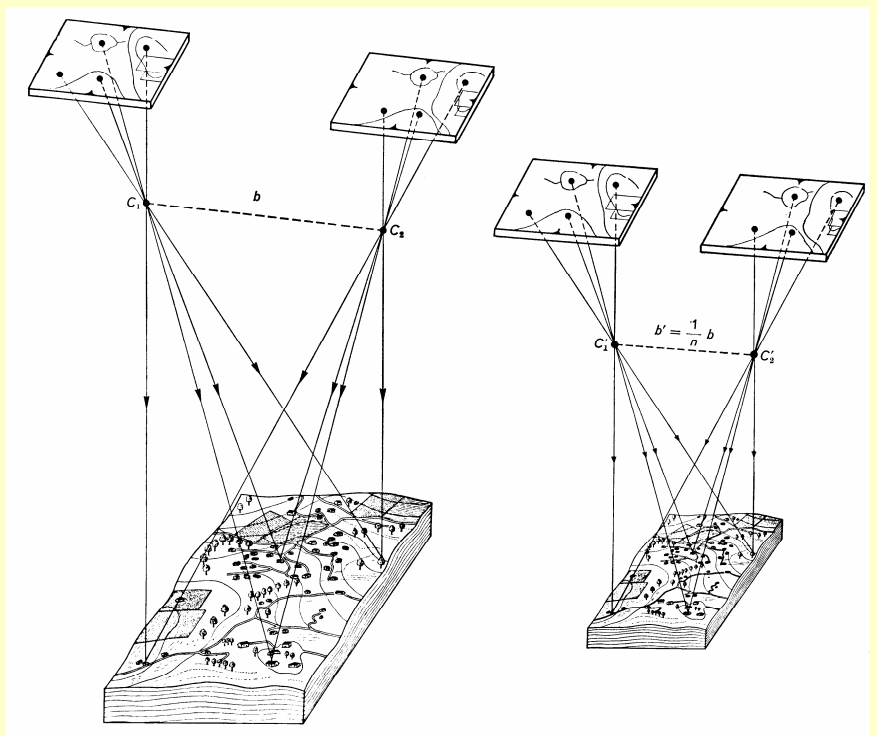
Eeguire l'orientamento esterno significa formare il modello tridimensionale dell'oggetto fotografato in una scala qualunque e in una posizione spaziale arbitraria (*orientamento relativo*), ridurre in scala il modello in rapporto alla scala della carta e ruotarlo e traslarlo rigidamente in modo da orientarlo correttamente rispetto al terreno (*orientamento assoluto*).



Orientamento relativo di una coppia di fotogrammi

Eseguire l'orientamento relativo di una coppia di fotogrammi significa *porre nella corretta posizione una camera rispetto all'altra*.

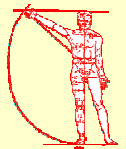
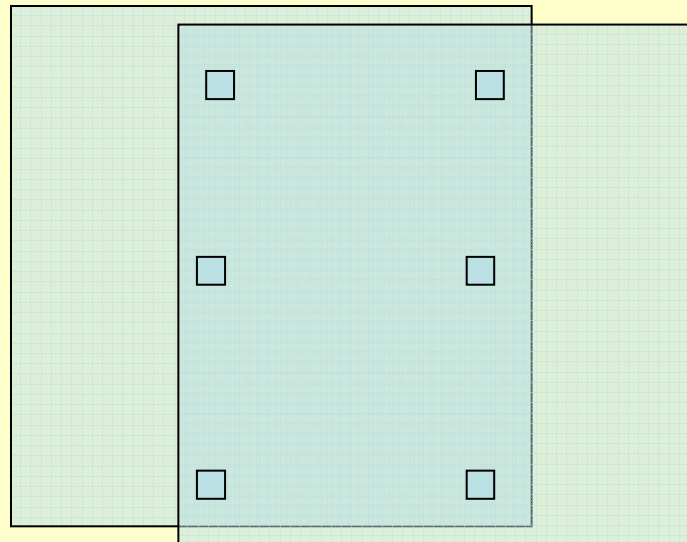
Se posizioniamo arbitrariamente nello spazio una camera del restitutore, sarà sempre possibile trovare la posizione della seconda camera in modo tale che venga realizzata l'intersezione dei raggi omologhi. Poiché ogni camera ha sei gradi di libertà, se ne blocchiamo una e ruotiamo e trasliamo l'altra (considerando che la traslazione lungo la congiungente i centri di proiezione fa solo variare la scala del modello stereoscopico), per realizzare l'*orientamento relativo (asimmetrico)* si avranno solo *cinque movimenti*.



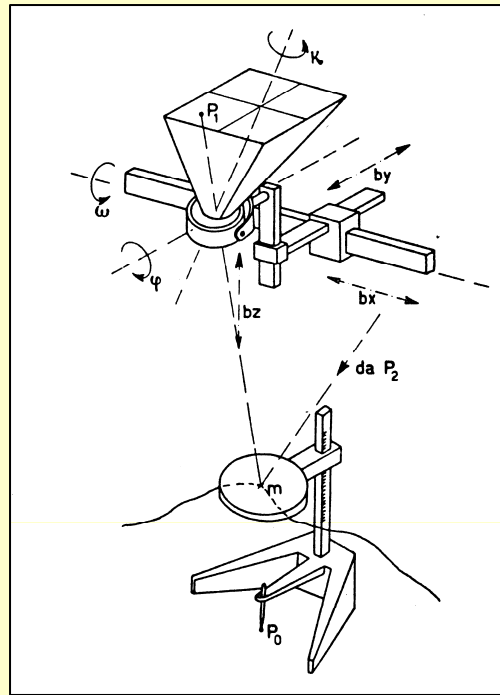
Basta quindi realizzare l'intersezione di **cinque coppie di raggi omologhi** perché si formi il modello stereoscopico; in altre parole bisogna fare in modo che le cinque coppie di raggi omologhi siano **complanari** (prima dell'orientamento relativo infatti i raggi omologhi sono sghembi).

In altre parole, le operazioni per la realizzazione dell'orientamento relativo di una coppia di fotogrammi debbono quindi comportare (come si vedrà in seguito) **l'eliminazione delle parallassi verticali**.

In pratica vengono utilizzati almeno 6 punti (due dei quali corrispondenti alla posizione dei punti principali).



Eliminando le parallassi residue su questi 6 punti, per approssimazioni successive, attraverso gli spostamenti e le rotazioni delle due camere di proiezione, è possibile determinare l'orientamento relativo dei fotogrammi.



Vediamo più in dettaglio in cosa consiste tale operazione.

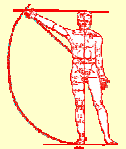


Figura a: i raggi omologhi provenienti dai proiettori S e D non intersecano il piano π (lo schermetto dell'organo di collimazione del restitutore) quando esso si trova nelle posizioni a e c . Poiché lo schermetto può traslare sulla verticale, l'operatore troverà la posizione b in cui avviene la corretta intersezione dei raggi omologhi consentendo di ottenere la proiezione del punto P . Nelle posizioni a e c (ed in n altre), le proiezioni dei raggi del punto P (P_1 e P_2) sono più o meno distanti tra loro: tale distanza prende il nome di parallasse orizzontale (= 0 quando l'intersezione avviene nella posizione b dello schermetto).

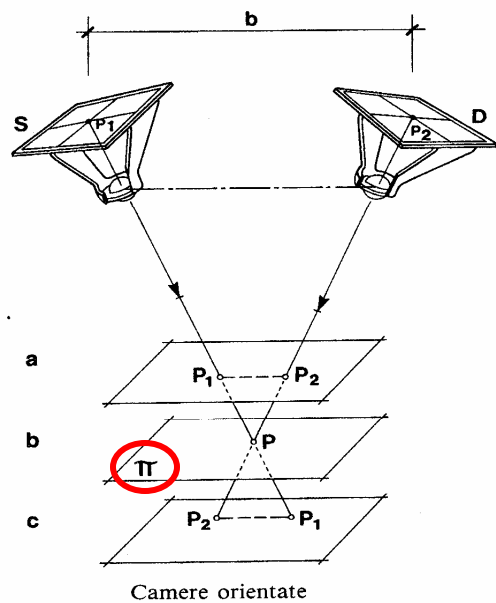


Figura a

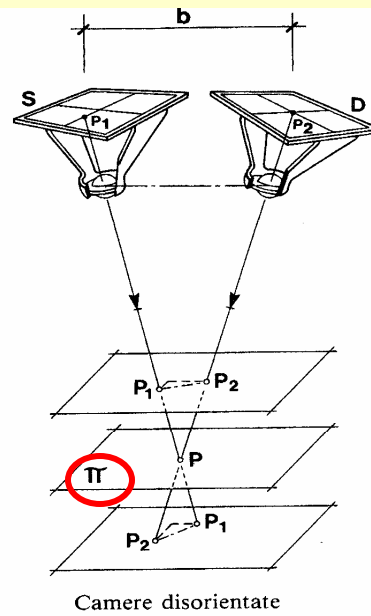
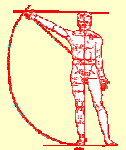
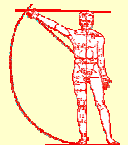
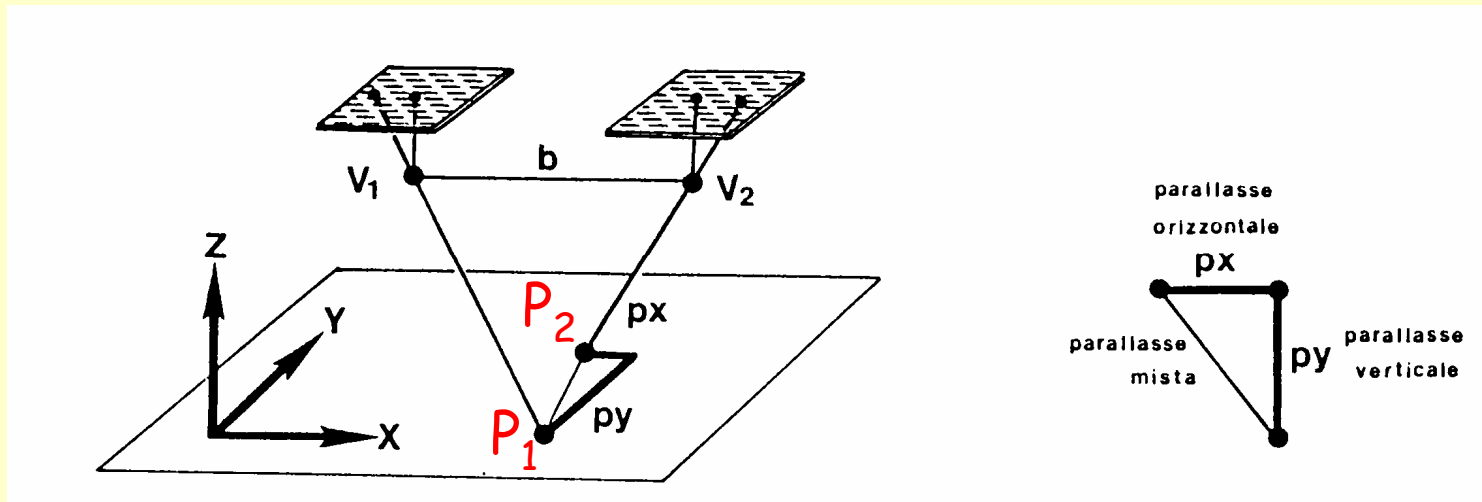


Figura b

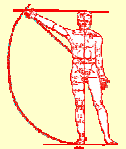
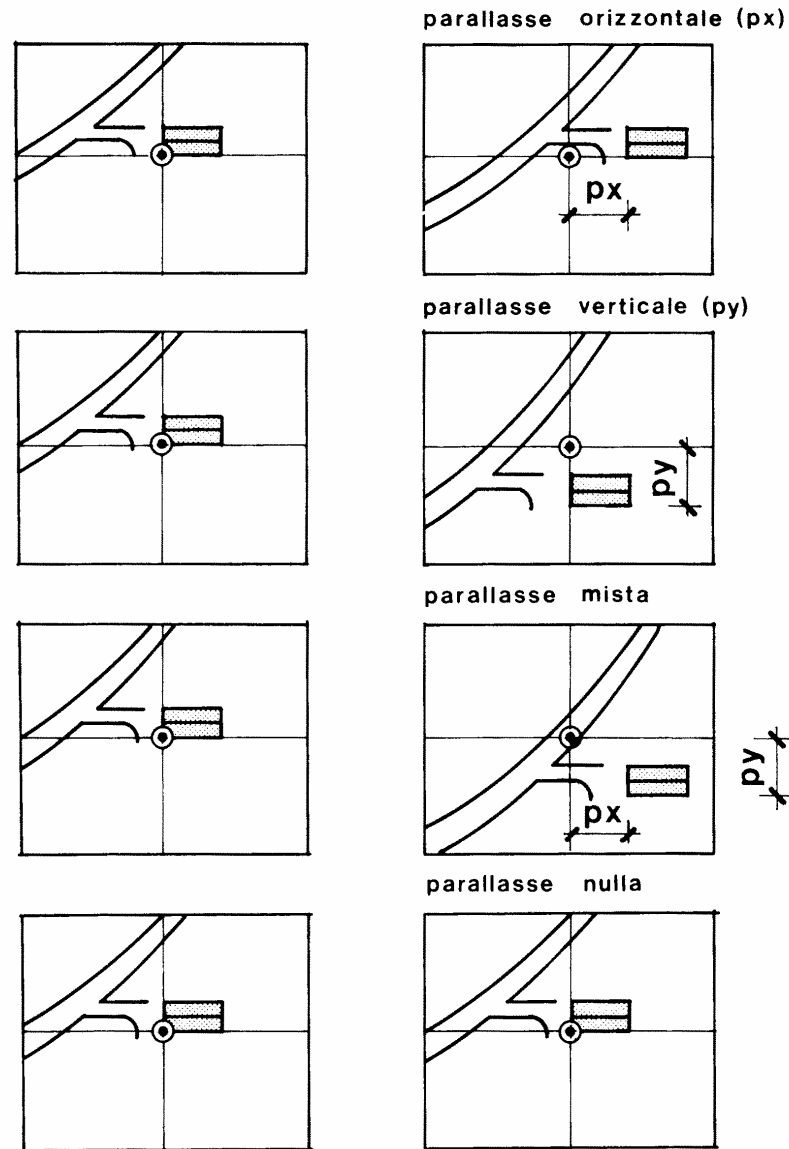
Figura b: in nessuna posizione dello schermetto si ha la corretta intersezione dei raggi omologhi (raggi sghembi); oltre alle parallasse orizzontali (posizioni a e c), si ha un'ulteriore componente detta parallasse verticale che non è annullabile col variare della posizione dello schermetto (non si ha l'intersezione dei raggi omologhi e di conseguenza il modello non potrà formarsi).



Più precisamente, se l'orientamento relativo non è stato realizzato correttamente, si troveranno sui piani orizzontali due punti P_1 e P_2 distanziati di una quantità denominata **paralasse mista**, che può essere scomposta in una **paralasse orizzontale** (px) e in una **paralasse verticale** (py).



Esempio di parallassi

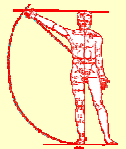


Ricostruito l'orientamento relativo (con movimenti relativi lineari e angolari tra le due camere), proiettando i due fotogrammi si è in condizioni di osservazione stereoscopica (ad esempio, con il metodo anaglifico). Si vede cioè l'immagine tridimensionale del terreno, con **esaltazione delle quote**.

E' così possibile (tramite lo schermetto di collimazione) individuare l'intersezione dei raggi omologhi e determinare quindi le coordinate modello (x, y, z) dei punti desiderati con il coordinatometro.

Per realizzare la carta, è necessario però ottenere le coordinate di tutti i punti d'interesse nel sistema assoluto, cioè per es. nel sistema cartografico Gauss-Boaga.

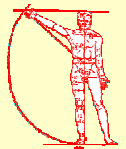
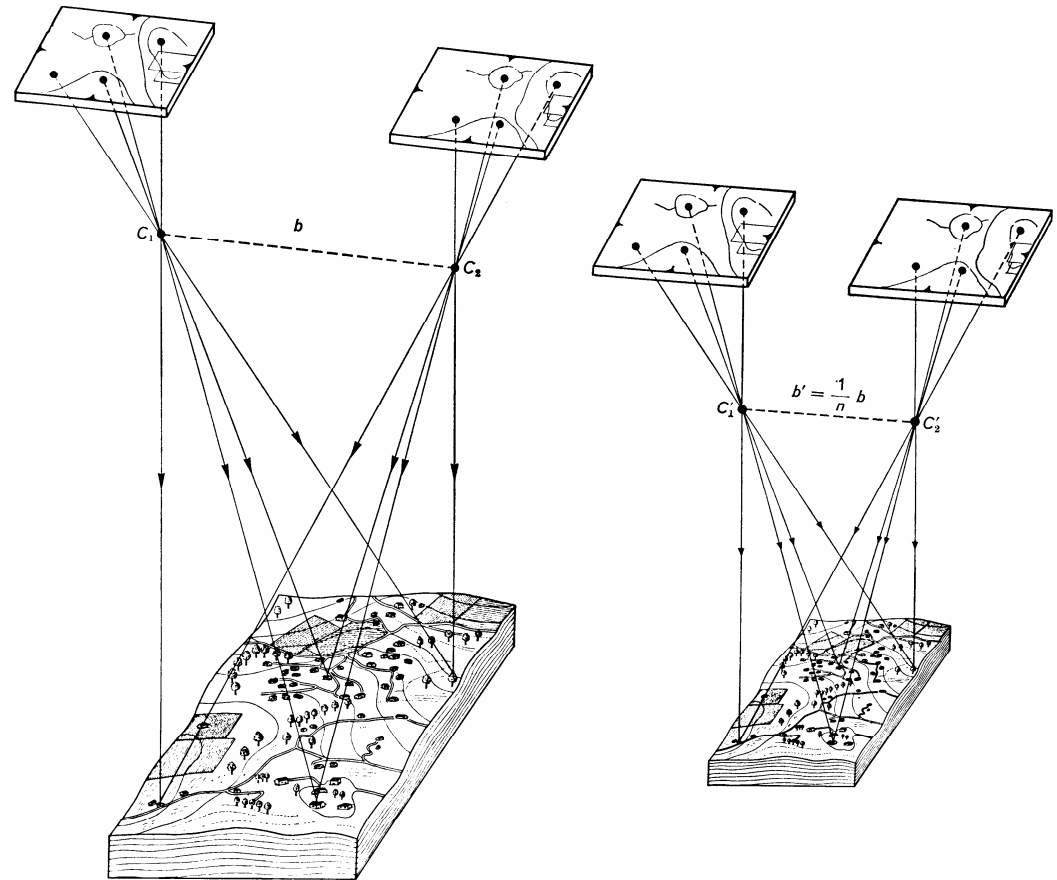
A tale risultato si giunge per via indiretta tramite la conoscenza delle coordinate GB di un numero congruo di punti (**punti di appoggio**).



Orientamento assoluto di un modello stereoscopico

Dopo le operazioni di orientamento relativo il modello stereoscopico, considerato come un unico corpo rigido, viene riportato ad una scala nota attraverso la variazione della *base strumentale*.

Per eseguire questa operazione è sufficiente conoscere la distanza reale tra due punti individuati con sicurezza sul modello fotogrammetrico.



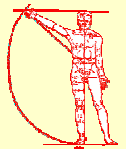
Dopo il riporto in scala (*dimensionamento*) il modello stereoscopico viene correttamente orientato (*posizionamento*) nel sistema di riferimento assoluto (per es. il sistema cartografico Gauss-Boaga).

Per le operazioni di dimensionamento e posizionamento è necessario conoscere le coordinate plano-altimetriche di due punti e la quota di un terzo punto; questi punti, chiamati **punti di appoggio**, devono essere ben visibili sui fotogrammi.

Tale condizione è quella minima indispensabile; l'operazione sarà priva di qualsiasi controllo (i due vertici di coordinate note forniranno un solo valore di distanza e i tre vertici di quota nota descriveranno un solo piano).

Le coordinate di questi punti sono in genere determinate attraverso operazioni di rilevamento topografico classico o satellitare.

Il modello stereoscopico può essere visto come un corpo rigido nello spazio del quale dobbiamo vincolare sei gradi di libertà (tre traslazioni e tre rotazioni indipendenti) e a cui dobbiamo attribuire un fattore di scala.

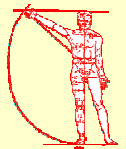


In pratica si utilizzano 5 punti di appoggio (4 noti nelle tre coordinate ed 1 solo in quota) invece dei tre strettamente necessari in quanto è necessario ridurre l'influenza degli errori di misura sulla determinazione dei parametri di orientamento assoluto.

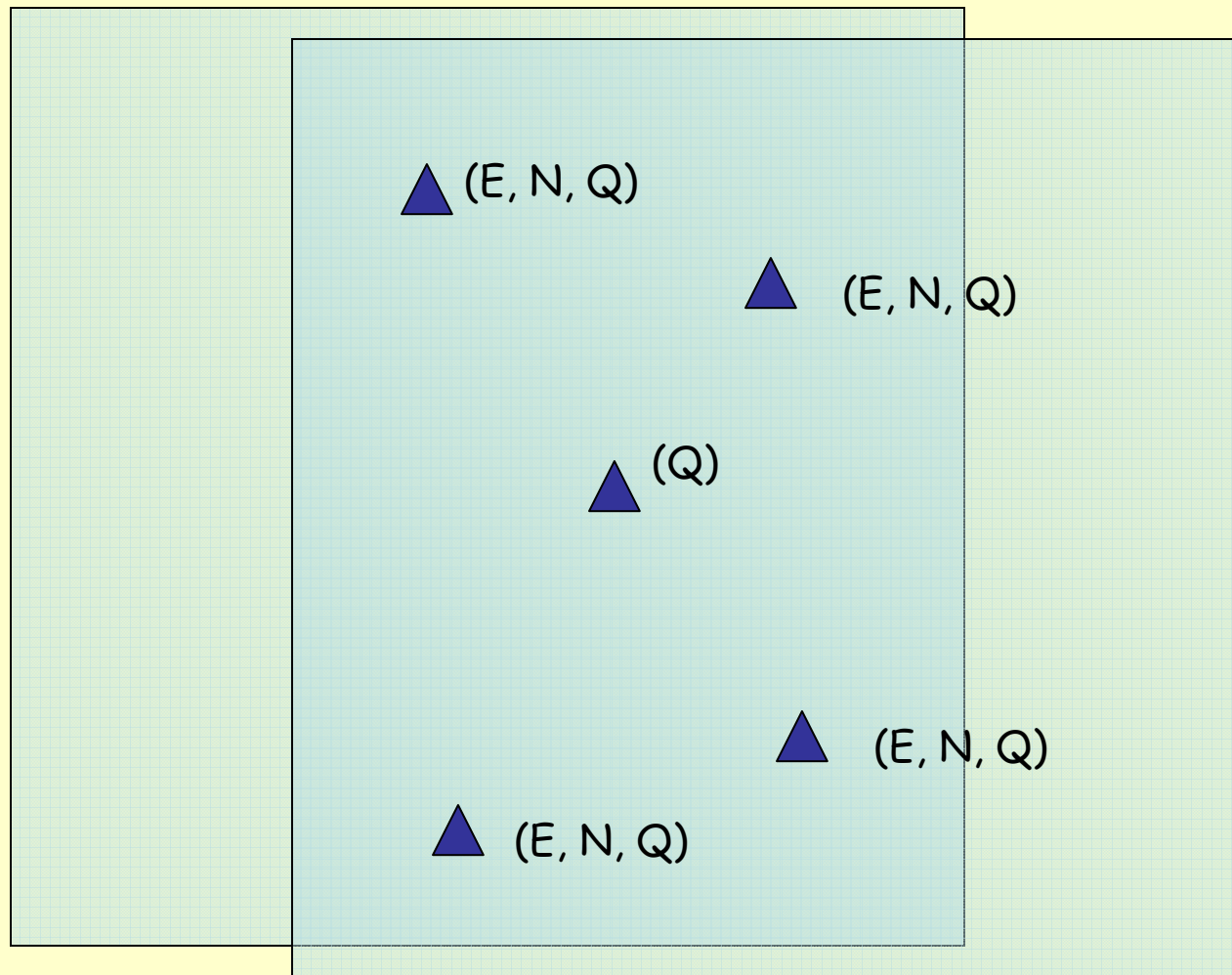
Tali errori sono sia quelli dovuti alle precedenti misure eseguite allo strumento, sia all'errore con cui sono state determinate le coordinate N,E,Q dei punti di appoggio.

Tale numero di punti (5) si riferisce a modelli idonei a consentire la costruzione di carte a media scala (1:10000-1:5000).

Se la scala della carta è più grande (1:2000-1:1000) tale numero crescerà per rispettare le tolleranze cartografiche previste.

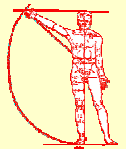
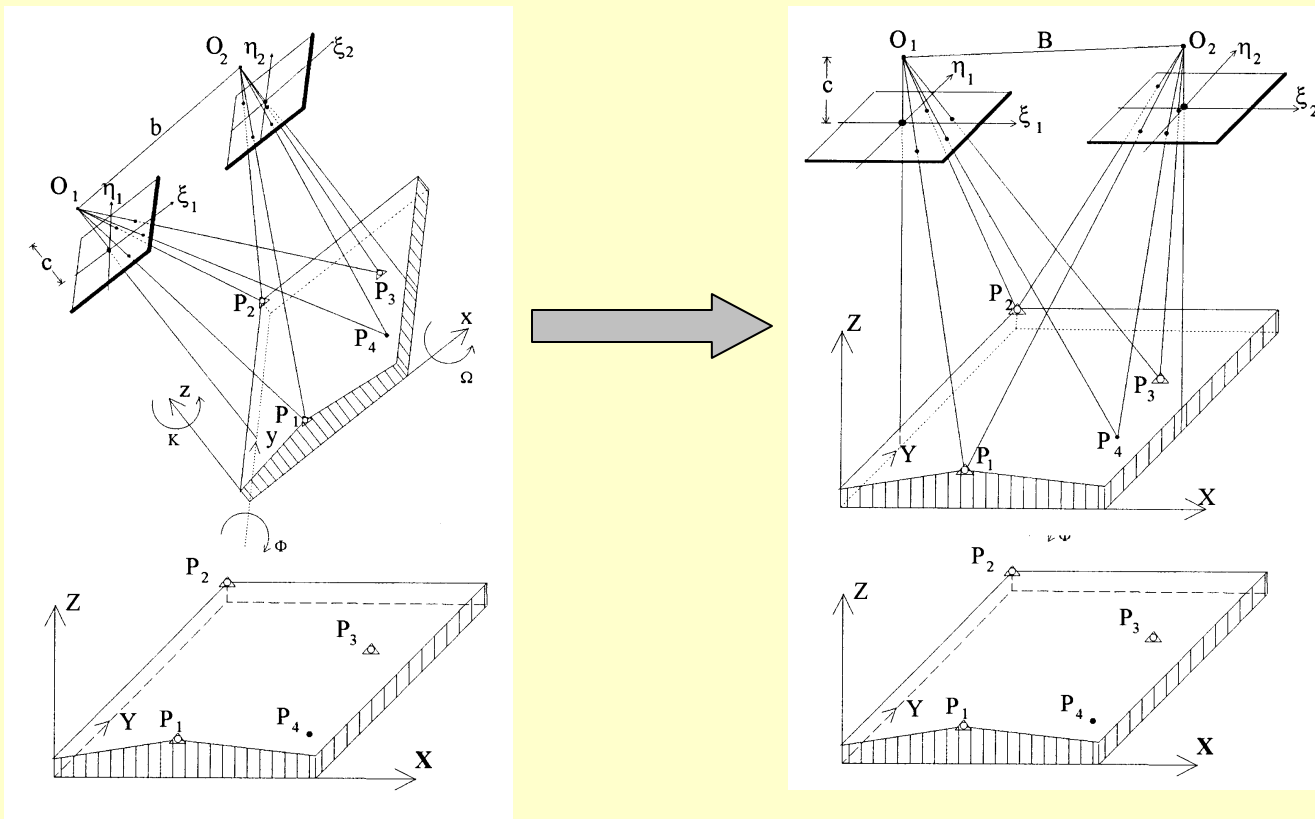


Disposizione dei punti di appoggio nel modello stereoscopico (per carte a media scala)



Eeguire l'orientamento assoluto significa imporre pertanto:

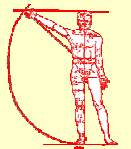
- tre traslazioni N_0, E_0, Q_0 al modello stereoscopico ottenuto con l'orientamento relativo, in modo che i punti di appoggio individuati sul modello stereoscopico vadano a coincidere con i corrispondenti punti nel sistema assoluto.
- tre rotazioni Ω, Φ, K
- un fattore di scala Λ



La fotogrammetria analitica

Opera misurando direttamente sui fotogrammi la differente posizione delle due immagini di uno stesso punto e, con sole operazioni di calcolo, determina la posizione spaziale del punto (coordinate assolute o terreno X, Y, Z).

Gli strumenti utilizzati prendono il nome di **restitutori analitici**

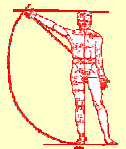
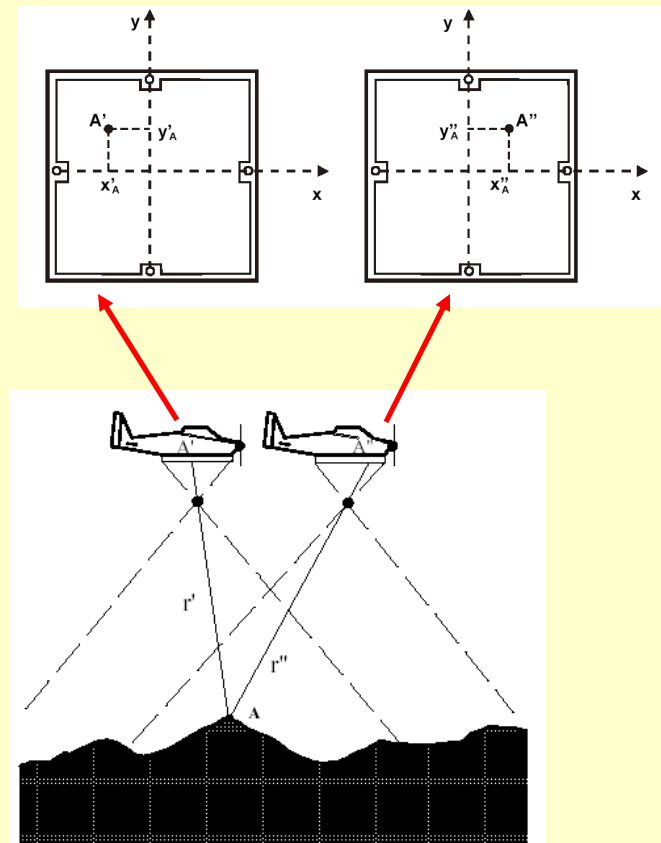


Restitutori analitici

La fotogrammetria analitica richiede che la posizione dei punti immagine sui fotogrammi venga espressa in funzione di coordinate cartesiane rispetto ad un sistema di riferimento interno al fotogramma stesso.

Il sistema di riferimento interno al fotogramma può essere schematicamente definito da:

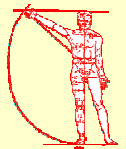
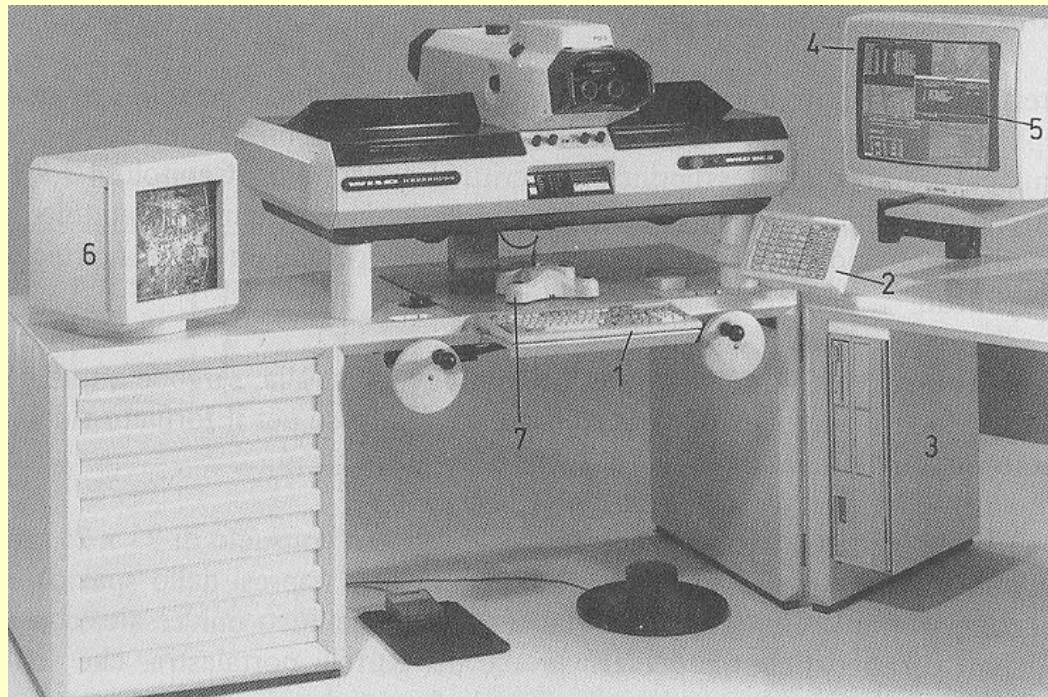
- origine del sistema coincidente con il centro del fotogramma;
- assi x e y materializzati dalle rette che congiungono le marche fiduciali.

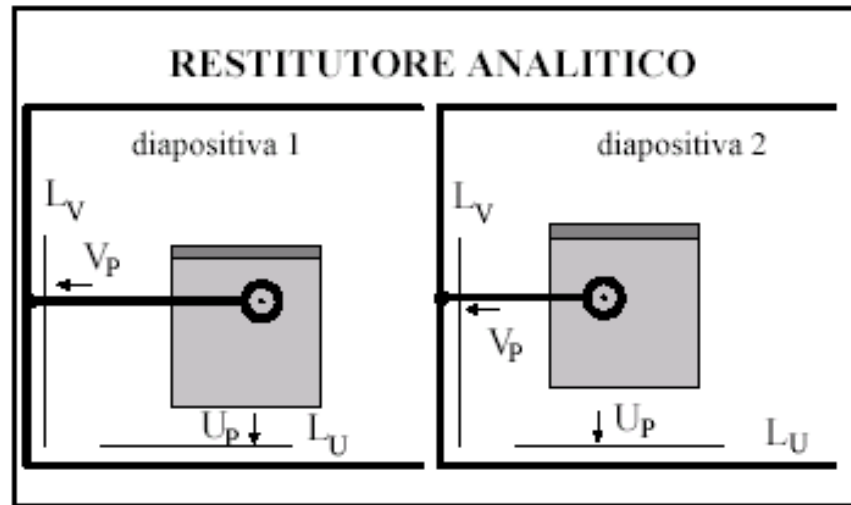


La misura delle coordinate immagine x,y viene fatta per mezzo di strumenti che prendono il nome di restitutori analitici.

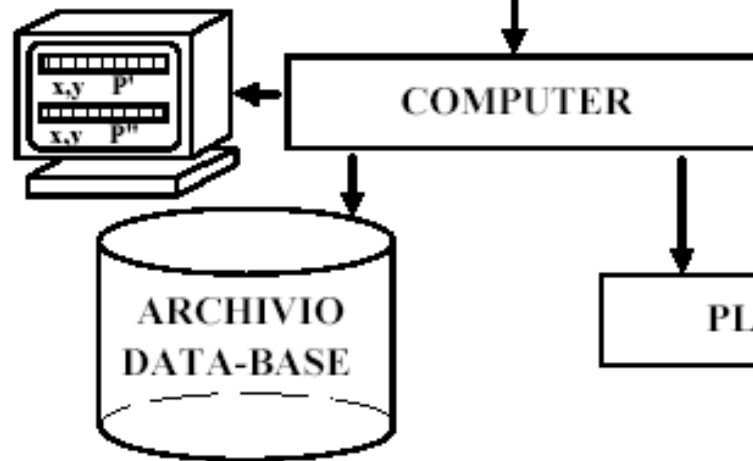
I restitutori analitici sono composti da:

- una struttura ottico-meccanica;
- un calcolatore elettronico (PC);
- (un plotter).



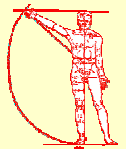


Struttura ottico-meccanica



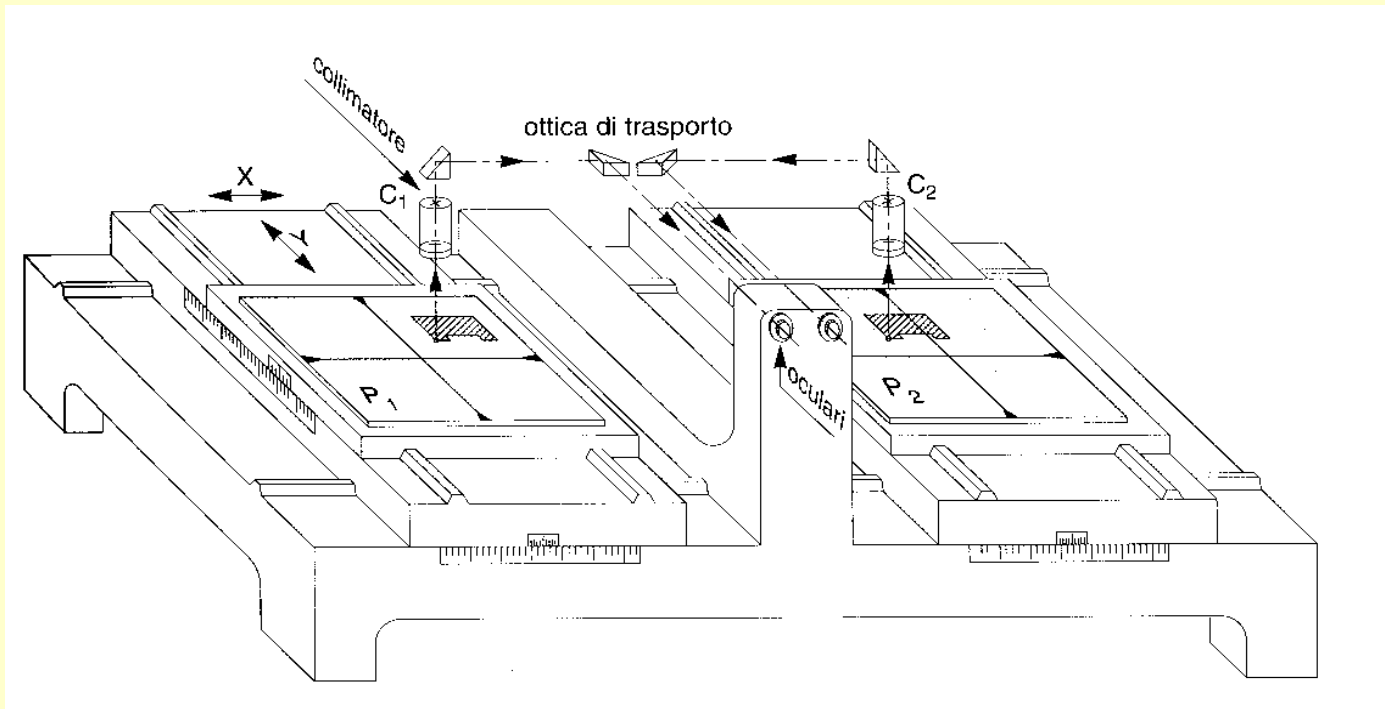
Calcolatore elettronico

Plotter



La parte ottico-meccanica prende il nome di **stereocomparatore** ed è composto da:

- 1) uno stereoscopio a prismi (riflessione totale) per la visione stereoscopica dei fotogrammi;
- 2) un traguardo di lettura fisso (collimatore) per leggere, per ogni punto del fotogramma, le coordinate U_p , V_p riferite la sistema di riferimento strumentale.
- 3) una struttura per l'esplorazione dei fotogrammi.



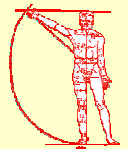
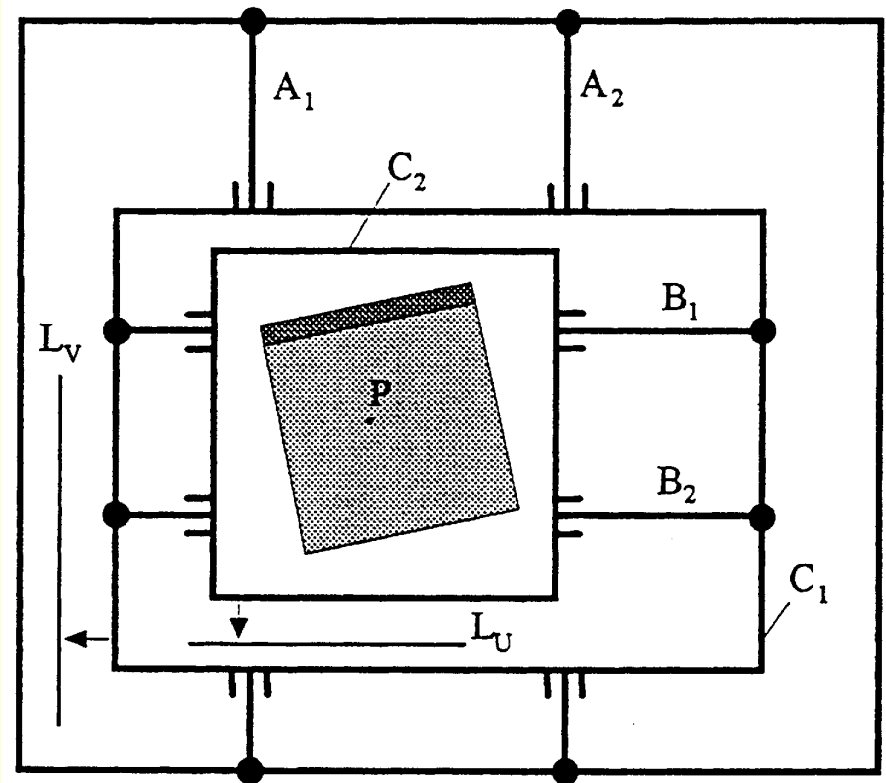
La struttura per l'esplorazione dei fotogrammi è composta da:

- due guide fisse (A_1 e A_2) su cui è appoggiato un primo carrello C_1 ;
- due guide fisse (B_1 e B_2), solidali a C_1 , su cui è appoggiato un carrello C_2 detto *portalastra*.

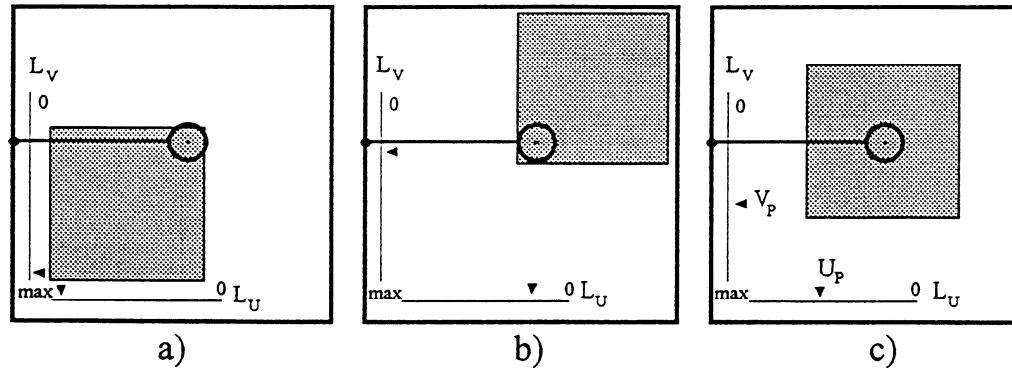
I due carrelli C_1 e C_2 possono traslare lungo le rispettive guide mossi da appositi servomotori comandati dal PC.

Due graduazioni elettroniche L_v per C_1 e L_u per C_2 consentono di:

- materializzare un sistema di riferimento strumentale (U, V);
- misurare gli spostamenti dei carrelli.



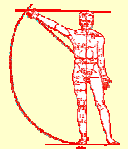
Sopra a questi dispositivi vi è un traguardo di lettura fisso (collimatore) costituito da una **lente** con una **marca di collimazione**



Facendo traslare la diapositiva, mediante il movimento dei due carrelli C_1 e C_2 , sotto la marca nelle due direzioni U, V , è possibile portare in corrispondenza della marca stereoscopica qualsiasi punto della diapositiva.

Il sistema è calibrato in modo che, in ogni istante, vengano attribuite al punto che si trova in corrispondenza della marca, le coordinate U_P, V_P che vengono lette dai due sensori sulle graduazioni elettroniche L_U ed L_V (figura c)

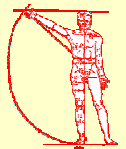
Nella figura si sono indicate tre posizioni dei carrelli che portano sotto la marca di collimazione tre diversi punti del fotogramma.



Le coordinate strumentali di un generico punto P sui due fotogrammi saranno quindi $(U_p, V_p)_1$ e $(U_p, V_p)_2$.

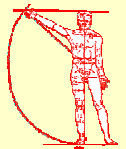
Si ricorda che **collimare stereoscopicamente** un punto vuol dire far coincidere la marca dell'oculare di destra e quella dell'oculare di sinistra rispettivamente con i punti omologhi P_1 e P_2 del punto P sui due fotogrammi.

La qualità di uno strumento restitutore analitico dipende principalmente dalla qualità del suo sistema ottico-meccanico e dalla precisione con cui è possibile determinare le coordinate strumentali (U_p, V_p) . Nei migliori strumenti basati sul sistema ottico-meccanico, usando la collimazione stereoscopica, è possibile determinare le coordinate strumentali di un punto con un **errore di ± 2 micron** su ciascuna coordinata.



Nel **calcolatore elettronico** risiedono i programmi che costituiscono il **software di gestione** dello strumento e che servono per eseguire i calcoli previsti dalle varie operazioni fotogrammetriche (**orientamenti, restituzione**); il calcolatore (in genere un normale PC) è dotato di monitor che serve come interfaccia strumento-operatore per la visualizzazione della restituzione vettoriale che viene prodotta.

Il **plotter** serve per tracciare su carta il risultato della restituzione; questa periferica è però ormai raramente inclusa nelle componenti del restitutore poiché la produzione su carta avviene **fuori linea** (cioè dopo la fase di restituzione) dopo che il risultato della restituzione ha subito delle elaborazioni che sono il risultato della fase di **ricognizione** e di **editing**.



Orientamento interno

Eeguire le procedure di orientamento interno di un fotogramma significa, oltre che introdurre la distanza principale, svolgere una serie di operazioni che portano alla **determinazione dei parametri necessari per passare dalle coordinate strumentali (U_p, V_p) alle coordinate nel sistema di riferimento interno del fotogramma (x_p, y_p).**

Consideriamo un fotogramma appoggiato sul carrello portalastre in una posizione casuale; le relazioni che legano le coordinate di un punto immagine P nel sistema strumentale (U, V) alle coordinate del medesimo punto nel sistema di riferimento interno (x, y) sono:

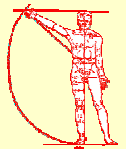
$$x_p = x_0 + U_p \cos \alpha + V_p \sin \alpha$$

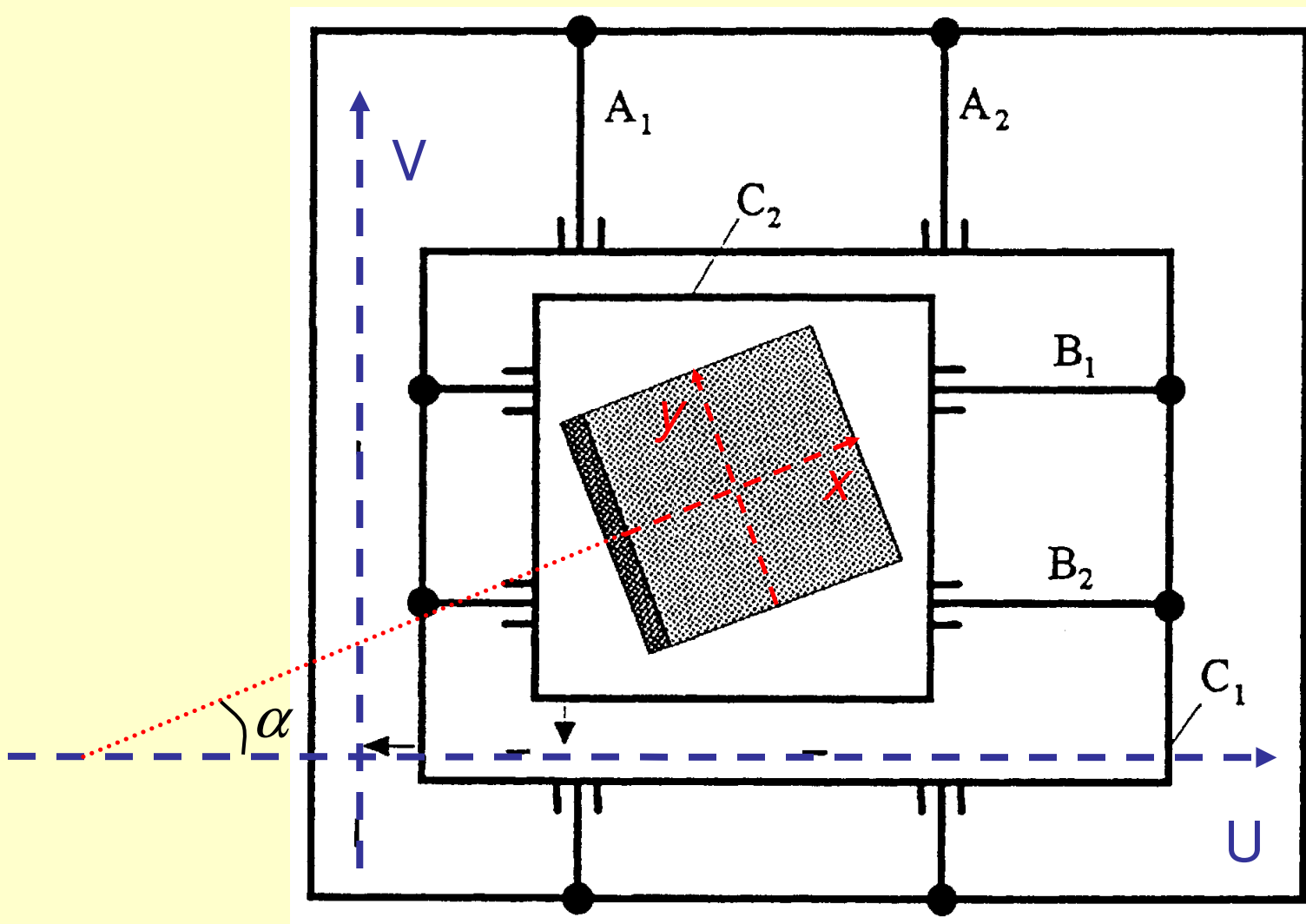
$$y_p = y_0 + U_p \sin \alpha + V_p \cos \alpha$$

(roto-traslazione su un piano)

$x_0, y_0 \Rightarrow$ coordinate dell'origine del sistema (U, V) nel sistema (x, y)

$\alpha \Rightarrow$ angolo formato dall'asse x con l'asse U



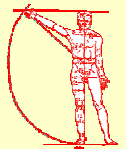


Considerando le quattro marche fiduciali avremo che:

- le coordinate x_p, y_p di ogni singola marca sono note dal certificato di calibrazione;
- le rispettive coordinate strumentali U_p, V_p vengono misurate monoscopicamente su ogni fotogramma con lo stereocomparatore.

Possiamo quindi impostare un sistema di 8 equazioni (due per ogni marca) in tre incognite x_0, y_0 e α .

La determinazione (tramite l'orientamento interno) dei tre valori x_0, y_0 e α consente di passare da coordinate strumentali (U_p, V_p) a coordinate lastra (x_p, y_p) per ogni punto del fotogramma.



A causa delle **deformazioni presenti nel fotogramma** dovute a vari fattori (es. sviluppo, stampa dei negativi, ecc.) la trasformazione tra i due sistemi considerati può essere eseguita in maniera più corretta considerando anche di introdurre un **fattore di scala**.

In questo caso avremo quindi la seguente relazione:

$$x_p = x_0 + \lambda_x U_p \cos \alpha + \lambda_y V_p \sin \alpha$$

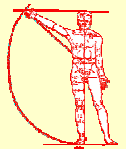
$$y_p = y_0 + \lambda_x U_p \sin \alpha + \lambda_y V_p \cos \alpha$$

(trasformazione affine)

con

$\lambda_x, \lambda_y \Rightarrow$ fattore di scala lungo l'asse x e y rispettivamente.

Anche in questo caso, considerando quattro marche fiduciali avremo un sistema di 8 equazioni (due per ogni marca) ma con cinque incognite $x_0, y_0, \alpha, \lambda_x$ e λ_y , che una volta risolto mi consente di passare dal sistema strumentale a quello immagine e viceversa.



Orientamento esterno

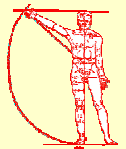
Determinare l'orientamento esterno di un fotogramma significa calcolare i parametri X^0 , Y^0 , Z^0 e ω , φ , κ che consentono di stabilire la posizione dei centri di presa e l'assetto del fotogramma al momento della presa rispetto al sistema di riferimento assoluto (Es. coordinate N, E, Q).

Possono essere applicate varie procedure:

- orientamento esterno di un singolo fotogramma (vertice di piramide o *space resection*);
- orientamento esterno globale di una coppia di fotogrammi;
- **orientamento esterno di una coppia di fotogrammi in due fasi.**

Tralasciando le prime due procedure descriviamo in dettaglio la terza che prevede, per l'esecuzione dell'orientamento, le due seguenti fasi:

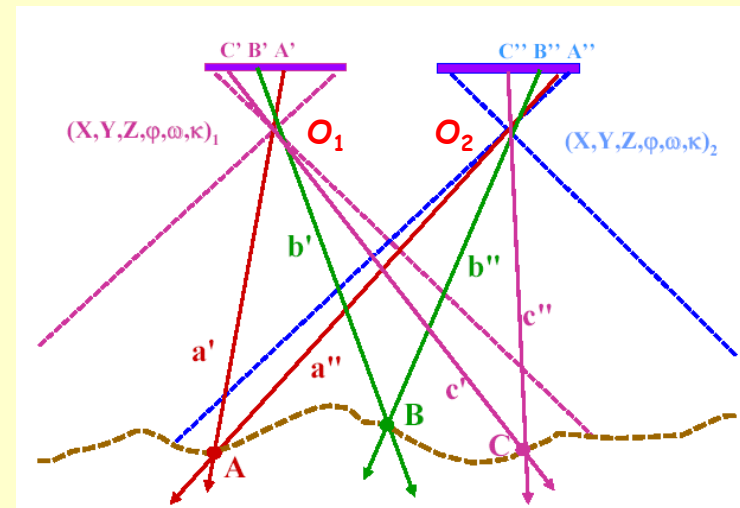
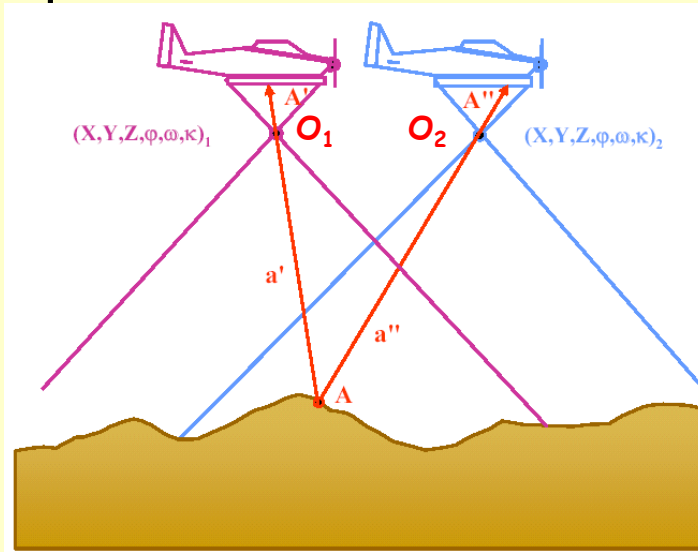
- orientamento relativo
- orientamento assoluto



Orientamento relativo

Eeguire l'orientamento relativo di due fotogrammi significa determinare, in un sistema di riferimento arbitrario, la posizione che un fotogramma aveva rispetto all'altro al momento della presa.

Poiché al momento della presa le due immagini A' e A'' sono generate da uno stesso punto A del terreno, se rimettiamo (analiticamente) i due fotogrammi nella stessa posizione reciproca che essi avevano al momento della presa, anche se essi hanno nell'insieme una posizione qualsiasi nello spazio, i due raggi omologhi che proiettano (analiticamente) A' e A'' dai punti di presa O_1 e da O_2 rispettivamente, si incontreranno nuovamente in un punto che corrisponde a A .



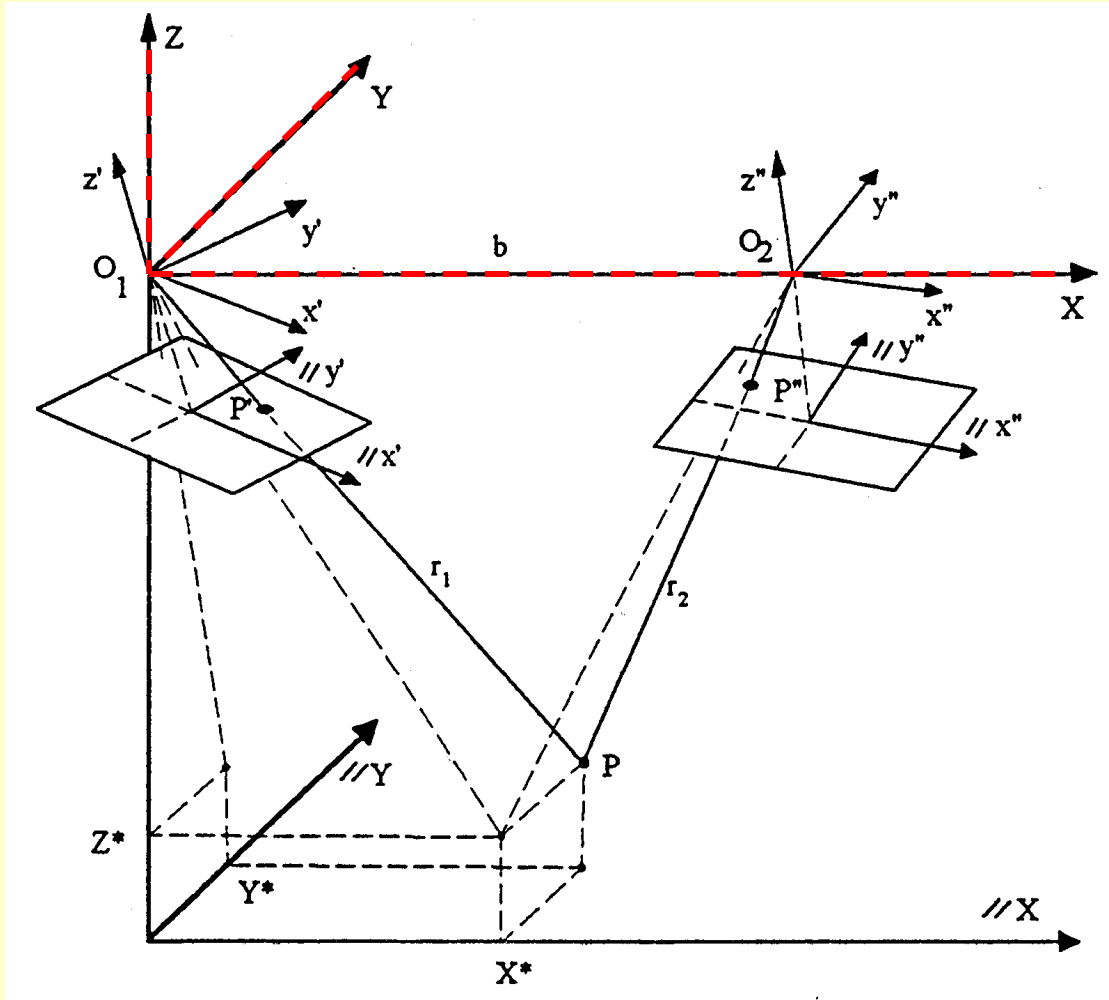
L'assetto dei due fotogrammi nel loro insieme rispetto al sistema assoluto al momento della presa non è noto.

Posizioniamo l'uno rispetto all'altro nella **stessa posizione reciproca che avevano al momento della presa**, ma in una posizione qualsiasi nello spazio.

La terna di riferimento (X,Y,Z) che sarà scelta per esprimere i parametri che determinano la posizione reciproca dell'uno rispetto all'altro sarà una **terna arbitraria scelta in maniera opportuna**, cioè:



Si impone che l'origine del sistema di riferimento (X,Y,Z) coincida con O_1 e che l'asse X del sistema di riferimento passi per O_2 .



Così facendo si sono imposte le seguenti condizioni:

$$X_1^0 = Y_1^0 = Z_1^0 = 0$$

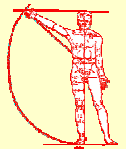
$$Y_2^0 = Z_2^0 = 0$$

$$X_2^0 = \text{base di presa}$$

Riprendendo le equazioni di collinearità, si può dimostrare che l'equazione che deve essere soddisfatta per ogni coppia di punti omologhi quando i due fotogrammi sono correttamente orientati in maniera relativa risulta:

$$\frac{b_{21}x''+b_{22}y''+b_{23}z''}{b_{31}x''+b_{32}y''+b_{33}z''} - \frac{a_{21}x'+a_{22}y'+a_{23}z'}{a_{31}x'+a_{32}y'+a_{33}z'} = 0 \quad (1)$$

dove i termini a_{ij} e b_{ij} sono i termini della matrice di rotazione $[M]$ che è funzione dei valori di assetto angolare ω , φ , κ per ciascun fotogramma.



I parametri incogniti sarebbero quindi i valori angolari dei due fotogrammi

$$\omega_1, \varphi_1, \kappa_1 \text{ e } \omega_2, \varphi_2, \kappa_2$$

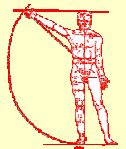
Ma se si sceglie, com'è lecito, la terna in maniera tale che l'asse X^* risulti complanare all'asse z' del fotogramma 1, avremo che $\omega_1 = 0$.

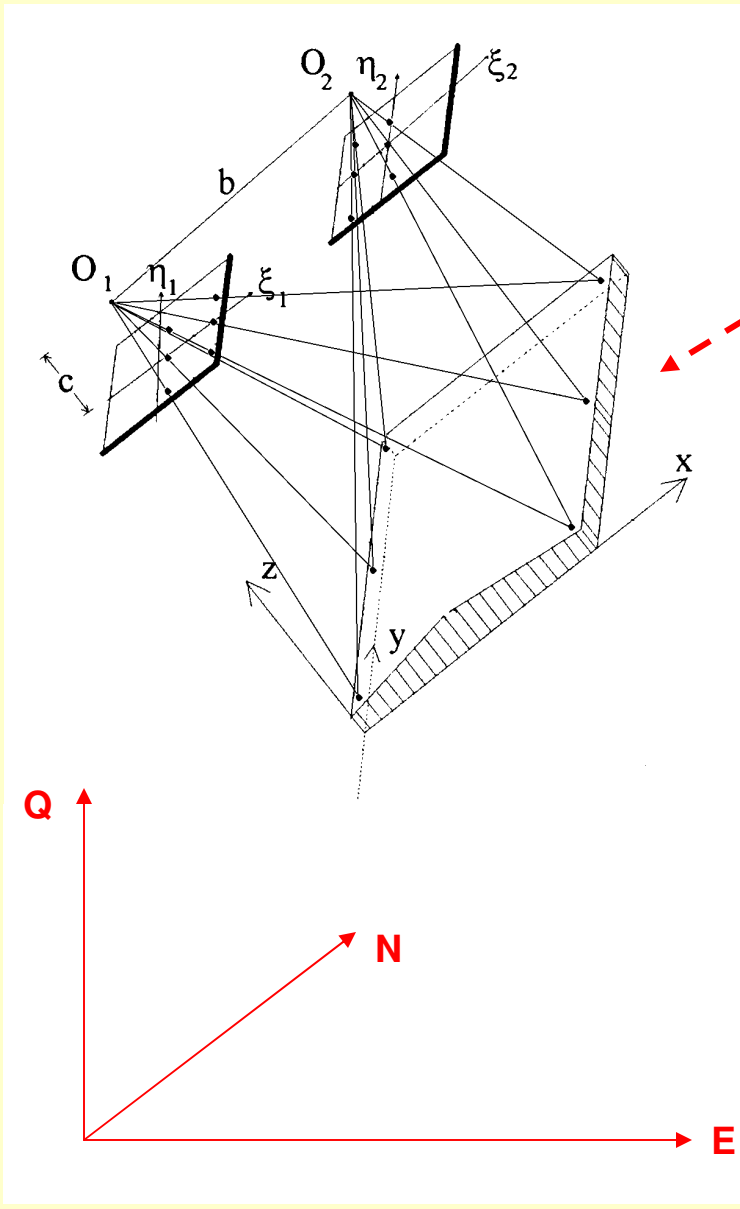
Le incognite dell'orientamento relativo diventano quindi 5:

$$\varphi_1, \kappa_1 \text{ e } \omega_2, \varphi_2, \kappa_2$$

In teoria sarebbero sufficienti 5 punti omologhi (punti di legame) per scrivere l'equazione dell'orientamento relativo (1) cinque volte e ricavare i parametri incogniti.

In pratica, misurate le coordinate di almeno 6 punti con lo stereocomparatore, il SW considera le relative equazioni di collinearità, impone le condizioni di complanarità dei raggi omologhi e calcola i parametri dell'orientamento relativo formando il modello automaticamente (azione dei servomotori sui carrelli porta-lastre)

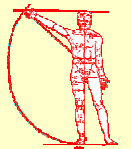




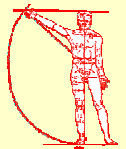
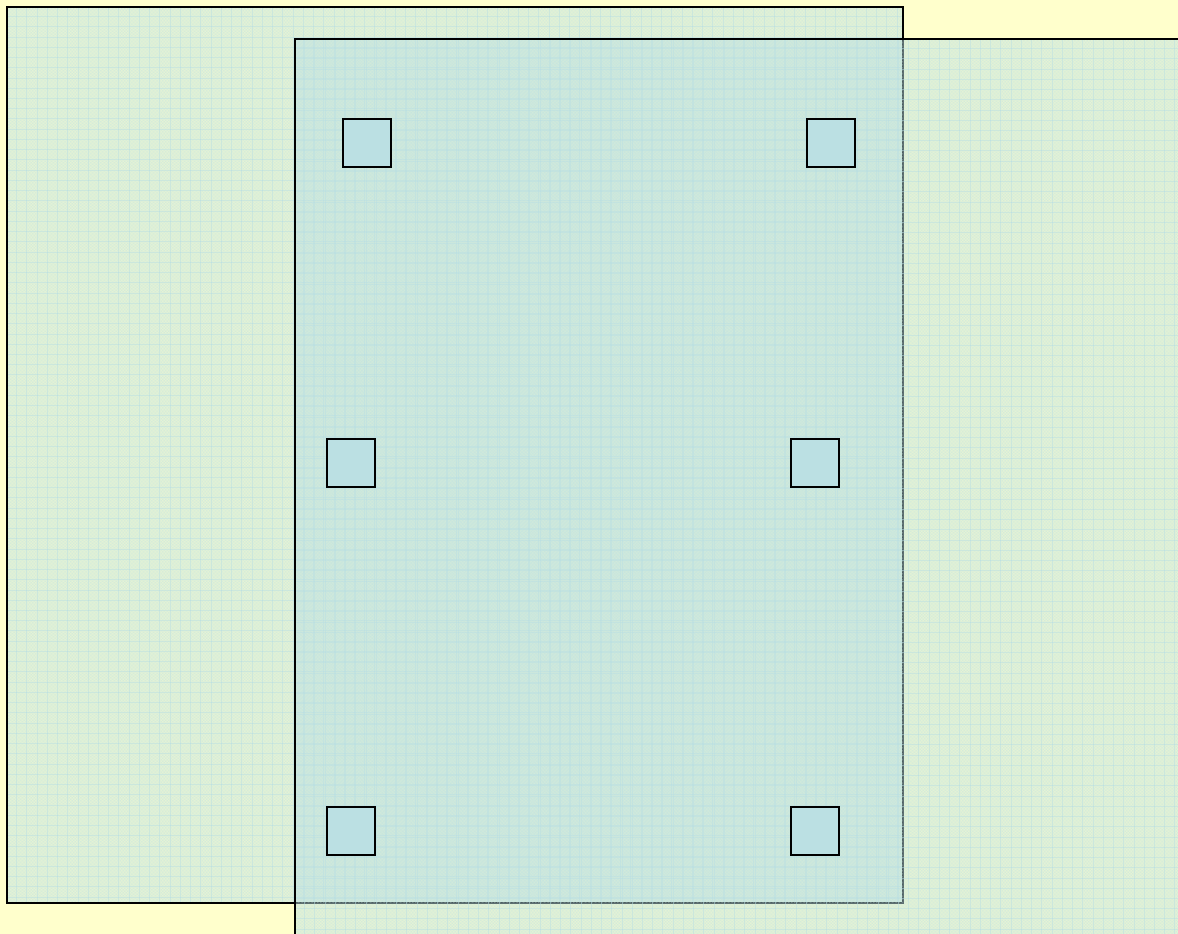
Sistema arbitrario

Con l'orientamento relativo si forma quindi il **modello** in un sistema di riferimento arbitrario e in una scala arbitraria

Sistema assoluto

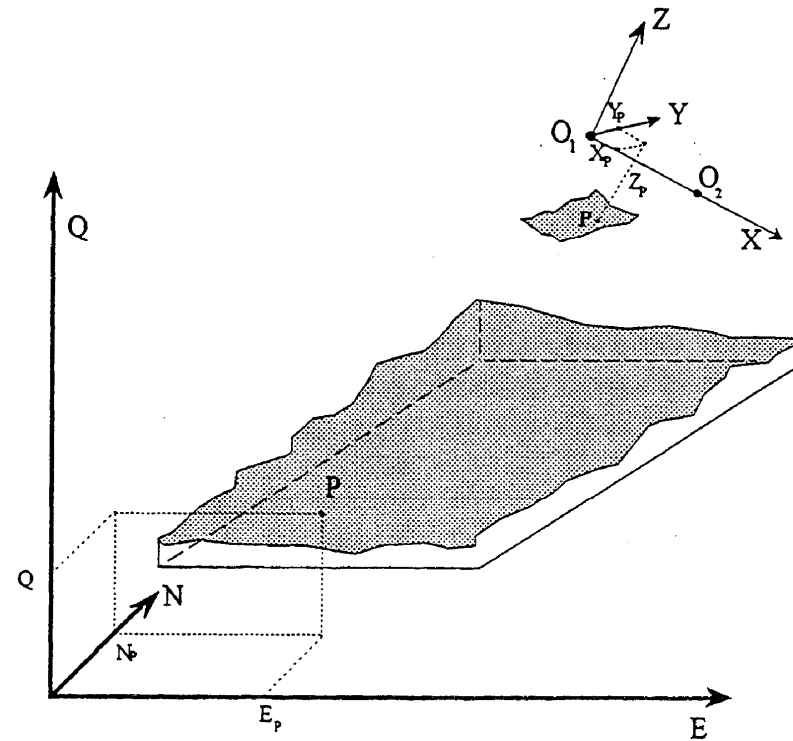


Disposizione dei punti di legame nell'orientamento relativo nel modello stereoscopico



Orientamento assoluto

L'orientamento assoluto è quell'operazione mediante la quale il modello stereoscopico, viene portato ad una scala fissata ed orientato in un sistema di riferimento assoluto (in genere il sistema GB). Si tratta quindi di una roto-traslazione nello spazio con variazione di scala (trasformazione a 7 parametri) che implica la conoscenza delle coordinate di alcuni punti noti nei due sistemi di riferimento (**punti doppi**)



Per determinare i 7 parametri dell'orientamento assoluto è sufficiente scrivere le formule di roto-traslazione e di messa in scala, che sono le seguenti:

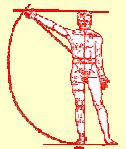
$$E = E_0 + \Lambda(X^* \cos(XE) + Y^* \cos(YE) + Z^* \cos(ZE))$$

$$N = N_0 + \Lambda(X^* \cos(XN) + Y^* \cos(YN) + Z^* \cos(ZN))$$

$$Q = Q_0 + \Lambda(X^* \cos(XQ) + Y^* \cos(YQ) + Z^* \cos(ZQ))$$

In teoria per eseguire l'orientamento assoluto sarebbe sufficiente quindi conoscere le coordinate N, E, Q , di due punti di appoggio e la quota Q di un terzo (sistema di 7 equazioni in 7 incognite).

Infatti il modello stereoscopico può essere visto come un corpo rigido nello spazio del quale dobbiamo vincolare sei gradi di libertà (tre traslazioni e tre rotazioni indipendenti) e a cui dobbiamo attribuire un fattore di scala.

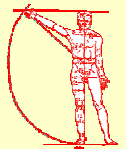


In pratica, com'è noto, si utilizza un numero di punti di appoggio maggiore dei tre strettamente necessari in quanto è necessario ridurre l'influenza degli errori di misura sulla determinazione dei parametri di orientamento assoluto.

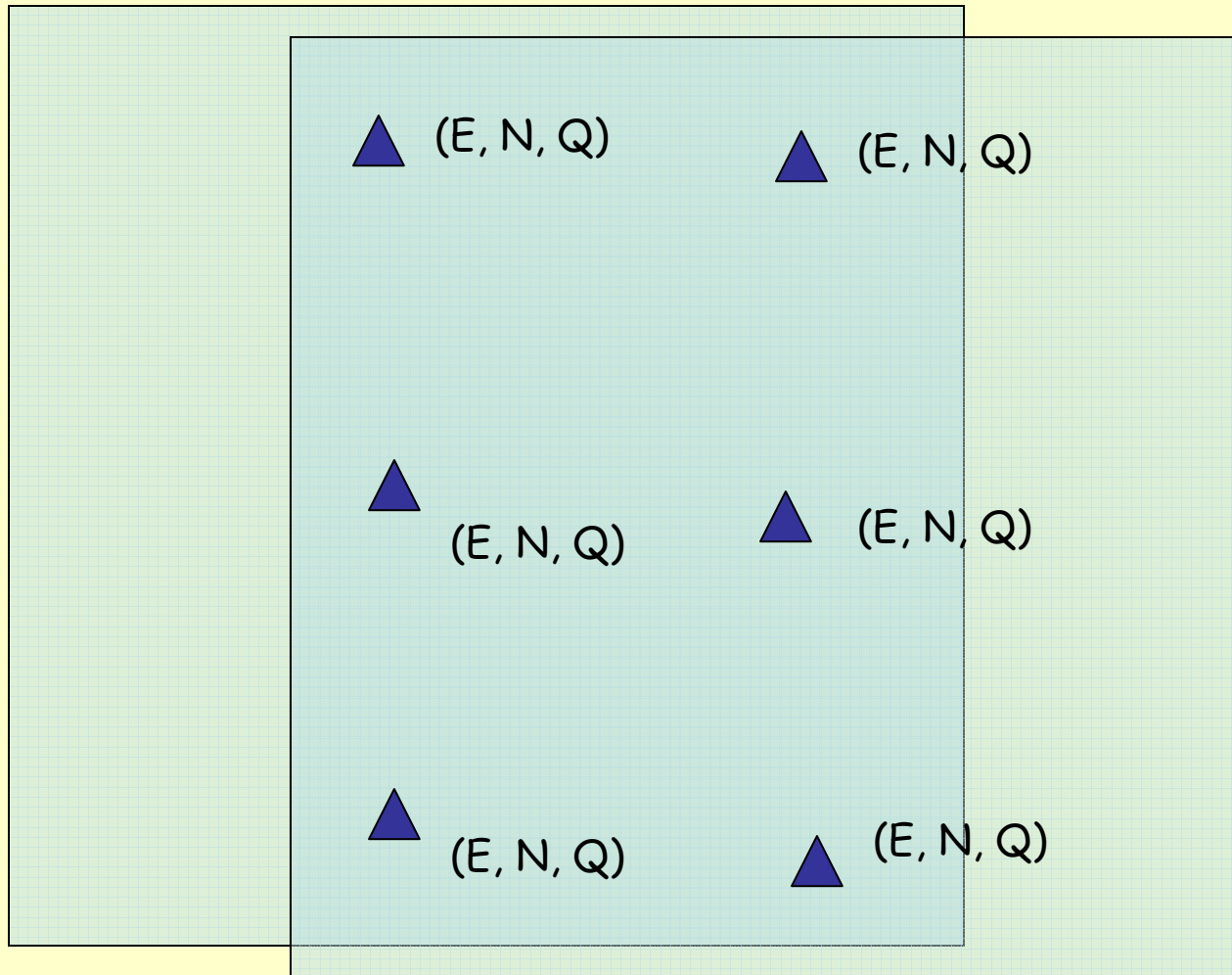
Tali errori sono sia quelli dovuti alle precedenti misure eseguite allo strumento, sia all'errore con cui sono state determinate le coordinate N,E,Q dei punti di appoggio.

Per la costruzione, tramite restitutori analitici, di carte a media scala (1:10000-1:5000) si utilizzano in genere 6 punti, noti in planimetria e quota, disposti come si vede nella diapositiva seguente.

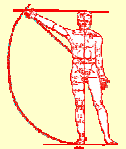
Se la scala della carta è più grande (1:2000-1:1000) tale numero crescerà per rispettare le tolleranze cartografiche previste.

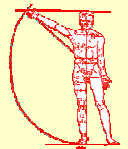
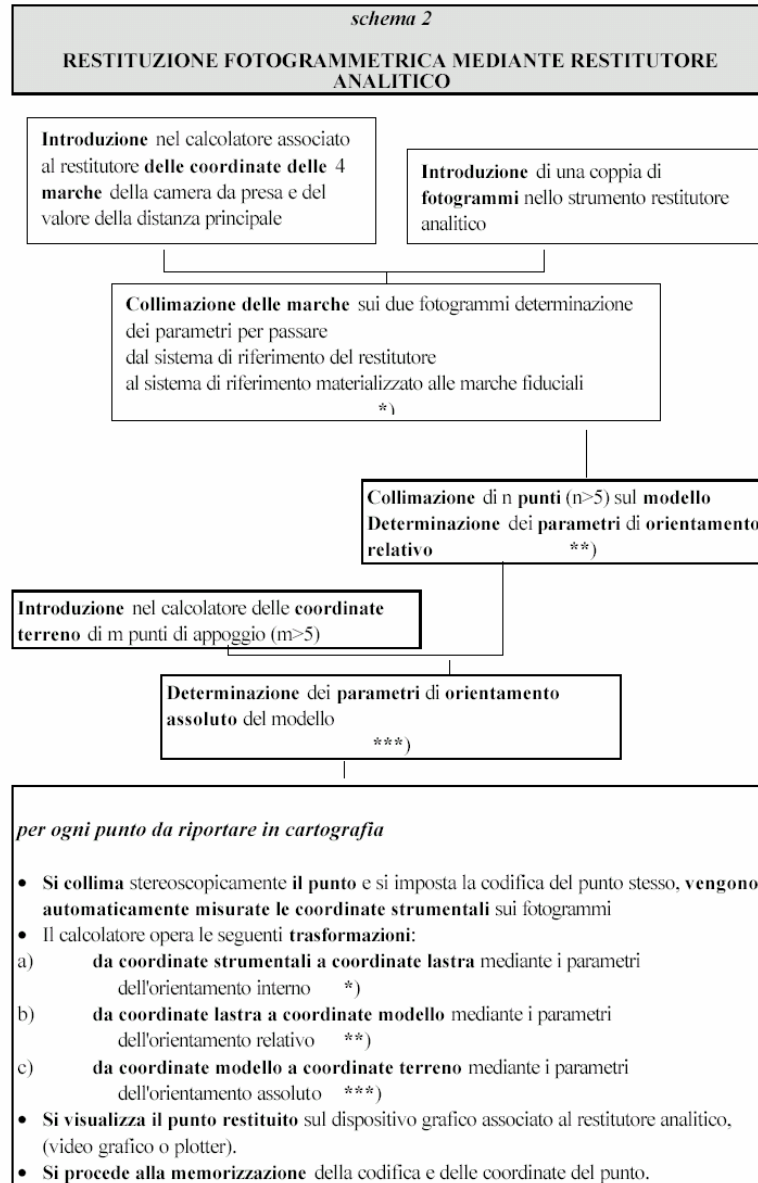


Disposizione dei punti di appoggio nel modello stereoscopico (per carte a media scala $n > 5$)



Prof. V. Franco: Topografia e tecniche cartografiche





Precisioni nell'acquisizione stereoscopica dei dati

Diamo alcune regole pratiche utili per stimare la precisione con cui possono essere restituite le coordinate terreno dei punti appartenenti al singolo modello stereoscopico.

Si tratta di formule empiriche, da utilizzarsi in fase di progetto del rilievo fotogrammetrico per determinare a priori che tipo di precisioni ci si può attendere.

Ricordiamo che, una volta eseguito il rilievo, occorre applicare la legge di propagazione dell'errore per la determinazione degli scarti quadratici medi σ_x , σ_y , σ_z delle coordinate calcolate.

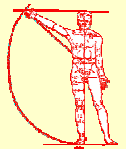
Coordinate di punti singoli presegnalizzati

• Planimetria: $\sigma_{xy} \pm 6 \mu\text{m} \times m_b$ dove m_b = fattore di scala del fotogramma

• Altimetria (quota):

$\sigma_z \pm 0.06 \%$ della distanza di presa (camere normali e grandangolari)

$\sigma_z \pm 0.,08 \%$ della distanza di presa (camere supergrandangolari)



Coordinate di punti singoli naturali

Si applicano i valori di precisione determinati per i punti presegnalizzati, aggiungendo l'incertezza di definizione del punto:

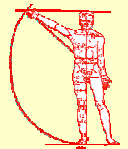
$$\sigma_{X(nat)} = \pm \sqrt{\sigma_{X(segn)}^2 + \sigma_{X(def)}^2}$$

$$\sigma_{Y(nat)} = \pm \sqrt{\sigma_{Y(segn)}^2 + \sigma_{Y(def)}^2}$$

$$\sigma_{Z(nat)} = \pm \sqrt{\sigma_{Z(segn)}^2 + \sigma_{Z(def)}^2}$$

L'incertezza di definizione (cioè la difficoltà di collimazione) dei punti naturali può essere desunta dalla seguente tabella:

Tipo di punto	Planimetria $\sigma_{X(def)} = \sigma_{Y(def)}$ [cm]	Quota $\sigma_{Z(def)}$ [cm]
Spigolo di casa o di recinzione	7 ÷ 12	8 ÷ 15
Spigolo o centro di tombino	4 ÷ 6	1 ÷ 3
Spigolo di bordo di coltura	20 ÷ 100	10 ÷ 20
Cespugli, alberi	20 ÷ 100	20 ÷ 100



Linee planimetriche

La precisione con cui si possono ricavare le coordinate di punti appartenenti a linee planimetriche è sensibilmente inferiore a quella relativa ai punti singoli.

$$\sigma_G = \pm 45 \mu m m_b$$

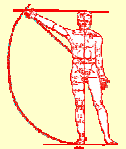
Curve di livello

Le precisioni con cui si possono ricavare le quote dei punti appartenenti a una curva di livello possono essere desunte dalle formule seguenti:

$\sigma_H = \sigma_Z + \sigma_G \operatorname{tg} \alpha$	$\alpha =$ pendenza del terreno	
$\sigma_Z = \begin{cases} \pm 0.20 \cdot 10^{-3} h \\ \pm 0.25 \cdot 10^{-3} h \end{cases}$	(per camere N e GA) (per camere SGA)	$h =$ quota di volo
$\sigma_G = \begin{cases} \pm 100 \mu m m_b \\ \pm 0.2 mm m_k \end{cases}$	(per carte a grande scala) (per carte a piccola scala)	$m_b =$ scala fotogramma $m_k =$ scala carta

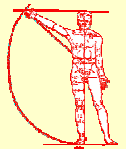
Per pendenze del terreno non molto forti, è possibile usare la seguente regola grossolana:

$$\sigma_H = \pm 0.25 \cdot 10^{-3} h$$



FOTOGRAMMETRIA

Rilevamento dei punti di appoggio



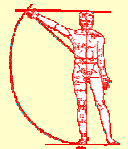
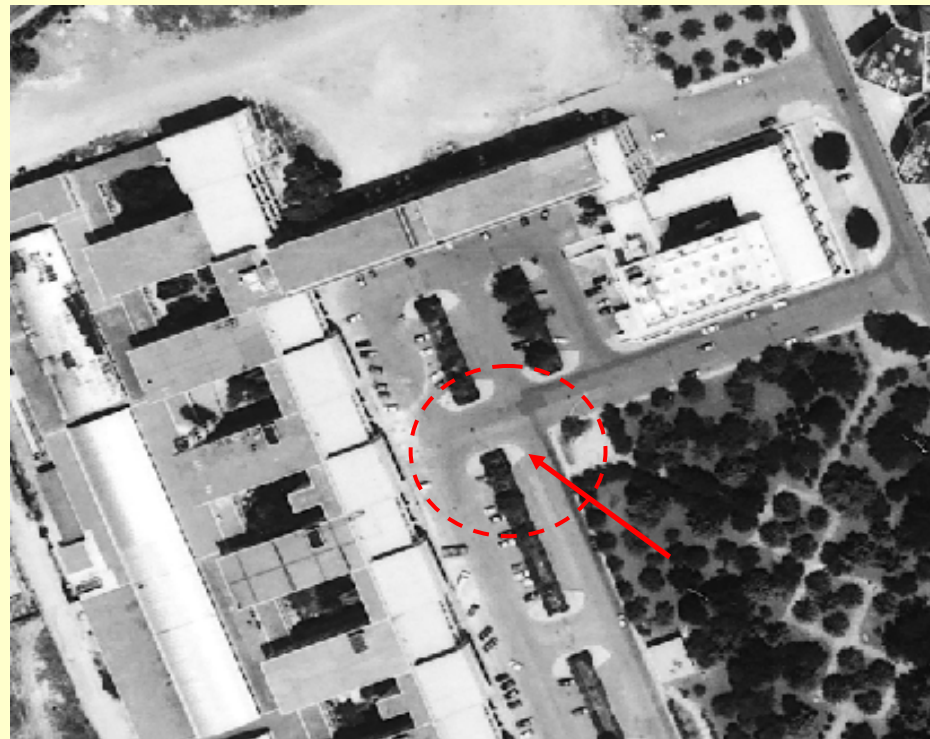
Rilevamento topografico dei punti di appoggio

Per le operazioni di orientamento assoluto dei modelli stereoscopici è necessario conoscere le coordinate, nel sistema di riferimento cartografico, di un certo numero di punti denominati **punti di appoggio**.

La caratteristica principale che devono possedere questi punti è quella di essere ben visibili e individuabili in maniera univoca sui fotogrammi.

I punti di appoggio possono essere costituiti da:

- a) *particolari naturali o artificiali ben visibili sui fotogrammi*



b) *segnali o mire opportunamente dimensionati e facilmente individuabili*



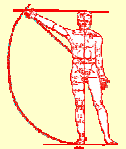
Per i punti di appoggio si devono, inoltre, disegnare **accurate monografie** per consentire un facile riconoscimento sui fotogrammi e sul terreno per eventuali controlli.



Nel caso di riprese aeree il rilevamento topografico dei punti di appoggio viene eseguito tramite l'impiego dei tradizionali schemi topografici (rete di inquadramento, poligonali, intersezioni, determinazioni per coordinate polari) oppure tramite rilevamento satellitare (GPS).

Nella maggior parte dei casi il rilievo è inquadrato nel sistema di riferimento cartografico.

Il rilevamento dei punti di appoggio, nel caso della fotogrammetria aerea, viene in genere eseguito **successivamente alla ripresa fotogrammetrica** in maniera tale da poter verificare a priori l'effettiva visibilità stereoscopica dei punti scelti.

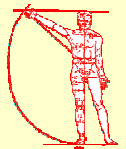


Quando il numero di modelli stereoscopici da orientare è considerevole (zone molto estese) il rilievo topografico dei punti di appoggio risulta particolarmente oneroso sia dal punto di vista dei tempi necessari e sia dal punto di vista economico.

Si è visto che per l'orientamento assoluto di un modello occorrono mediamente 5 punti di appoggio (di coordinate E,N,Q note).

Se i modelli sono n , i punti di appoggio non saranno $5n$; si deve considerare infatti che tali punti si scelgono nelle **zone di sovrapposizione longitudinale e trasversale**. Per tale motivo si può dire orientativamente che il loro **numero sia pari a $3n$** .

Tale numero però può essere anche molto elevato (>100)



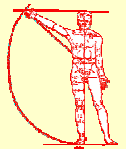
Triangolazione aerea

La tecnica della triangolazione aerea (o più genericamente triangolazione fotogrammetrica) consente di ridurre notevolmente il numero dei punti di appoggio da determinare topograficamente.

La triangolazione aerea si basa sul calcolo contestuale dei parametri di orientamento esterno di tutti i fotogrammi che costituiscono la strisciata o il blocco fotogrammetrico.

I metodi di triangolazione utilizzati sono:

- triangolazione a modelli indipendenti
- triangolazione a stelle proiettive



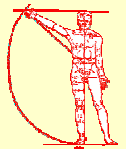
Per comprenderne il principio di base dobbiamo ricordare che la presa dei fotogrammi si effettua con un ricoprimento longitudinale di almeno il 60% e trasversale di almeno il 20%.

Questo fa sì che vi siano punti del terreno (*punti di legame*) che danno la loro immagine su 3 fotogrammi consecutivi di una strisciata (possono darla anche su 1, 2 o 3 fotogrammi delle strisciate contigue).

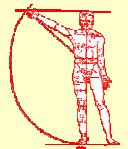
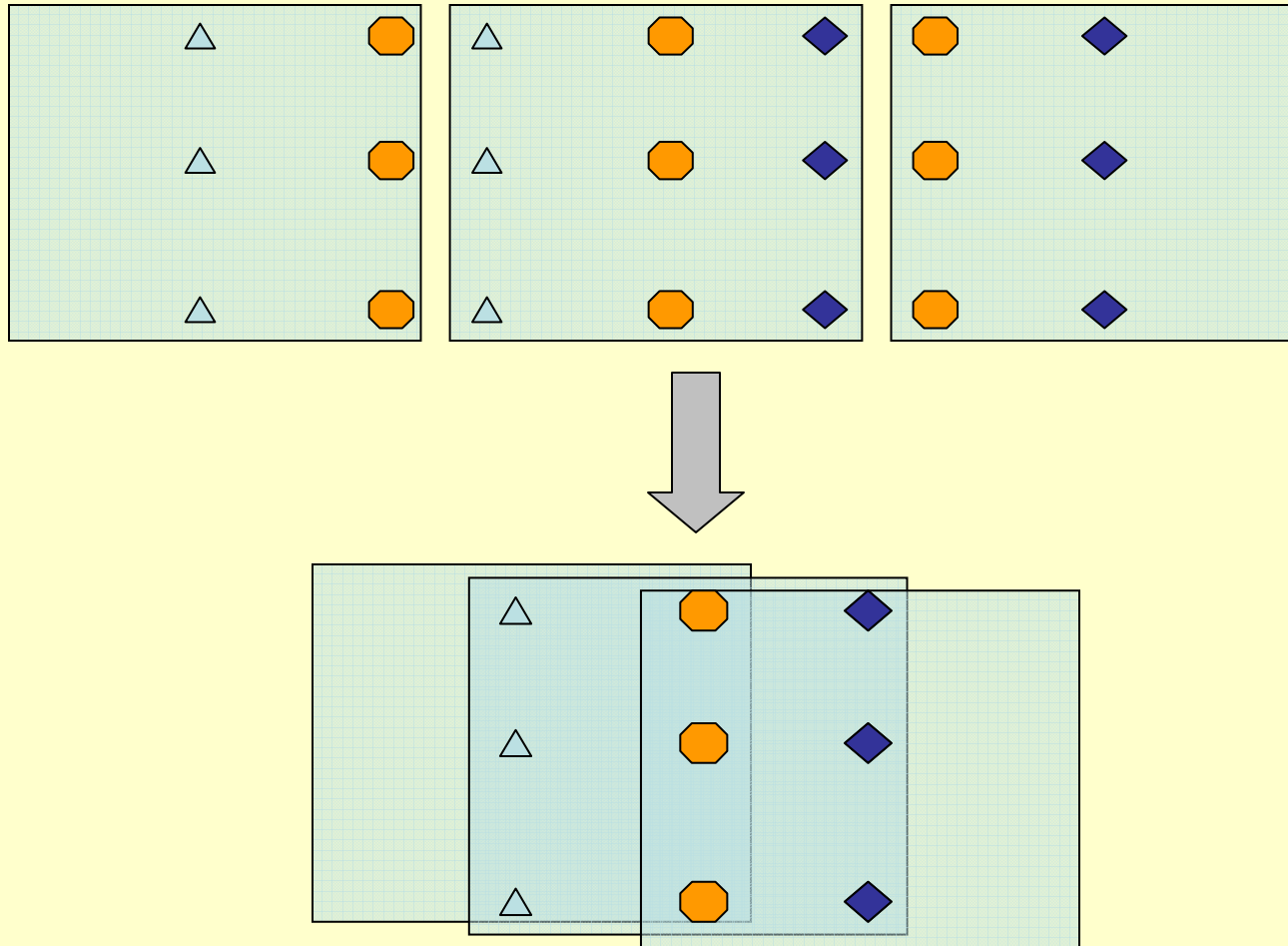
In questo caso si dice che un punto ha *molteplicità* 2, *molteplicità* 3, etc. quando dà la sua immagine su 2, 3 etc. fotogrammi.

Per ogni punto di legame che ha *molteplicità* n possiamo scrivere n equazioni di collinearità, dove saranno sempre le stesse, anche se *incognite*, le coordinate X, Y, Z assolute del punto.

Anche per un generico punto di appoggio del blocco di *molteplicità* n possiamo scrivere n equazioni di collinearità, in cui sono *note* le coordinate assolute X, Y, Z del punto.



I punti di legame sui 3 fotogrammi successivi sono in comune ai 2 modelli



Per eseguire la T.A. di un blocco di fotogrammi si procede come segue:

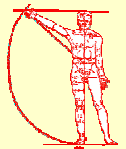
- per ogni fotogramma **si misurano le coordinate immagine** di almeno 6 punti che abbiano **molteplicità > 2** (punti di legame);
- **si misurano le coordinate immagine** di tutti i punti di appoggio del blocco;
- per ognuno di questi punti si scrivono le relative equazione di collinearità ottenendo un **sistema di equazioni generatrici con n. di equazioni > n. di incognite.**

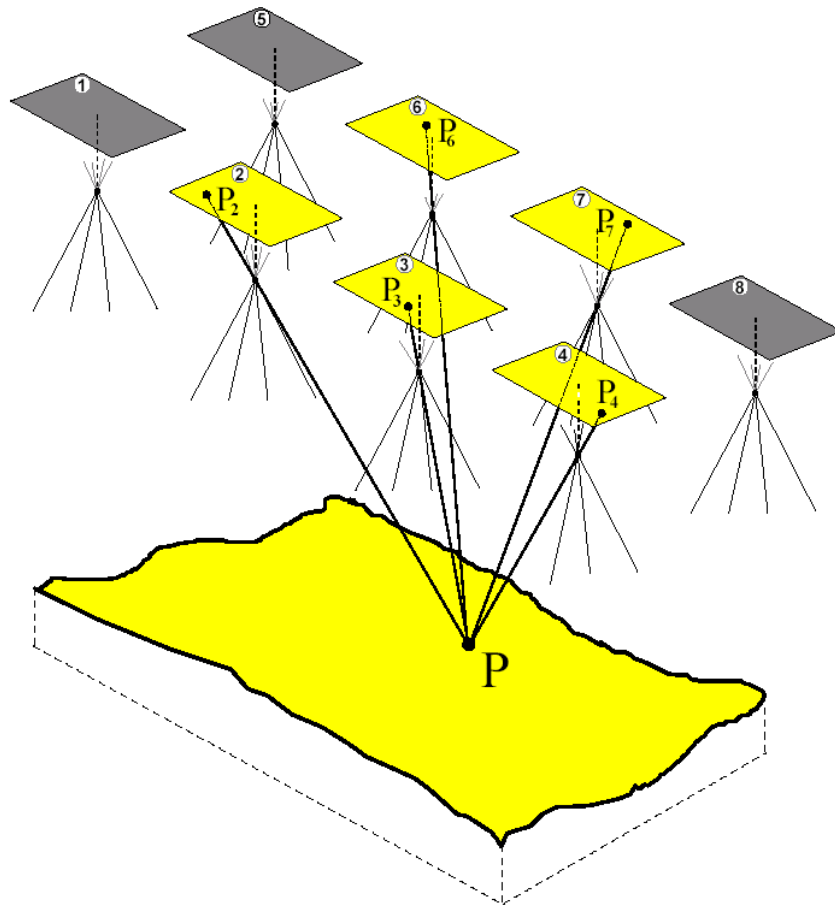
La soluzione del sistema porta alla determinazione delle coordinate assolute dei punti di legame che consentono di procedere all'orientamento assoluto di tutti i modelli.

Il progetto della T.A. dovrà essere eseguito in modo che il numero di equazioni generatrici sia largamente superiore a quello delle incognite che è dato dalla relazione:

$$N_i = N_f \times 6 + N_l \times 3$$

dove N_f = numero di fotogrammi e N_l = numero di punti di legame

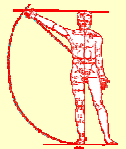


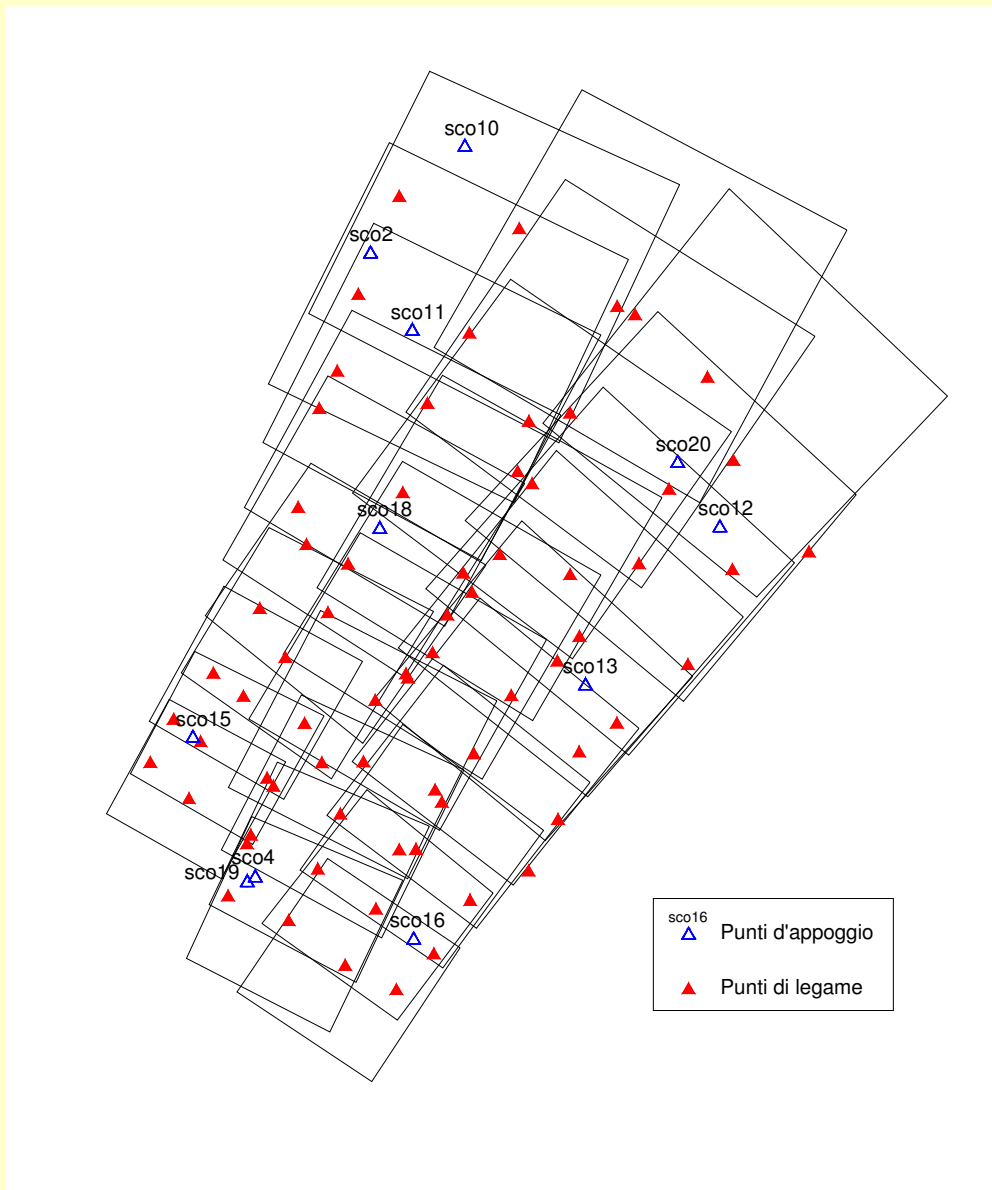


Il punto P ha molteplicità 5

$$\xi = \xi_0 - c \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

$$\eta = \eta_0 - c \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$





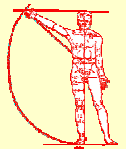
Consideriamo ora di aver eseguito le riprese di un blocco di fotogrammi ed aver determinato, mediante il **metodo del GPS cinematico**, le coordinate dei centri di presa X_j^0, Y_j^0, Z_j^0 , di tutti i fotogrammi.

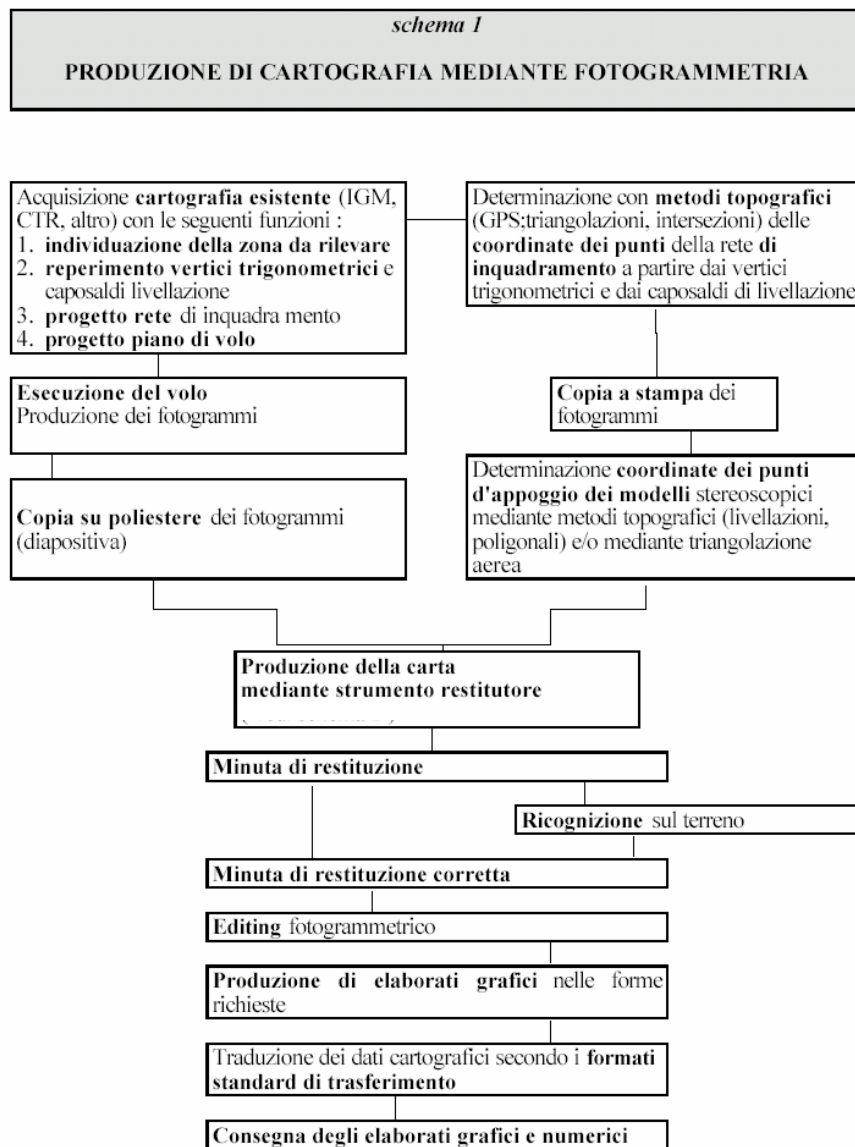
Utilizzando la metodologia delle stelle proiettive nelle equazioni di collinearità, come parametri incogniti di orientamento di ogni fotogramma, rimarranno solo i parametri angolari $\omega_j, \nu_j, \kappa_j$.

I centri di presa, noti nel sistema di riferimento assoluto, avranno la funzione svolta dai **punti di appoggio**, mentre il sistema delle equazioni di collinearità porterà alla determinazione dell'orientamento relativo dei fotogrammi e alla determinazione delle **coordinate assolute dei punti di legame**.

L'innovazione introdotta da questo metodo è quindi quella di eliminare la necessità di determinare punti di appoggio a terra. In realtà, per controllo, si usano ancora quattro soli punti di appoggio a terra situati nei quattro angoli del blocco.

Il metodo di triangolazione aerea a stelle proiettive integrato dall'uso del GPS cinematico trova la sua massima validità di impiego proprio quando si deve operare in territori dove non esistono, o sono diventate obsolete, le reti nazionali di vertici trigonometrici, o dove le operazioni sul terreno sono rese molto complesse per la natura del territorio.

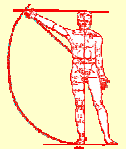




FOTOGRAMMETRIA

Ortofotografia

(Solo per il C.di L. in Ingegneria per
l'Ambiente e il Territorio)

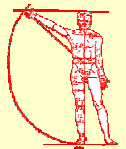


ORTOFOTOGRAFIA

Talvolta la tradizionale carta al tratto (disegnata) può essere un prodotto non del tutto soddisfacente.

Archeologi, pedologi, forestali, agronomi, geografi, geologi, pianificatori territoriali ed ecologisti non trovano rappresentati particolari di loro grande interesse.

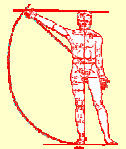
Per questi utenti, una carta che conservi tutti i contenuti informativi delle foto aeree, accanto alla necessaria congruenza metrica, rappresenta una soluzione di gran lunga preferibile.



Questi prodotti cartografici vengono chiamati **ortofotocarte**.

Oltre a fondere in un unico prodotto informazioni metriche e descrizione fotografica le ortofotocarte sono sensibilmente **meno costose** e molto **più veloci da produrre** rispetto alle tradizionali carte al tratto.

Per contro, le ortofotocarte, possono creare problemi di utilizzo da parte di utenti non esperti, in quanto in esse non viene operata alcuna selezione delle informazioni: l'interpretazione è lasciata completamente all'utente finale.

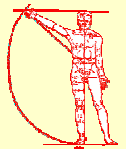
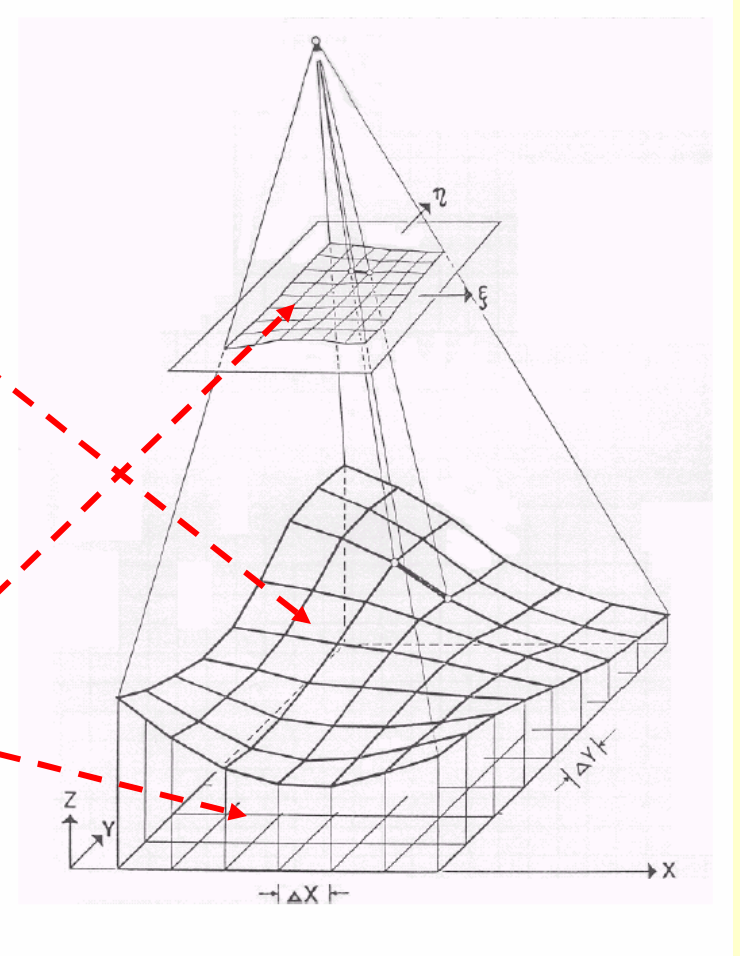


Le **deformazioni** presenti in un fotogramma sono descritte utilizzando formule basate sulle coordinate (X,Y,Z) di punti discreti che costituiscono un grigliato.

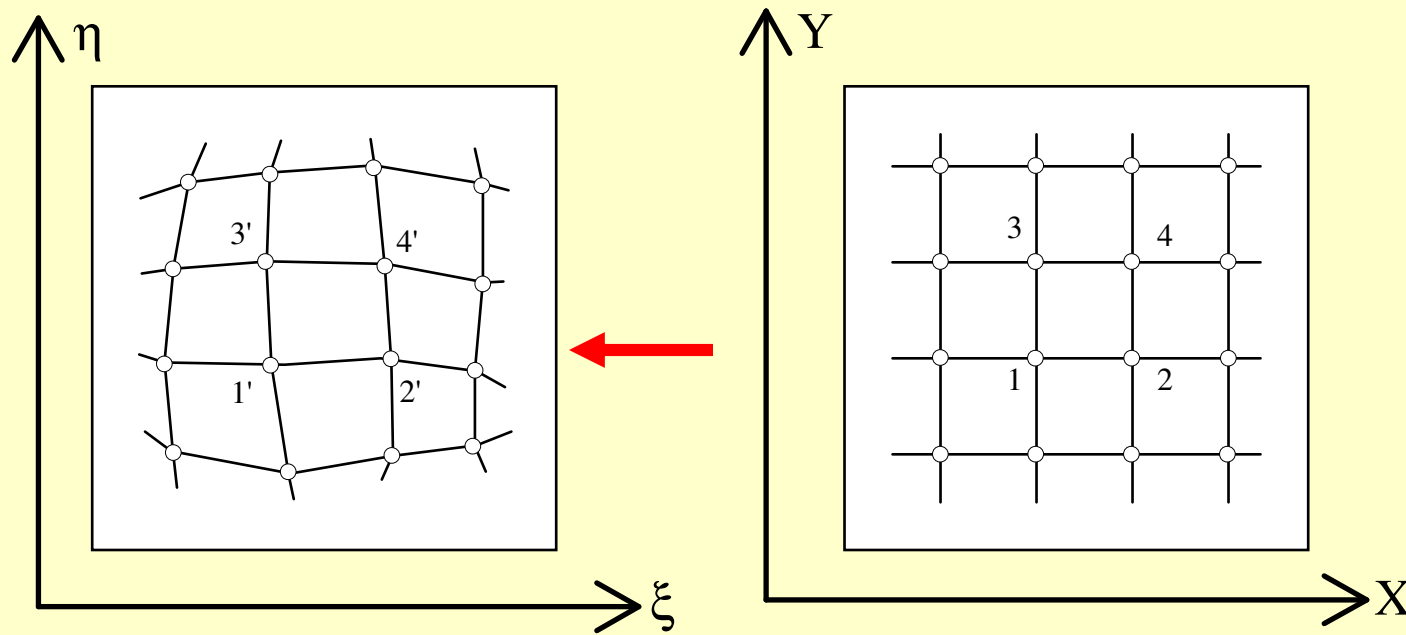
La figura mostra una superficie oggetto, definita dalle coordinate Z (quote) dei nodi di un grigliato regolare a maglia quadrata.

Nella rappresentazione cartografica ("proiezione ortogonale") un grigliato XY a maglia quadrata costituisce l'immagine non distorta della superficie del terreno.

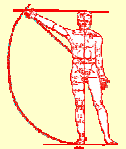
La prospettiva centrale di un grigliato regolare, produce invece un grigliato irregolare e deformato.



L'esempio riportato in figura rappresenta schematicamente l'effetto geometrico deformante di un qualsiasi fotogramma.



Queste deformazioni variano da punto a punto dell'immagine e in funzione delle direzioni considerate (analogo al discorso delle deformazioni di una rappresentazione cartografica generale).



Un grigliato regolare a maglia quadrata, sul piano oggetto, viene riprodotto **simile a sé stesso** sul piano immagine (fotogramma) se i punti oggetto giacciono tutti sullo **stesso piano**.

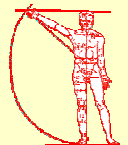
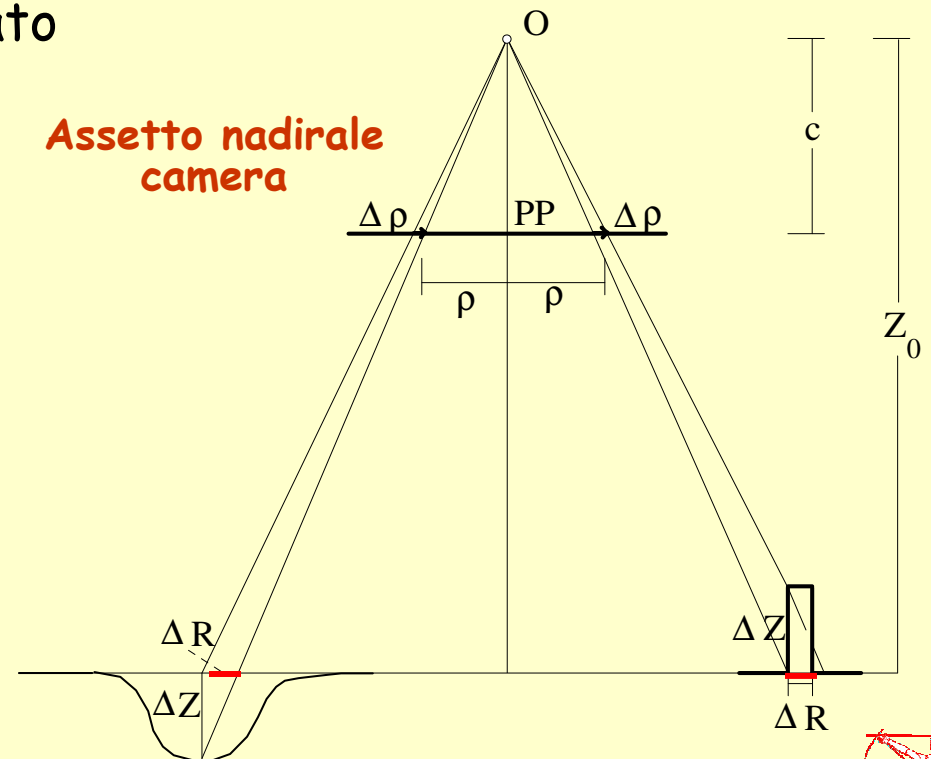
Le immagini dei punti che non giacciono esattamente sul piano oggetto (di riferimento), ma si trovano a una quota $\pm \Delta Z$ dal piano di riferimento, risulteranno **spostate** di una quantità $\pm \Delta r$ in direzione radiale rispetto al punto principale PP.

Lo spostamento radiale (**errore d'altezza**) causato da un dislivello $\pm \Delta Z$ è dato dall'equazione:

$$\Delta \rho = \Delta R \frac{c}{Z_0} = \Delta Z \frac{\rho}{c \cdot m_b} \quad (1)$$

In tale formula m_b rappresenta il fattore di scala al quale viene eseguito il raddrizzamento.

Questa relazione è, con buona approssimazione, **valida anche per fotogrammi ripresi con assetto qualunque** rispetto al piano dell'oggetto considerato.



Analizzando la (1), per eseguire un raddrizzamento:

- occorre usare solo le **parti centrali dei fotogrammi** per limitare ρ ;
- occorre usare immagini riprese con **obiettivi a lunga focale**.

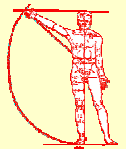
Fissata la porzione di fotogramma da utilizzare e la distanza principale della camera da presa si può determinare il **massimo spostamento dal piano oggetto**, ammissibile affinché gli errori di altezza siano trascurabili alla scala della rappresentazione (*)

$$(1) \quad \Delta\rho = \Delta Z \frac{\rho}{c \cdot m_b} \quad \longrightarrow \quad \Delta Z_{\max} = \frac{\Delta\rho \cdot c \cdot m_b}{\rho}$$

Nella **tabella** che segue, sono riportati i valori in metri della massima distanza consentita dal piano di riferimento (ΔZ_{\max}) per avere un errore massimo (supposto accettabile) di **1 mm sui bordi dell'ortofoto**. Si suppone che ρ sia uguale a 100 mm (valore massimo).

$1/m_b$	1:1000	1:2000	1:5000	1:10000	1:25000	
$c=150mm$	1.5	3	7.5	15	37.5	Valori in metri
$c=300mm$	3	6	15	30	75	

(*) Minori cioè dell'errore di graficismo



Nel caso in cui il terreno è pianeggiante, ma le prese **non sono state eseguite in assetto nadirale** (situazione comune nella realtà), la realizzazione dell'ortofoto si ottiene riportandosi alla condizione ideale di assetto nadirale (metodo del raddrizzamento).

Se l'oggetto fotografato è piano esiste una corrispondenza biunivoca tra i punti oggetto e i punti immagine, corrispondenza che è facile determinare se sono noti i parametri di *orientamento interno e esterno della camera (raddrizzamento analitico)*.

Oggetto e immagine si corrispondono in una proiettività, e tale proiettività risulta essere una **omografia**.

Per ottenere il raddrizzamento quindi, è necessario e sufficiente determinare i parametri che individuano tale omografia.

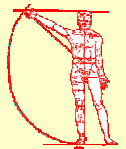
$$X = \frac{a_1\xi + a_2\eta + a_3}{c_1\xi + c_2\eta + 1}$$

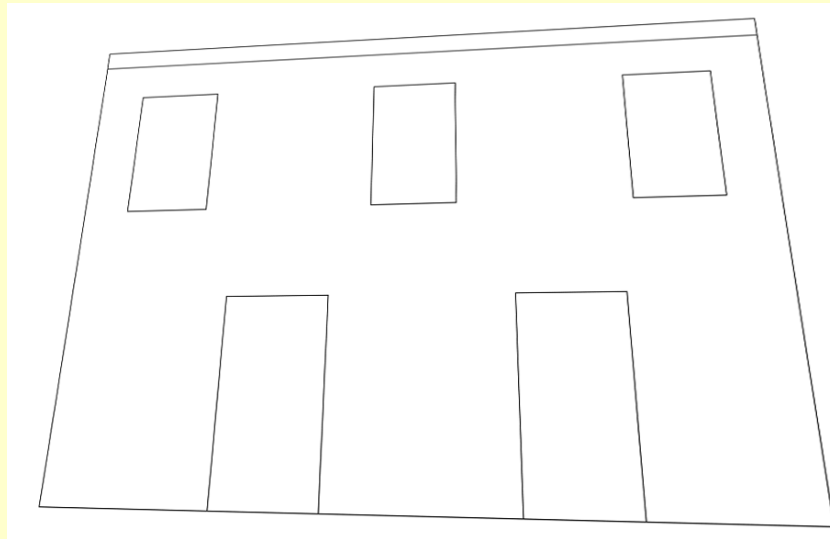
**Equazioni di collinearità per Z=0
(oggetto piano)**

→ si ricavano gli 8 parametri $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2$

$$Y = \frac{b_1\xi + b_2\eta + b_3}{c_1\xi + c_2\eta + 1}$$

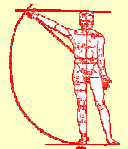
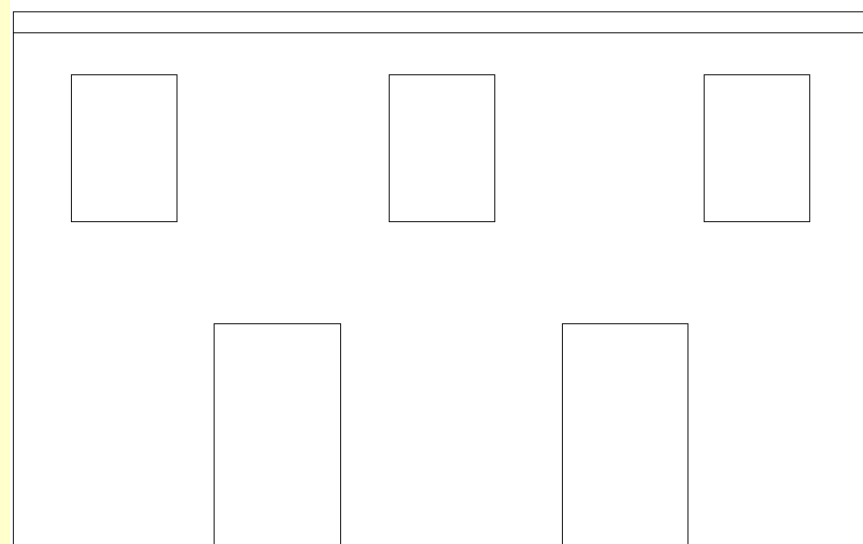
Per ricavare gli **8 parametri di orientamento esterno** occorrono **almeno 4 punti d'appoggio**, aventi coordinate terreno note e coordinate immagine da misurare sul fotogramma (ad esempio con un comparatore).





Fotogramma originale
(realizzato con asse della camera
inclinato rispetto alla facciata;
equivale alla condizione di non
nadiralità in fotogrammetria aerea)

Fotogramma raddrizzato
(Fotopiano)



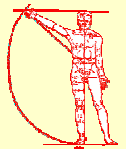
Ottenuti i fotogrammi raddrizzati, essi possono essere uniti, in modo da ottenere un **fotomosaico**, cioè una carta fotografica e planimetrica del territorio fotografato.

Questi mosaici sono usati spesso come **carta di prima approssimazione** anche in terreni poco accidentati, ma che non rispettano le tolleranze prima indicate, **in zone prive di qualunque cartografia**.

Con un procedimento rapido si ottengono così documenti molto utili per studi di carattere regionale.

In zone veramente piane, si possono invece ottenere ottime carte planimetriche, che vengono suddivise in fogli come una carta normale e su cui si scrivono i toponimi e si inseriscono anche punti quotati, derivati da livellazioni tradizionali eseguite a terra.

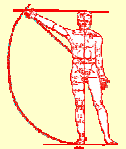
Particolare attenzione deve essere posta agli edifici, dei quali solo i punti a filo del terreno hanno posizione planimetrica giusta.



Il raddrizzamento, pertanto, è un metodo di restituzione fotogrammetrica limitato, sia perché fornisce solo la planimetria, sia perché applicabile solo in particolari tipi di terreno, ma molto semplice, economico e rapido, che consente in diversi casi di ottenere in breve tempo documenti cartografici di grande utilità.

Ovviamente il procedimento cade in difetto se il terreno è alquanto collinoso.

In tal caso bisogna utilizzare il *raddrizzamento differenziale* (ortoproiezione).

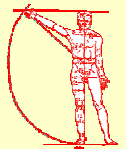


Se il terreno non è pianeggiante occorre vedere come correggere le deformazioni dell'immagine causate dalla pendenza del terreno.

Se consideriamo il fotogramma suddiviso in tante piccolissime porzioni (considerabili piane) e per ciascuna di esse eseguiamo un raddrizzamento, cambiando di volta in volta le condizioni geometriche di proiezione, è possibile ottenere lo scopo voluto. Procedendo in tal modo, effettueremo un "raddrizzamento differenziale" del fotogramma e porteremo l'immagine, su tutto il formato del fotogramma, a una scala uniforme ed esatta.

Il metodo del raddrizzamento differenziale è quello seguito nella cosiddetta "ortoproiezione": essa consiste nel trasformare una proiezione centrale del terreno (fotogramma convenzionale) in una corrispondente proiezione ortogonale (ortofotogramma).

Risulta evidente il seguente fatto fondamentale: per poter eseguire un raddrizzamento differenziale occorre conoscere i dislivelli fra tutti i punti del terreno, occorre cioè conoscere le quote dei punti del terreno.



Nell'ipotesi che la superficie oggetto sia descritta dalle quote Z dei nodi XY di un grigliato, come già detto per produrre una ortofoto è necessario conoscere queste quote. Ciò può essere ottenuto ad esempio tramite:

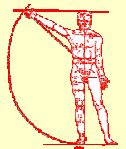
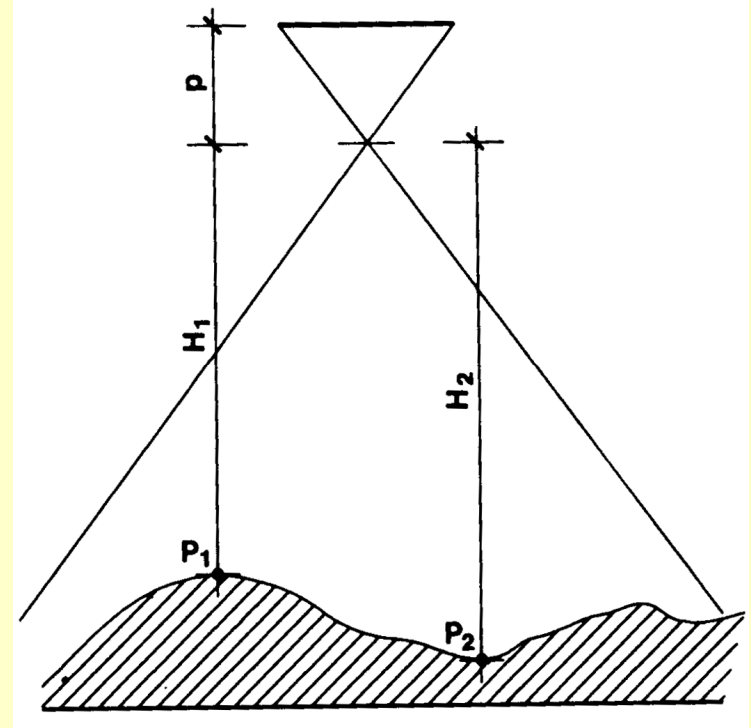
- restitutori analitici
- curve di livello digitalizzate (se esiste una carta topografica della zona di scala e precisione adeguate)

Il punto P_1 risulta alla scala

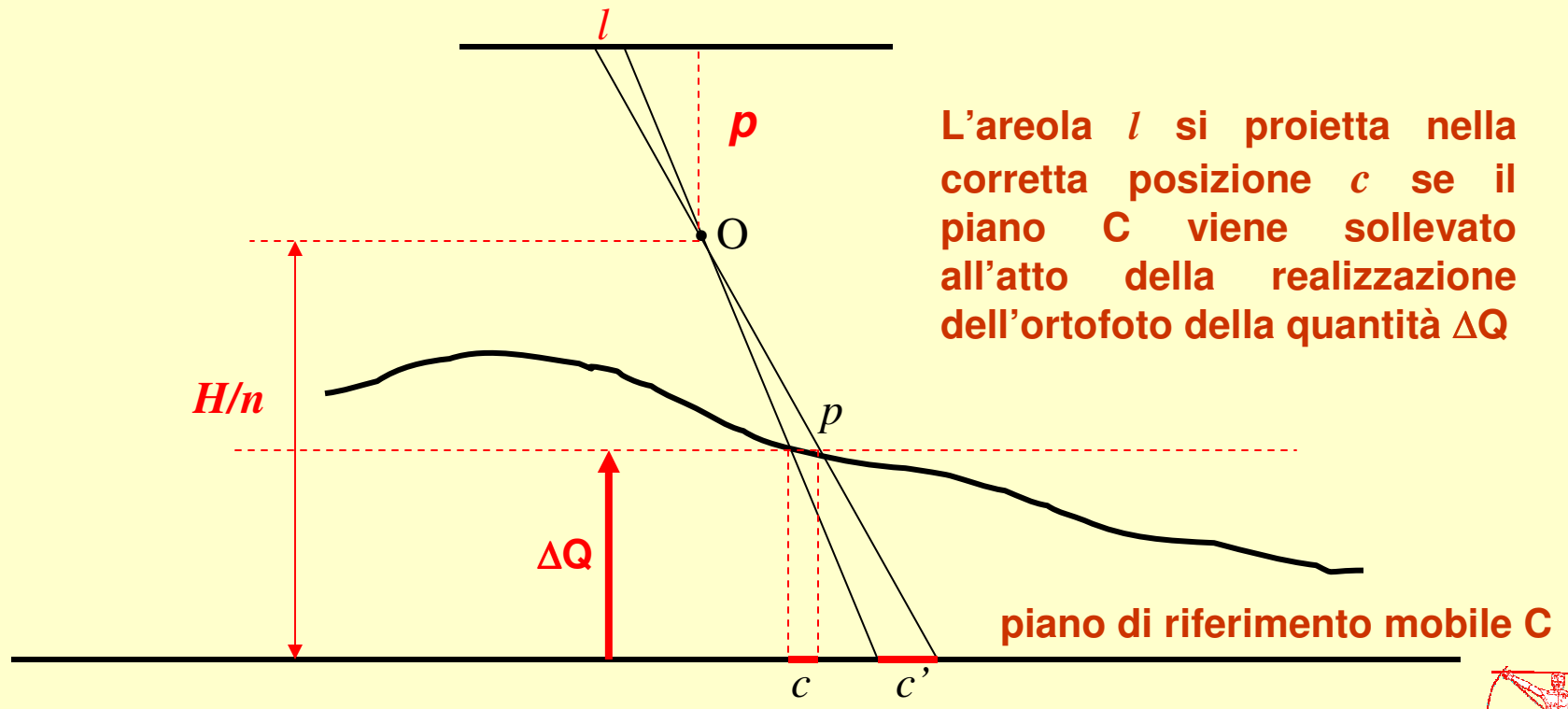
$$1/n_1 = p/H_1$$

il punto P_2 viene riprodotto alla scala

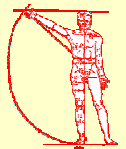
$$1/n_2 = p/H_2$$



Dato che lo scopo dell'ortoproiezione è quello di ottenere una riproduzione planimetrica a scala costante, conoscendo l'andamento altimetrico della superficie dell'oggetto è possibile variare opportunamente, per ogni singola areola, la quota H e mantenere costante la scala delle singole porzioni di immagini (variando cioè la posizione del piano di riferimento)



L'areola l si proietta nella corretta posizione c se il piano C viene sollevato all'atto della realizzazione dell'ortofoto della quantità ΔQ



Precisioni nella produzione di ortofoto

Gli errori più consistenti si verificano ai bordi dell'ortofoto, e sono dovuti a numerose cause.

Nelle condizioni migliori, lo scarto quadratico medio dell'intera ortofoto non dovrebbe superare:

$\pm 0.3 \text{ mm}$ per le ortofoto a piccola scala

$\pm 0.5 \text{ mm}$ per le ortofoto a grande scala.

