

IL RILIEVO FOTOGRAMMETRICO

GENERALITÀ

La fotogrammetria è una tecnica di rilievo le cui origini sono antiche almeno quanto l'invenzione della fotografia e la cui teoria è stata sviluppata perfino prima della stessa invenzione della fotografia, come pura geometria proiettiva. La fotogrammetria, sebbene nasca per il rilievo delle architetture, si sviluppa principalmente per il rilevamento del territorio, ed è stata, fino alla fine del secolo scorso, applicata in gran parte come fotogrammetria aerea".

"La fotogrammetria rappresenta ormai uno strumento di acquisizione di dati metrici e tematici tra i più affidabili e più immediati, e va estendendo sempre più la sua diffusione e le sue applicazioni. Essa costituisce infatti una procedura di rilevamento, prospezione e documentazione - di rara efficacia - delle realtà territoriali, ambientali, urbane e architettoniche. "

Ed è bene anche sottolineare che: "la tecnica fotogrammetrica non deve né può sostituirsi interamente ai rilievi diretti, ma può offrire solo un supporto geometricamente obbiettivo, imprescindibile ai fini dell'esecuzione del rilievo finale."

La storia della fotogrammetria è molto legata, nei suoi principi teorici, alla storia della geometria descrittiva ed in particolare alla formulazione della teoria della prospettiva; mentre nella sua applicazione è legata alla storia dell'ottica, della fotografia ed alle relative scoperte tecnologiche.

Si ricorda inoltre che la fotografia, da un punto di vista ottico-proiettivo, è assimilabile ad una proiezione centrale: ovvero tutti i raggi provenienti dal mondo esterno vengono convogliati attraverso le lenti dell'obbiettivo in un punto, (o assimilabile a tale), e proiettati su uno schermo che li intercetta, (lastra, pellicola, sensore CCD): pertanto si può affermare che la fotografia è, con buona approssimazione, una vista prospettica della realtà.

La fotogrammetria, per poter essere correttamente applicata, ha dovuto pertanto attendere che si sviluppassero le conoscenze necessarie nell'ambito della geometria descrittiva e nell'ambito della fotografia, legando infine le due discipline: nota la prospettiva ed i procedimenti geometrici "inversi", per ricavare da essa le proiezioni ortogonali dell'oggetto reale, è stato possibile ricavare informazioni metriche dalle rappresentazioni fotografiche, prima in modalità geometrica proiettiva, poi in modalità analitica ed infine digitale.

In particolare l'avvento della fotografia digitale ha permesso un approccio allargato alla fotogrammetria rendendo disponibili software per l'estrazione di informazioni metriche, ed in parte modificando alcune regole pratiche allorquando si passa dalla pellicola come supporto principale al sensore. Attualmente buona parte della fotogrammetria è realizzata con immagini digitali, organizzate quindi secondo una matrice ordinata di pixel (per ulteriori approfondimenti vedere l'appendice: "le immagini digitali")

Anno	Scienziato	Scoperta
1630	G. Desargues	formulazione della teoria della prospettiva
1727	J.H. Schulze	scoperta della sensibilità del nitrato d'argento alla luce ottenendo una immagine di brevissima durata
1759	H. Lambert	pubblicazione della teoria della prospettiva <i>Frei Perspective</i> con introduzione dei principi della prospettiva inversa e dell'intersezione spaziale dei raggi omologhi, alla base della Fotogrammetria
1726	M.A. Kappeler	rilievo della montagna di Pilato applicando la teoria della prospettiva
1804	W.H. Wollaston	realizzazione della camera lucida, strumento per sovrapporre una immagine del territorio a una carta geografica
1826	N. Niepce	prima fotografia con esposizione di otto ore
1839	L. Mandé Daguerre	sviluppo della prima immagine latente basata su sali d'argento
1839	Arago	presentazione all'Accademia delle Scienze francese delle potenzialità della Fotografia per usi metrici
1840	F. Voigtlander	costruzione di una lente con luminosità 3.5, disegnata dal matematico J. Petval
1840	H. Fox-Talbot	processo negativo-positivo per la riproduzione delle fotografie
1840	D. Brewster	invenzione del visore stereoscopico
1841	A. Claudet	applicazione delle tecniche di Fotografia stereoscopica
1851	F. Scott Archer	invenzione della procedura a colloidi umidi che mantiene inalterate le fotografie per 40 anni
1850	A. Laussedat	definizione della Fotogrammetria, chiamata iconometria o metrografia
1858	F. Tournachon detto Nadar	prima fotografia aerea da una mongolfiera
1859	A. Laussedat	costruzione del primo fototeodolite equipaggiato con cerchi orizzontali e verticali, con camera fotografica e 4 marche fiduciali
1860	A. Maydenbauer	costruzione di macchine fotografiche di grande formato del negativo per il rilievo di monumenti con costituzione del primo archivio fotografico architettonico (Berlino 1883)
1860	I. Porro	realizzazione del primo fotogoniometro in grado di risolvere il problema delle distorsioni delle lenti fotografiche, inaugurando la fototopografia
1860		uso di palloni aerostatici per la presa di fotografie aeree durante la guerra civile americana
1871		invenzione delle lastre con gelatina di ioduro d'argento, successivamente perfezionate (1890)
1876	W. Jordan	ufficiale utilizzo del termine Fotogrammetria
1876	G. Hauck	nascita della Fotogrammetria analitica
1888	G. Eastman	invenzione del rullo fotografico per la fotocamera portatile Kodak
1889	D. Koppe	scrittura del primo testo di Fotogrammetria
1895	Deville	primo strumento per osservazione stereoscopica di immagini fotografiche
1896	D. Koppe	re-invenzione del fotogoniometro secondo il principio conosciuto come Porro-Koppe
1901	Karl Pulfrich	costruzione del primo fotocomparatore che dà il via all'uso diffuso della Fotogrammetria analitica
1903	Fratelli Wright	l'aeroplano
1908	E. Von Orel	invenzione dello stereo-autografo, primo plotter analogico per la restituzione diretta
1908	T. Scheimpflug	considerato il padre della Fotogrammetria aerea per aver delineato le tecniche per le riprese aeree, l'orientamento dei modelli, la formazione delle strisciate e il raddrizzamento
1923	Ermeneigildo Santoni	Topografo che introduce l'uso di stereo-restitutori con proiezione ottico-meccanica
1957	U. Helava	brevetta il principio del restitutore analitico, che realizza in collaborazione con OMI e Bendix
1972	G. Inghilleri	presenta, con S. Dequal, un restitutore analitico innovativo, di concezione completamente italiana, realizzato dalle Officine Galileo
1981	T. Sirjakoski	introduzione della Fotogrammetria digitale
1988	Kern	costruzione del primo stereo-restitutore digitale

fig.1 Tabella cronologica che descrive l'evoluzione del metodo (tratto da M.A. Gomasca, *Elementi di geomatica*, ed. AIT, 2004)

La fotogrammetria trova fondamento nella volontà di ricostruire in modo rigoroso la corrispondenza geometrica tra immagine e oggetto al momento dell'acquisizione. Questo avviene definendo tra i punti immagine, i centri di presa e i punti oggetto delle stelle di raggi di proiezione nello spazio, secondo il modello geometrico della prospettiva centrale.

Per le specifiche applicazioni che ne vengono fatte, la metodologia prende il nome di:

- **fotogrammetria aerea** (*aerofotogrammetria*), quando l'acquisizione avviene da

piattaforma spaziale aerea. In questo caso la camera si trova a bordo di aeromobili e l'oggetto inquadrato è il territorio;

- **fotogrammetria terrestre**, se le prese vengono effettuate con *camere* posizionate a terra e gli oggetti rilevati sono architetture o parti di queste.

Nella prassi consolidata si identifica come *fotogrammetria dei vicini*, o *Close-Range Photogrammetry*, quando gli oggetti interessati risultano situati ad una distanza inferiore a 300 m circa, dalla camera da presa fotogrammetrica; e come fotogrammetria dei lontani, quando gli oggetti sono situati a distanze maggiori. Il limite dei 300 m costituisce anche la delimitazione della quota di sicurezza per le riprese da aeromobile.

Il processo fotogrammetrico tradizionale è riassumibile in:

1. acquisizione/registrazione delle immagini;
2. orientamento delle immagini e ricostruzione del modello tridimensionale attraverso tecniche stereoscopiche;
3. restituzione, cioè misura dell'oggetto e formalizzazione numerica o grafica delle sue caratteristiche dimensionali.

In base alla forma di rappresentazione del dato, e quindi degli strumenti utilizzati per la restituzione, si distingue tra:

- **fotogrammetria tradizionale** se l'immagine disponibile è su supporto fotografico;
- **fotogrammetria digitale** se l'immagine è registrata in forma digitale.

La ricostruzione del modello passa storicamente attraverso due approcci:

1. **analogico**, in cui è l'azione fisica di componenti ottici, meccanici ed elettronici a ricostruire le corrispondenze geometriche (sistema ormai superato);
2. **analitico**, in cui la ricostruzione è affidata alla modellazione matematica rigorosa supportata dall'elaborazione digitale.

I prodotti che il procedimento fotogrammetrico è in grado di generare sono di due tipi:

- *prodotti immagine*, derivati da immagini originali per trasformazioni geometriche più o meno complesse:
 - *raddrizzamento* di immagini o fotopiano: procedimento applicabile solo ad oggetti perfettamente piani o con variazioni altimetriche (profondità) tali da generare errori trascurabili alla scala di rappresentazione scelta (si veda il paragrafo sul raddrizzamento digitale);
 - *ortofoto*: attraverso un modello geometrico tridimensionale vengono l'immagine viene geometricamente corretta (passando dalla prospettiva di acquisizione ad una proiezione ortogonale) in modo che la scala sia uniforme;
 - *mosaici*: accorpamenti di immagini singole raddrizzate o ortorettificate per realizzare una copertura unitaria dell'area di interesse;
- *prodotti numerici puntuali o vettoriali*, in cui la restituzione passa attraverso la determinazione di punti oggetto in un sistema di riferimento tridimensionale:
 - *cartografie*: carte topografiche planimetriche corredate con informazioni altimetriche (punti quotati o curve di livello);
 - *disegni* architettonici vettoriali in proiezione ortogonale (principalmente in alzato);
 - *profili* (rispetto ad un piano orizzontale o verticale di riferimento).

TOPOGRAFIA E FOTOGRAMMETRIA

La sostanziale differenza fra il rilievo topografico e quello fotogrammetrico può essere individuato in due fatti: il primo è che il rilievo topografico è una descrizione puntuale della realtà, mentre quello fotogrammetrico ne è una descrizione continua; il secondo è che la posizione del teodolite, per la natura della sua funzione, ha una posizione prestabilita, mentre la camera fotografica generalmente no.

Proseguendo nell'indagare le differenze tra il rilievo topografico e quello fotogrammetrico, si deve porre l'attenzione sul fatto che due teodoliti che collimano contemporaneamente un punto, ne permettono la sua determinazione nella realtà tridimensionale, per intersezione diretta in avanti, esattamente come avviene con due prese fotogrammetriche. Possiamo perciò dire che una presa fotografica corrisponde ad una stazione effettuata con il teodolite. Se ciò è vero concettualmente, nella pratica vi è ancora una sostanziale differenza dovuta non solo alla discretizzazione ottenibile dal teodolite rispetto al continuo derivato dalla fotografia, ma anche ai "gradi di libertà" propri dell'uno nei confronti dell'altra.

Il teodolite, quando viene messo in stazione, assume con l'asse principale la direzione della verticale. Gli angoli zenitali hanno origine nota legata appunto alla direzione della verticale. I gradi di libertà di questo sono dunque quattro e sono rappresentati dalle tre coordinate X_0, Y_0, Z_0 del punto di stazione e dall'origine del cerchio orizzontale o anomalia ϑ_0

La camera da presa fotogrammetrica (o fotografica) ha invece sei gradi di libertà, generalmente e precisamente le tre coordinate X_0, Y_0, Z_0 del centro di proiezione e i tre angoli di rotazione φ, ω, κ dell'asse ottico.

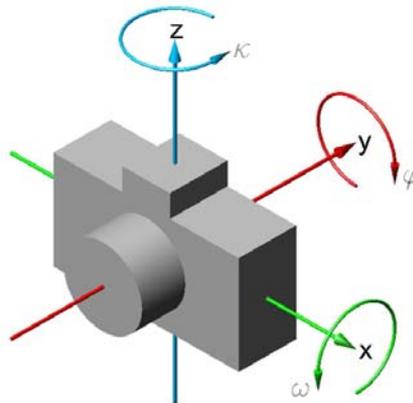


Fig.2: I 6 gradi di libertà della camera nello spazio: tre traslazioni x, y, z e tre rotazioni φ, ω, κ

Per definire quindi una retta nello spazio con il teodolite occorre conoscere :

- quattro parametri d'orientamento (X_0, Y_0, Z_0) del centro del teodolite, posizione dell'origine O del cerchio orizzontale;
- misura dell'angolo orizzontale e misura dell'angolo verticale.

Con la fotocamera:

- sei parametri di orientamento (X_0, Y_0, Z_0) del centro di proiezione, (φ, ω, κ) angoli di orientamento dell'asse ottico;
- due misure delle coordinate di lastra x, y .

Infine, a distinguere ancora la misurazione dei punti con il teodolite e con la fotogrammetria, sta il fatto che la collimazione con il teodolite è sempre monoscopica, mentre in fotogrammetria è stereoscopica, cioè tridimensionale in analogia alla visione umana. Ma da quest'ultima si differenzia notevolmente per una esaltazione prepotente dell'aspetto

profondità, fatto che torna assai utile per la stima della coordinata appunto legata alla "profondità".

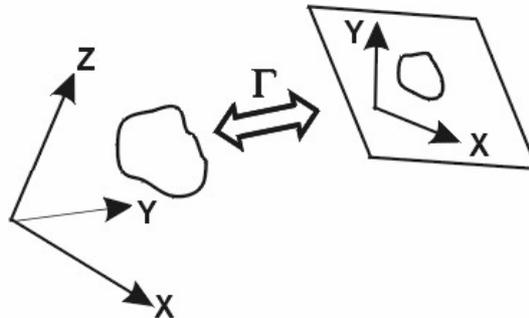


Fig.2: Lo spazio oggetto tridimensionale e la relazione con lo spazio immagine bidimensionale

LE GRANDEZZE

A livello teorico l'applicazione fotogrammetrica comporta la risoluzione di un problema di fondo che è quello di relazionare lo spazio oggetto tridimensionale con lo spazio immagine bidimensionale in maniera univoca e così da poter far corrispondere punti discreti, opportunamente scelti, nei due sistemi di grandezze. Superato questo obiettivo sarà poi possibile relazionare qualsiasi punto del continuo spazio immagine al corrispondente punto nello spazio oggetto.

In fotogrammetria si individuano pertanto tre tipi di grandezze:

- le coordinate 3D (X, Y, Z) dell'oggetto;
- le coordinate 2D (x, y) dell'immagine;
- i valori dei parametri di orientamento Γ ;

Per meglio chiarire quanto sopra si danno le seguenti definizioni:

- per spazio oggetto si intende l'oggetto da rilevare nella sua volumetria;
- per spazio immagine si intende la ripresa fotografica dell'oggetto da rilevare;
- per punti discreti si intendono dei punti, che siano ben individuabili sia sull'oggetto che sull'immagine fotografica dello stesso.
- i parametri di orientamento sono quelli che governano i rapporti fra lo spazio oggetto 3D e quello immagine 2D: essi esprimono le caratteristiche del mezzo fotografico e il suo posizionamento fra i due tipi di spazi;

I tre gruppi di grandezze

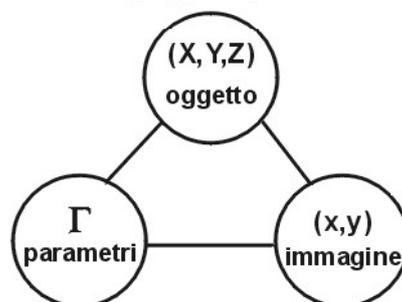
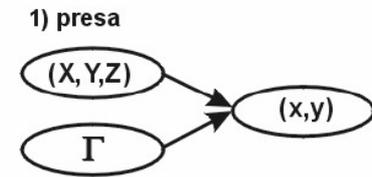
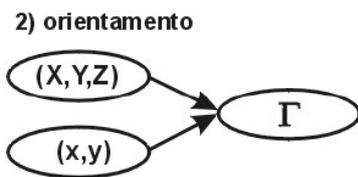


Fig.3 : I tre gruppi di grandezze

Inoltre, nel processo di rilievo fotogrammetrico, si individuano tre fasi principali nelle quali le menzionate grandezze vengono relazionate in maniera differente:

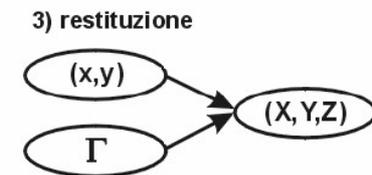


1. Fase di presa: nella presa sono noti due gruppi di parametri: l'oggetto del rilievo (X,Y,Z) e la fotocamera, (posizione e tipo di fotocamera: ovvero i parametri Γ della trasformazione), restano incognite le coordinate dell'oggetto nello spazio bidimensionale;



2. Fase di orientamento: ancorché fissati nella fase precedente, e dunque per questo conoscibili fin da allora, si preferisce determinare a posteriori il gruppo Γ dei parametri della trasformazione; questa determinazione si chiama orientamento e si effettua disponendo di un certo numero di punti di cui si conoscano le posizioni nei due spazi in modo da poter risalire ai parametri della trasformazione.

Sono quindi noti le coordinate dell'oggetto nello spazio 3d reale e nello spazio 2d dell'immagine, mentre sono da definire i parametri della trasformazione



3. Fase di restituzione: con i parametri ormai noti, si possono ora trasformare gli spazi immagine 2D nello spazio oggetto 3D quindi dar luogo alla restituzione dell'oggetto rilevato. Note le coordinate bidimensionali nello spazio immagine e i parametri di trasformazione, si possono ricavare tutti i punti necessari nello spazio 3d.

Fig.4: Fasi del rilievo

La relazione fra lo spazio 2D di e lo spazio 3D è nota come **proiettività** ed è governata da precise relazioni matematiche e geometriche: il problema è affrontabile infatti sia per via analitica che attraverso applicazioni della geometria descrittiva.

In altre parole, si può affermare che fra i due spazi esiste una proiettività quando è possibile trovare una matrice di parametri A , fungente da operatore di trasformazione, tale che, individuato un generico punto oggetto P , che descrive lo spazio 3D, (detto spazio oggetto), esista un corrispondente punto P' che descrive lo spazio 2D, (detto spazio immagine).

In questa trattazione semplificata sono omesse le formulazioni analitiche del calcolo matriciale che traducono l'impostazione teorica del problema, tuttavia la relazione di cui sopra è schematizzabile con la seguente:

$$u = A \cdot U$$

dove u è una matrice colonna con le coordinate bidimensionali (dello spazio immagine), A è la matrice di trasformazione, (contenente i parametri di orientamento), ed U è una matrice

colonna con le coordinate tridimensionali, (dello spazio oggetto).

Il problema così strutturato può essere infine esplicitato in sistemi di equazioni che conducono a varie dimostrazioni per via analitica.

Per poter calcolare i 12 parametri della matrice A , (fungente da operatore di trasformazione), sono necessarie almeno 12 equazioni: occorre un insieme di punti noti nei due spazi; ogni punto consente di scrivere due equazioni. Con un minimo di sei punti si ricavano tutte le incognite.

Ma una delle dimostrazioni più importanti, al fine di comprendere l'impostazione teorica del rilievo fotogrammetrico, è quella in cui si esprimono le coordinate bidimensionali x,y (spazio immagine), in funzione di quelle tridimensionali X,Y,Z (spazio oggetto): il sistema di equazioni in questo caso non fornisce una sola soluzione. Ad un punto 2D corrispondono infatti infiniti punti 3D, tutti quelli che si ottengono fissando il valore di una delle tre coordinate (la Z per esempio), ed ottenendo così le restanti due. Al variare della Z , da $-\infty$ a $+\infty$ il punto oggetto P , descrive così una retta detta retta proiettiva, congiungente il punto immagine P' al punto oggetto P .

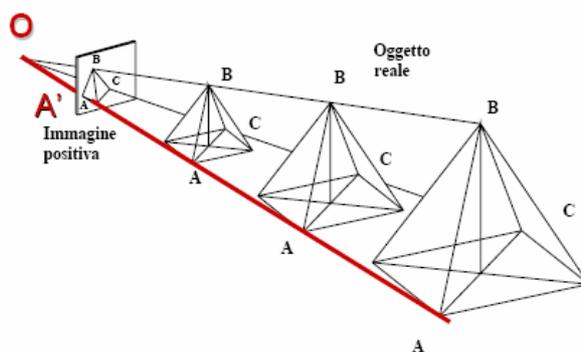


Fig.5: Da una sola immagine 2d possono essere ricavati numerosi modelli 3d = una sola fotografia non basta

Da quanto sopra esposto, si intuisce che nella risoluzione del problema fotogrammetrico una sola immagine, rappresentante lo spazio oggetto e relazionata ad esso tramite parametri di orientamento, non dà luogo ad una sola soluzione, e pertanto si può enunciare la seguente: “Da una sola fotografia non è possibile ricavare misure tridimensionali a meno che non si pongano particolari vincoli riguardanti la forma dell'oggetto. Nel caso generale per poter effettuare misure tridimensionali occorre considerare più foto dell'oggetto.”

Una sola retta proiettiva non è dunque sufficiente per la ricostruzione del punto oggetto. Mentre dallo spazio oggetto si genera lo spazio immagine, da un solo spazio immagine non è possibile risalire allo spazio oggetto che lo ha generato.

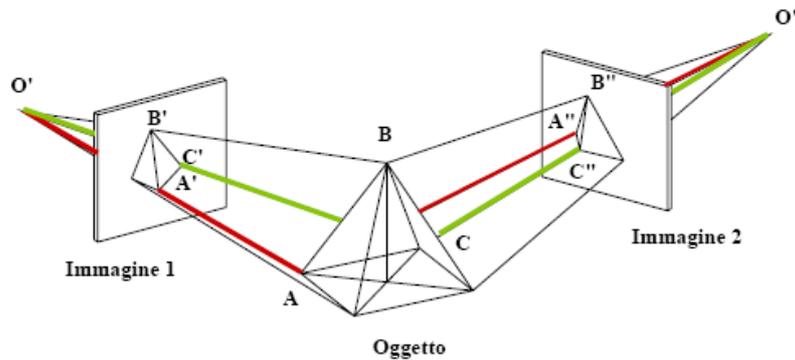


Fig.5: Dall'utilizzo di due fotogrammi si può ricomporre l'oggetto originale in 3 dimensioni

Ed inoltre si aggiunge: date due o più fotografie si chiamano **punti omologhi** le diverse rappresentazioni sui due fotogrammi dello stesso particolare. Al momento dello scatto ciascun punto fotografico, il suo corrispondente punto oggetto ed il centro di proiezione giacciono su di una retta.

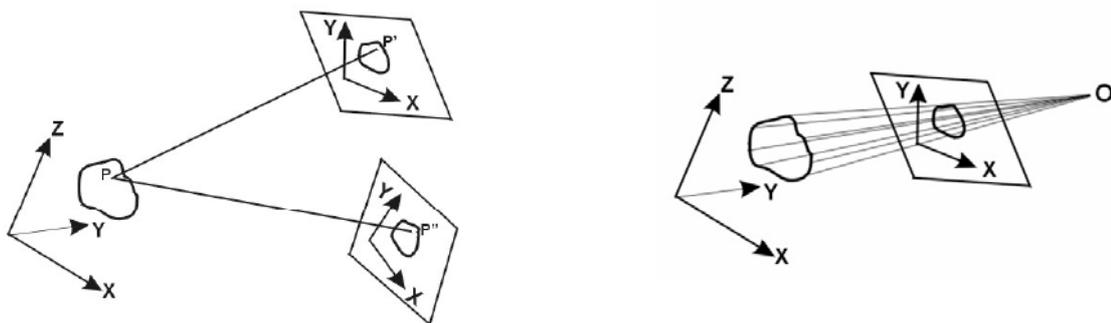


Fig.6: a) punti omologhi P' e P'' b) centro di proiettività O

Il punto origine O di coordinate (X_o, Y_o, Z_o) viene detto **centro della proiettività**. Per esso passano tutte le rette proiettive in quanto le sue coordinate corrispondono a una qualunque coppia (x,y) di coordinate immagine. I parametri della matrice di trasformazione sono propri dell'insieme di rette passanti per il centro della proiettività, o centro di proiezione. L'insieme delle rette proiettive si definisce stella o fascio proiettivo.

Come già anticipato, è necessario conoscere dei punti, detti "punti noti", in ambedue gli spazi, (spazio oggetto e spazio immagine): questi dovranno essere presenti ed individuabili in ambedue le prese fotografiche, (nei due spazi immagine), come punti omologhi.

Il sistema di rilevamento fotogrammetrico tramite coppie di prese fotografiche, (ovvero la determinazione dello spazio oggetto attraverso due spazi bidimensionali), viene detto rilievo fotogrammetrico stereoscopico proprio in virtù della registrazione visiva "stereo-scopica" dell'oggetto.

ANALOGIA TEODOLITE - FOTOCAMERA METRICA

Quanto è stato esposto, relativamente alla necessità di avere più immagini di un soggetto per poter ricavare informazioni metriche tridimensionali su di esso, ha una dimostrazione teorica e matematica che è stata solamente accennata per brevità e semplicità di trattazione. Tuttavia tale concetto fondamentale può essere agevolmente compreso riferendosi al ben più noto sistema di rilevamento a mezzo del teodolite: esiste infatti una notevole analogia fra la

procedura con la quale si realizza un rilievo strumentale con il teodolite e quella con prese fotogrammetriche.

Realizzare una presa fotogrammetrica equivale ad una speciale collimazione con il teodolite dove invece di acquisire un singolo punto si acquisisce tutti i possibili punti rilevabili da quella postazione. Si osserva pertanto quanto segue:

- Il fotogramma è la registrazione analogica di tutte le possibili collimazioni del teodolite avente il centro coincidente con il centro della proiettività;
- Il problema fotogrammetrico, rispetto all'analogo rilievo topografico, è complicato dal fatto che occorre sicuramente stabilire la posizione e l'orientamento del fotogramma all'atto della presa.
- Il grande vantaggio della fotogrammetria rispetto alla topografia, risiede nella grande quantità di informazioni ricavabili in una singola presa.

Se realizzare una presa fotogrammetrica è equivalente ad una stazione di teodolite allora risulta ben comprensibile la necessità di triangolare i punti rilevati con una seconda presa fotogrammetrica così come avviene con il teodolite: in altre parole si può affermare che la determinazione dei punti rilevati avviene in entrambi i metodi di rilievo per intersezione in avanti.

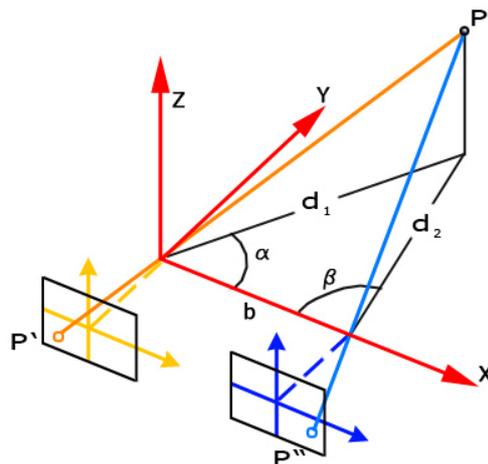


Fig.6: Rilievo fotogrammetrico: rilievo per intersezione in avanti

Si evidenzia infine quanto segue:

- La collimazione dei punti con il teodolite non può essere che monoscopica, cioè effettuata con un solo occhio.
- L'osservazione in fotogrammetria, (durante le successive elaborazioni), avviene in stereoscopia, cioè mediante entrambi gli occhi, secondo la visione naturale umana che consente di apprezzare anche la terza dimensione, la profondità.

LA STEREOSCOPIA

Per stereoscopia si intende una visione tramite due punti di osservazione differenti. La stereoscopia può essere originata da sistemi di visualizzazione artificiale che consentono di apprezzare la tridimensionalità del mondo esterno, (aspetto quest'ultimo di notevole importanza, come vedremo in seguito, per la pratica della fotogrammetria).

L'uomo gode, tuttavia, di una visione stereoscopica naturale del mondo che lo circonda, e questa avviene proprio grazie agli occhi, che essendo in coppia, consentono un apprezzamento della tridimensionalità dello spazio reale. La misura della posizione del punto avviene, come sempre, per intersezione in avanti.

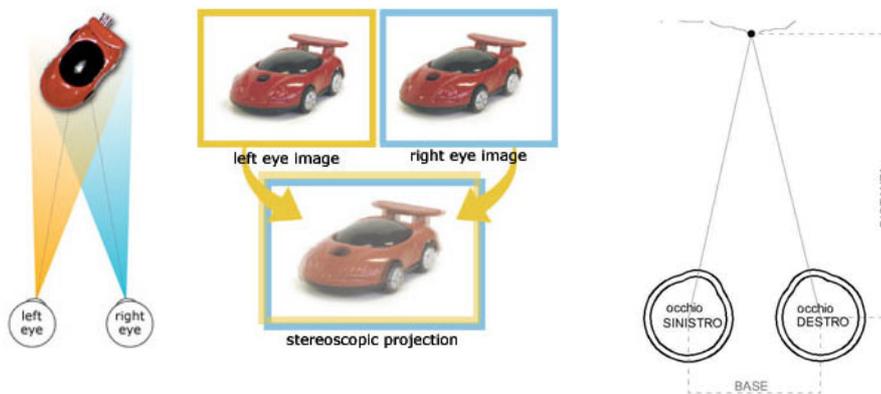


Fig.8: Schema della visione umana

Nella visione umana lo schema geometrico è quello della figura dove b è la base interpupillare, generalmente compresa fra 60 e 70 mm, d è la distanza dell'oggetto sul quale giace il punto P e γ è l'angolo sotteso, chiamato parallasse angolare.

L'occhio umano apprezza la posizione di un punto egualmente sia in X che in Y che in Z alla distanza della visione distinta, cioè a $25 \div 30$ cm. Questo valore corrisponde ad una base dell'intersezione in avanti pari a $1/3$, $1/4$ della distanza dell'oggetto. Ponendo questo a distanza via via maggiori, la capacità di stima della distanza dell'oggetto decade con legge quadratica della distanza. Si vede dunque come la stima della profondità peggiori fino a diventare praticamente non più stimabile la distanza di un oggetto rispetto ad un altro.

Ritornando però alle considerazioni iniziali e alla formula testè vista possiamo dire che la vista umana è condizionata dalla costanza della distanza interpupillare e comunque, alla distanza della visione distinta, cioè con $b = 1/3 d \div 1/4 d$, la stima delle variazioni di distanza è ottima.

Il topografo sa che una buona intersezione in avanti si fa con una base di osservazione corrispondente appunto a $1/3 \div 1/4$ della distanza dell'oggetto, così come pure per una coppia di prese fotogrammetriche.

Nella pratica topografica è sempre possibile, così come in quella fotogrammetrica, mantenere la base di presa sui valori suddetti, e questo, nella fotogrammetria aerea, avviene in forma automatica.

Nella fotogrammetria terrestre le cose non sono automatiche in quanto l'operatore ha sempre o spesso a che fare con spazi vincolanti che lo limitano e lo costringono ad uscire da questi canoni, ma l'esperienza e la disponibilità di camera a focale differente riescono quasi sempre a far sì che i problemi trovino adeguata soluzione.

LA PRESA

La fotografia è una prospettiva centrale, mentre il rilievo viene rappresentato in proiezione ortogonale. Solo nel rilevamento architettonico si può a volte derogare dalla proiezione ortogonale per ottenere rappresentazioni più utili al loro studio. Data la necessità, in ogni caso, di fare della immagine fotografica un uso metrico, intenderemo sempre per fotografia un fotogramma, cioè una fotografia metrica, o perché presa con una camera metrica, o perché si posseggono gli algoritmi per trasformare una foto normale in metrica.

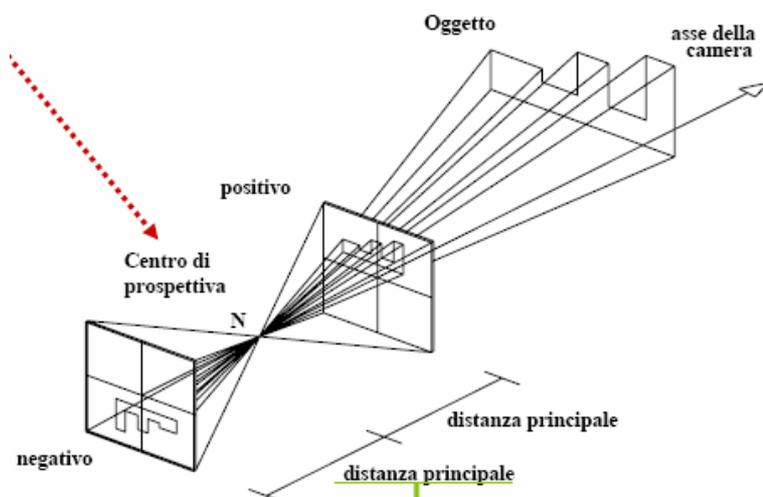


Fig.7: Schema della presa fotografica

Scala del fotogramma.

Per scala del fotogramma si intende il rapporto fra un elemento lineare S preso sulla fotografia e il corrispondente elemento s preso sul terreno. Il rapporto di scala $S : s$ è costante solamente per l'obbiettivo ideale e per una presa "normale" di un oggetto piano. In tutti gli altri casi si parla di scala media del fotogramma intendendo dire che il rapporto $S : s$ varia da punto a punto e se ne assume il valore medio, il che è equivalente, data la proporzionalità tra le parti del tronco di piramide generato dalla stella proiettiva, al rapporto fra la focale della camera e la distanza media dell'oggetto fotografato.

$$1 / S_m = l / L = c / d_m$$

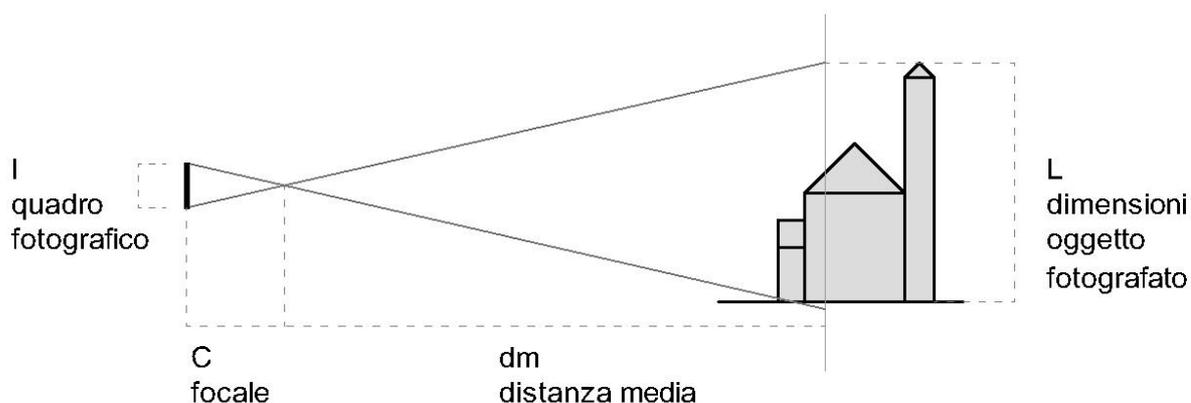


Fig.9: Scala media del fotogramma

Con l'avvento della fotografia digitale la scala media del fotogramma può essere individuata focalizzando l'attenzione sul pixel: la quantità più piccola che costituisce l'immagine digitale e richiamando il concetto della scala nominale. Come in generale si è fissato per convenzione il valore convenzionale di 0.2 mm come valore minimo rappresentabile (senza imprecisioni o errori di stampa), si applica lo stesso concetto all'elemento più piccolo del pixel. Per cui un pixel adatto alla scala 1:50 avrà come dimensione al reale di $0.2 \text{ mm} \times 50 = 1 \text{ cm}$. Allo stesso modo alla scala 1:200 il pixel rappresenta una porzione di $4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ (0.2×200).

Scala NOMINALE	Dim. pixel
1:1000	20 cm
1:500	10 cm
1:200	4 cm
1:100	2 cm
1:50	1 cm
1:20	0,4 cm (4 mm)
1:10	0,2 cm (2 mm)
1:5	0,1 cm (1 mm)

Per individuare quindi la scala media del fotogramma digitale si dovrà individuare il valore medio di abbracciamento di un pixel. Nella pratica si dovrà calcolare l'abbracciamento (quantità della realtà ripresa nello scatto fotografico) e quindi dividerlo per il numero di pixel. Il risultato ottenuto descrive le dimensioni nella realtà del pixel. Il valore così ottenuto va confrontato con la tabella riportata per ottenere la scala media.

ESEMPIO:

Con una macchina digitale realizzo una presa fotografica e inquadro un tratto di muratura lungo 40 m. Sapendo che la macchina, da 6 Megapixel, ha un sensore di dimensioni in pixel 2816×2112 ($5.76 \text{ mm} \times 4.29 \text{ mm}$) calcolare la scala media del fotogramma.

Soluzione:

dividere il tratto di muratura per il numero di pixel e confrontarlo con la tabella sopra riportata.

$4000 \text{ (cm)} / 2816 = 1.42 \text{ cm}$ per cui il fotogramma può essere adatto per una scala 1:100

Quanto ora detto vale per prese "normali" all'oggetto; se ciò non avviene si ha una deformazione a trapezio dell'oggetto immagine che si può correggere con una operazione di raddrizzamento. E' questa una operazione possibile quando la non normalità è molto contenuta in quanto gli ingranditori a piano basculante consentono pochi gradi di movimento per non compromettere la messa a fuoco dell'immagine raddrizzata. La trasformazione fra i due spazi piani si chiama trasformazione prospettica o omografia ed è una corrispondenza governata da otto parametri, che tratteremo più avanti. Infine è possibile, a partire dalla conoscenza altimetrica del terreno o dalla profondità di un certo oggetto architettonico, ricostruire un raddrizzamento per aree elementari ortogonalizzate mediante appositi strumenti, detti ortoproiettori. Il risultato è un raddrizzamento differenziale dell'oggetto.

L'ORIENTAMENTO

L'operazione di orientamento si può suddividere in fasi successive:

- Orientamento interno, nel quale avviene la ricostruzione delle stelle proiettive;
- Orientamento relativo, nel quale si accoppiano i raggi omologhi (provenienti, cioè, dallo stesso punto oggetto) per complementarità dando luogo al modello, le cui coordinate vengono calcolate attraverso le equazioni delle rette proiettive o equazioni di collinearità in un sistema di riferimento modello;
- Orientamento assoluto, nel quale mediante opportune rototraslazioni con variazioni di scala si trasformano le necessarie coordinate modello in coordinate terreno.

L'ultima fase consiste nella misura di tutte le coordinate modello/oggetto per produrre come esito un file numerico di coordinate, un disegno plottato o anche una immagine ortoproiettata. Come vedremo più avanti le fasi di orientamento relativo e assoluto possono avvenire contemporaneamente: in tal caso si parla di orientamento esterno del modello.

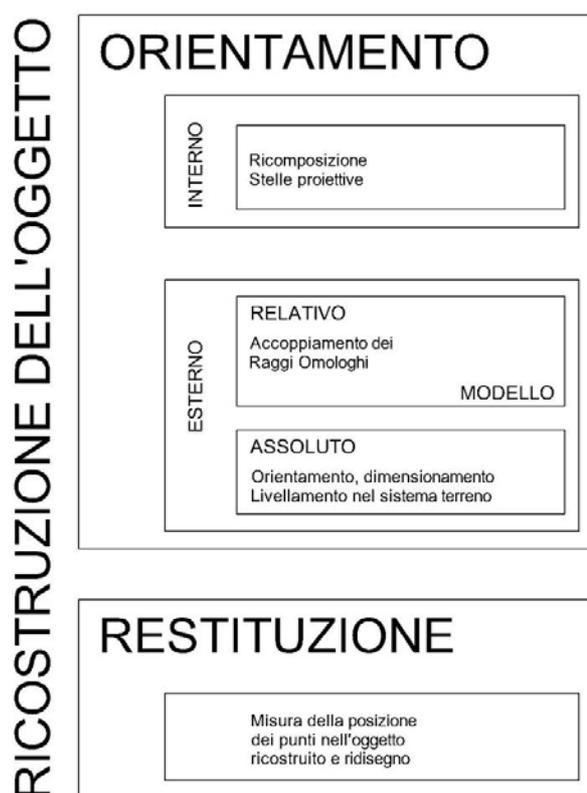


Fig.10: schema di lavoro

Il modello.

Per modello si intende quella parte dell'oggetto reale 3D che appare in due fotogrammi presi da punti diversi. La parte comune a due fotografie deve essere almeno del 50% se si vuole che l'oggetto sia tutto rappresentato in almeno due fotogrammi successivi.

Nella figura si può vedere come deve essere effettuata la presa dell'oggetto, in questo caso il

terreno, nel caso di fotografie aeree.

I fotogrammi si devono ricoprire, per sicurezza, almeno del 60%, nell'ipotesi di prese nadirali come nel caso dell'aereo o normali nel caso terrestre, in modo tale da avere sempre una fascia in comune fra modelli adiacenti, che ha il doppio scopo di garantire l'assenza di "buchi" nella presa e di avere dei punti oggetto comuni a due modelli successivi. Il calcolo della base b di presa è immediato.

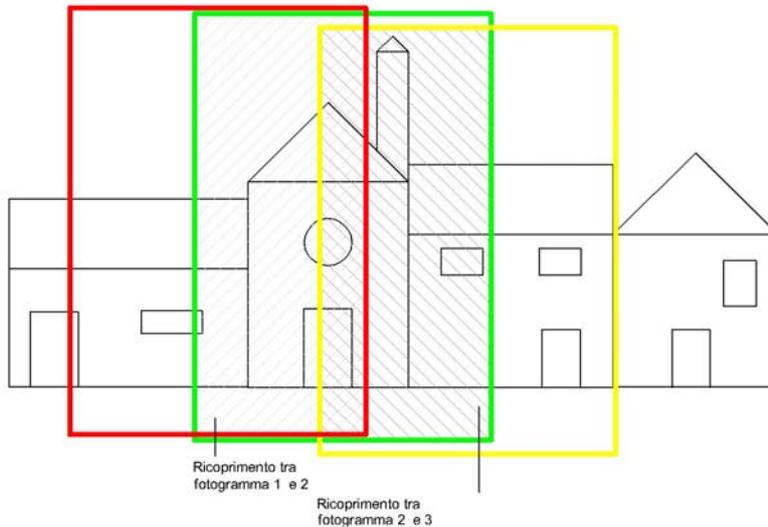


Fig.11:

Orientamento interno

Finora abbiamo assimilato il fotogramma ad una rigorosa prospettiva centrale, il cui centro di prospettiva è a una distanza c dal punto principale del fotogramma. I parametri di questo modello matematico-geometrico semplificato, ossia la distanza principale c e le coordinate immagine del punto principale P , sono detti parametri di orientamento interno.

Tuttavia questo modello ideale non corrisponde fedelmente alla realtà. Se si vuole ottenere la massima precisione possibile, è necessario tenere conto degli inevitabili errori dell'obiettivo, della camera e del fotogramma stesso.

Per prima cosa occorre ricostruire i fasci proiettivi per ciascuna immagine.

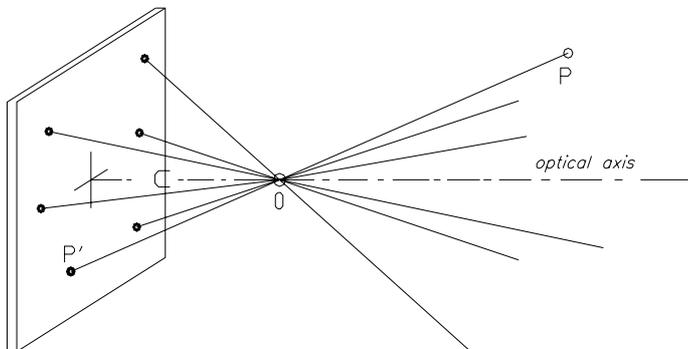


Fig.12: Fotocamera e stelle proiettive

Gli elementi caratterizzanti l'orientamento interno della stella proiettiva sono:

- la posizione del centro di proiezione O ;
- la posizione del punto principale, ovvero il punto P che si forma conducendo la perpendicolare per O al quadro dell'immagine;
- la distanza principale c da O a P ;
- la distorsione dell'immagine.

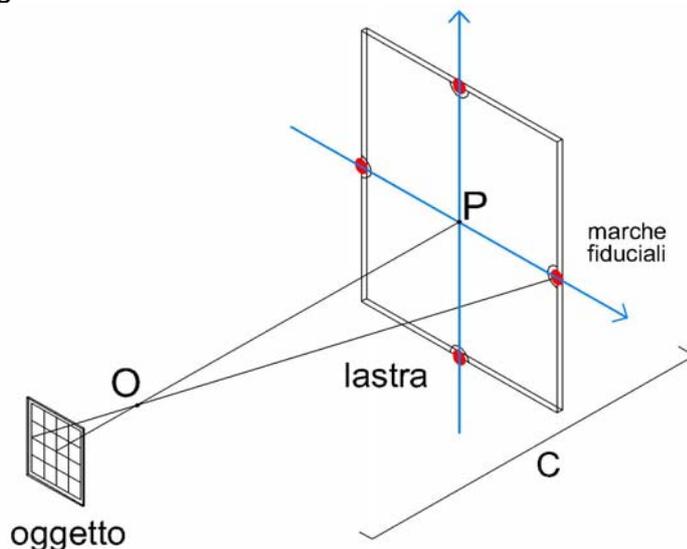


Fig.13: Elementi dell'orientamento interno: centro di proiezione O , Punto Principale P e lunghezza focale C

Nelle prese fotogrammetriche tradizionali, su lastra o pellicola, o su quelle digitalizzate via scanner, la definizione di alcuni di questi parametri avviene mediante l'utilizzo di marche fiduciali o "reperes" che vengono impressionate al momento della presa. La posizione del punto P è riferita appunto ad un sistema di riferimento nel piano dell'immagine, ricavabile attraverso le marche fiduciali.

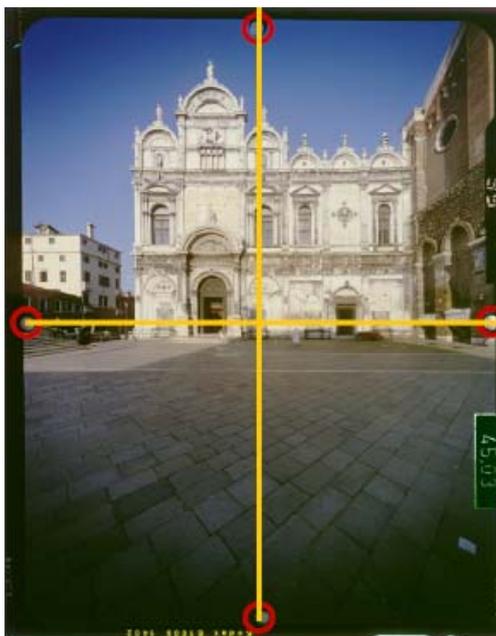


Fig.14: Esempio di presa fotogrammetrica con collimazione della marche fiduciali e materializzazione del sistema di riferimento lastra

La distanza principale c non coincide con la distanza focale, generalmente, in quanto la prima è rigorosamente fissa, mentre la seconda è variabile in funzione della distanza dell'oggetto. In base alla prima legge sulle lenti sottili si ha

$$\frac{1}{D} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

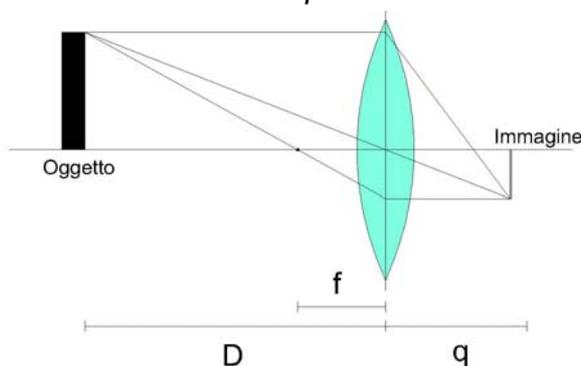


Fig.15:

e quindi, per D grande, $q \approx f$. Questo accade quando la distanza dell'oggetto dalla presa è assai più grande della distanza focale della camera. E. il caso delle camere da presa aerea, che sono a fuoco fisso, proprio perché la quota di volo $H \gg f$.

Nelle camere terrestri invece l'oggetto può essere a distanza comparabile con la distanza focale, nel senso che non si può più ritenere $f = c$. Generalmente però le camere fotogrammetriche terrestri sono ugualmente a fuoco fisso calibrato per una data distanza dell'oggetto e si lavora solo sulla profondità di campo. Quando si esce per necessità da questa profondità si risolve il problema mediante degli anelli distanziatori o con lenti addizionali. Comunque la distanza principale è nota con precisione. Con le camere semimetriche, ora molto diffuse, si hanno delle posizioni fisse di focamento con nota la

distanza principale (generalmente al decimo di millimetro contro il centesimo di quelle fotogrammetriche).

La legge di Gauss su esposta è valida anche per gli obiettivi delle camere fotografiche, in quanto in questi sistemi di lenti è possibile trovare due piani normali all'asse ottico, detti principali o nodali in cui i raggi si comportano ignorando la distanza fra questi due piani.

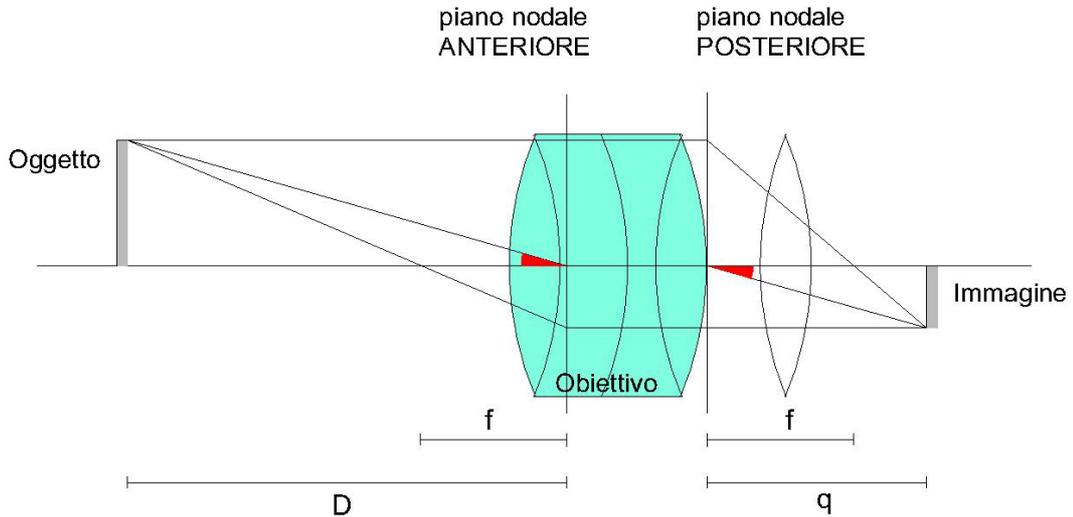


Fig.16: Legge di Gauss per obiettivi ideali

Nelle camere fotografiche amatoriali, nelle quali è possibile conoscere esattamente la distanza principale, questo dato diventa una incognita dell'orientamento interno.

Gli obiettivi fotografici reali non rispecchiano la condizione geometrica ideale. Si vede come, nel piano del disegno, il raggio che proviene dall'oggetto incontra il primo punto nodale formando un angolo α esterno all'obiettivo diverso dall'angolo interno α' che il raggio uscente dal secondo punto nodale forma con l'asse ottico.

Il punto immagine I' di I si forma in I'' a causa della distorsione introdotta dall'obiettivo. Ma la distorsione non è solo nel piano della figura,

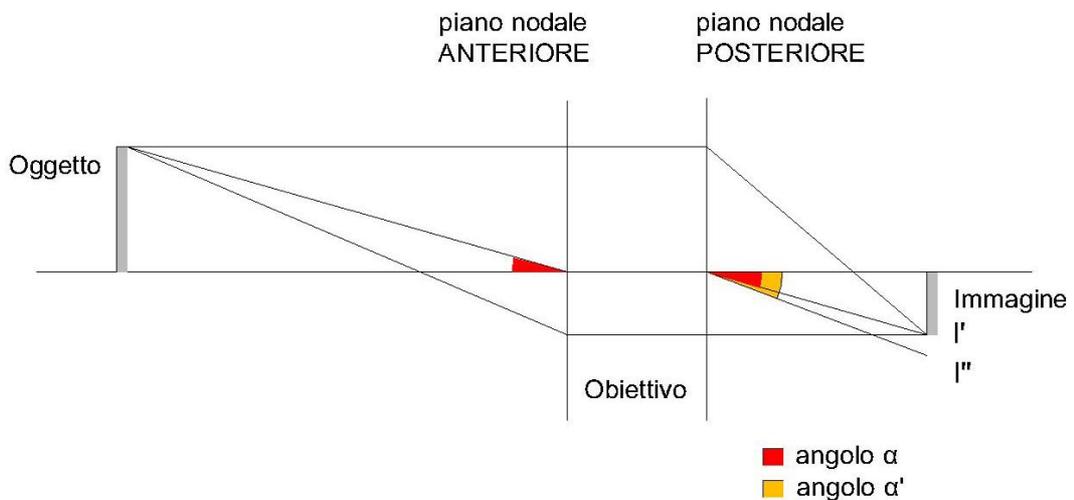


Fig.18: Comportamento degli obiettivi reali

Distorsione radiale e distorsione tangenziale

La distorsione δl può essere sempre scomposta in due componenti: una lungo la congiungente P con I', detta radiale δr , e una normale a questa direzione, detta tangenziale δt .

L'effetto di distorsione è prevalentemente radiale e cambia al variare della distanza principale. Infatti se è vero che la distorsione si può annullare per un certo angolo di incidenza α variando leggermente la distanza principale c di δc è anche vero che per un altro angolo β , ovvero un altro punto, essa non si annulla per il valore δc , ma per il valore $\delta c'$.

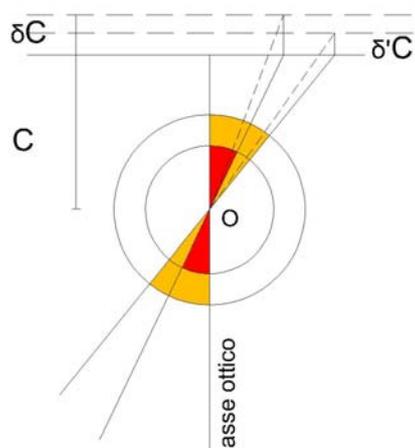


Fig.19: Effetto della distorsione radiale al variare della distanza principale C

Si assume per la distanza principale il valore che minimizza la distorsione in tutto il campo dell'immagine.

La **distorsione radiale**, come detto, è prevalentemente rispetto a quella **tangenziale** (nei buoni obiettivi si può ritenere quest'ultima nell'ordine del 5% dell'altra).

La distorsione radiale può essere di due tipi: a barilotto o a cuscinetto

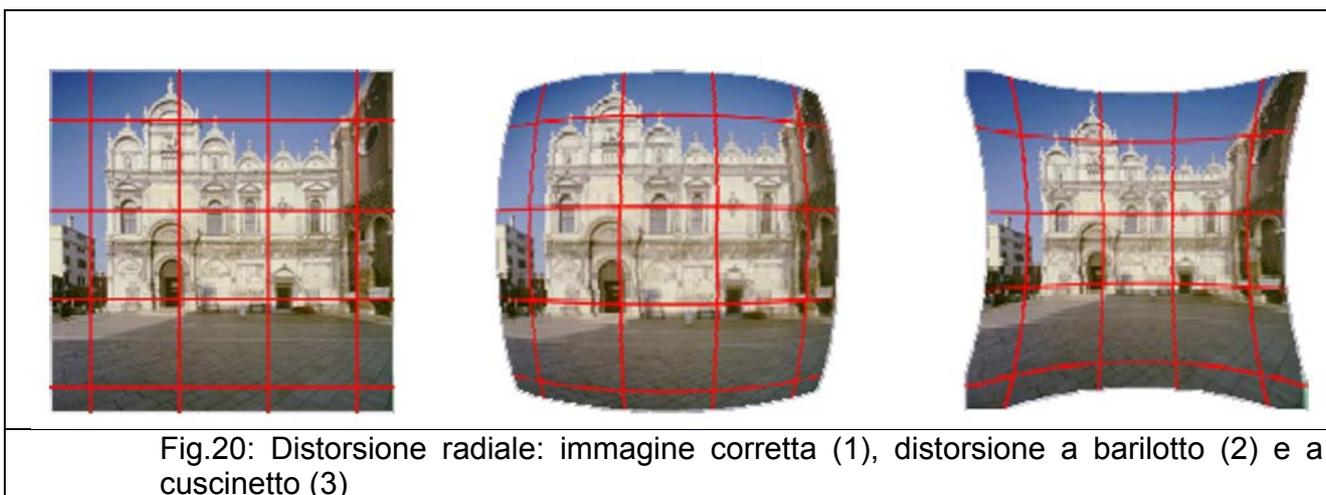


Fig.20: Distorsione radiale: immagine corretta (1), distorsione a barilotto (2) e a cuscinetto (3)

Le case costruttrici delle camere fotogrammetriche forniscono sempre un certificato di

calibrazione il quale, oltre a contenere i valori della distanza principale, della posizione del punto principale, le coordinate delle marche fiduciali, riporta la curva di distorsione di quel determinato obiettivo/camera.

La curve di distorsione, con la distanza dal centro principale in ascissa ed in ordinata il valore di distorsione, può essere resa graficamente o per step successivi.

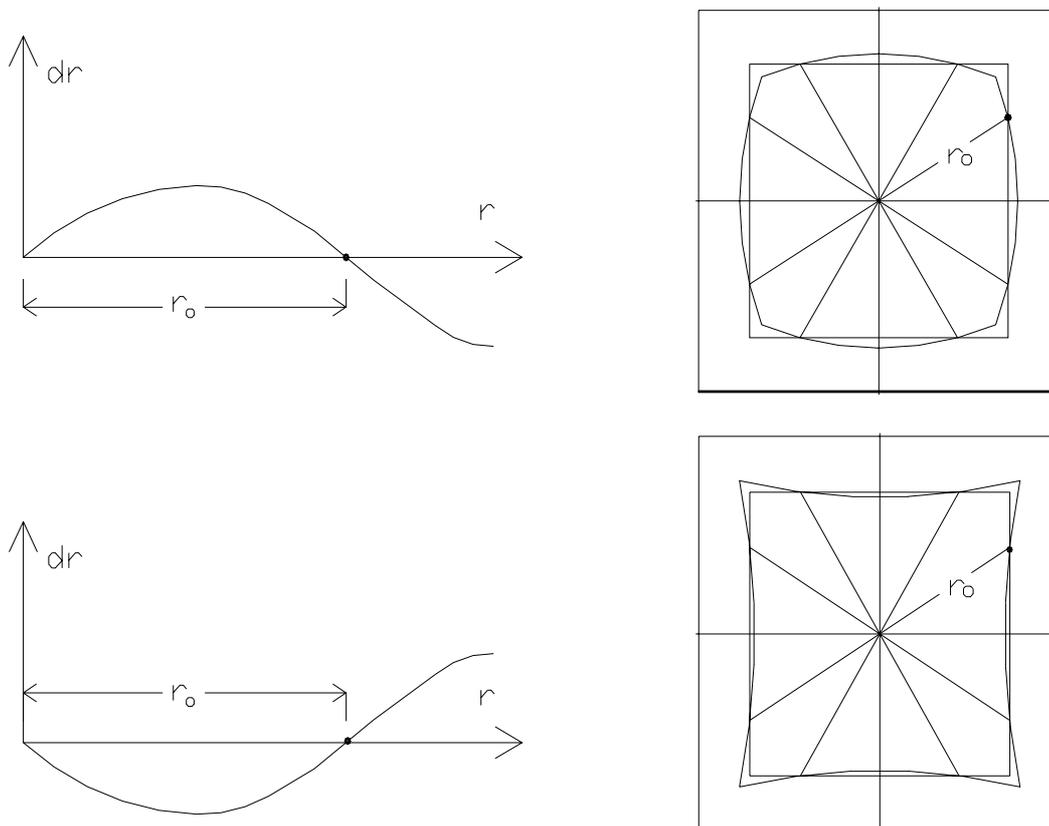
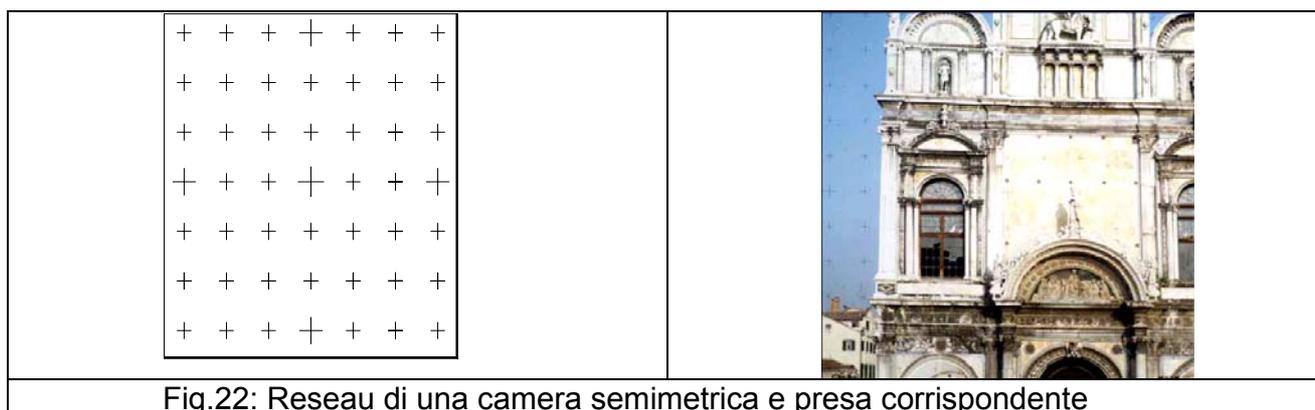


Fig.21: Distorsione a barilotto(sopra): curva caratteristica ed effetti
Distorsione a cuscinetto(sopra): curva caratteristica ed effetti

Ad esempio, nelle camere fotogrammetriche Wild della serie P31, formato (4x5) inc2, con focali 200 mm, 100 mm, 45 mm il massimo della distorsione, variabile da camera a camera, si ha per la 45 mm, che ha un angolo di campo di 116° , con un valore ai bordi inferiore ai 4 micron.

In una macchina fotografica digitale di tipo reflex amatoriale, Nikon D2X, con obiettivo di 20 mm, la distorsione è

Nelle camere semimetriche, oltre al certificato di calibrazione di cui dotate le camere fotogrammetriche, diverso da quello delle metriche, vi è riportato un reticolo regolare o reseau, inciso su un vetro ottico, posto immediatamente prima del film e nel quale lo stesso si spiana



Il reticolo porta delle crocette la cui posizione è nota con alta precisione (1 µm). Lo scopo del reticolo non è finalizzata a conoscere la distorsione dell'obiettivo in quanto esso si impressiona così come è sul film che ci sia o non ci sia distorsione, ma ha lo scopo di poter misurare le deformazioni che subisce il film nelle fasi di sviluppo e stampa.

Nel caso delle immagini digitali, non variano i parametri dell'orientamento interno, ma sono spesso definiti in modo diverso rispetto ai metodi tradizionali. Non è necessario per esempio collimare le marche sfiduciale (che non esistono), ma vengono utilizzati dai software gli spigoli dell'immagine per definire il sistema di riferimento in cui andare a collocare il punto principale.

Inoltre viene utilizzato oltre al concetto di focale, il concetto di focale equivalente. Gli obiettivi infatti riportano la lunghezza focale rispetto alle normali dimensioni 35 mm della pellicola. Avendo invece le macchine digitali dei sensori con dimensioni notevolmente diverse da quelle delle classiche pellicole, è necessario impostare una proporzione per comprendere la corretta lunghezza focale (lunghezza focale equivalente):

$$35 : yy = 20 : xx$$

35= dimensione della pellicola in millimetri

yy = dimensione del sensore in millimetri

20 = lunghezza focale dell'obbiettivo riportata ai 35 mm

xx = lunghezza focale reale dell'obbiettivo

Ad esempio su una macchina fotografica con sensore 2816 x 2112 in pixel (5.76 mm x 4.29 mm), un obiettivo di 20 mm, in realtà ha una lunghezza focale pari a

$$35 : 5.76 = 20 : X$$

$$X = 3.23 \text{ mm}$$

Oltre alle deformazioni geometriche, gli obiettivi producono anche delle aberrazioni cromatiche, che però non danno problemi nella definizione dello spazio 3d e comunque possono essere corrette mediante operazione di filtraggio sulle immagini.

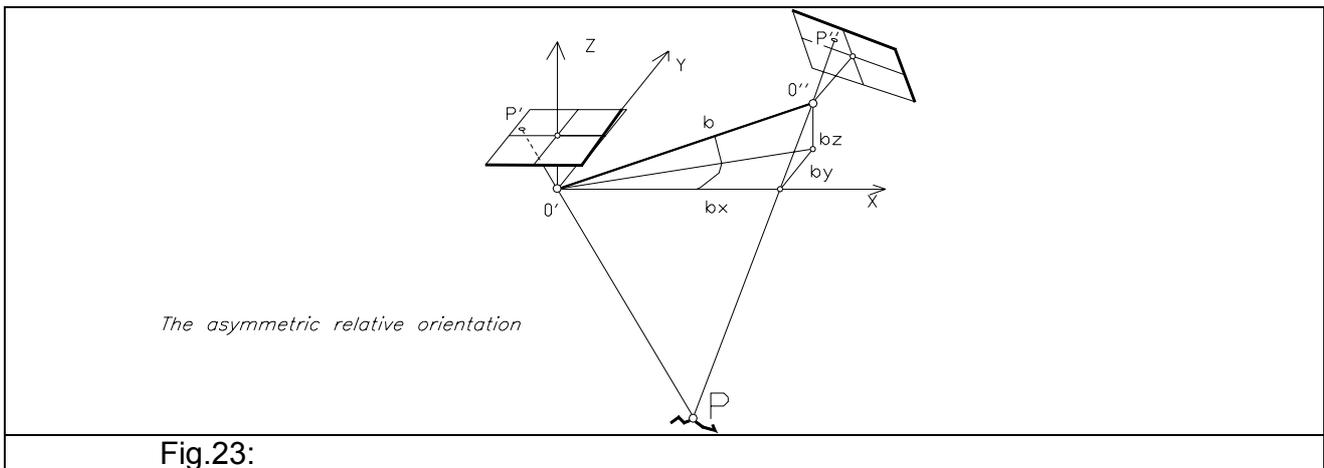
Nella fotogrammetria aerea sono da considerare inoltre anche le distorsioni dovute alla rifrazione atmosferica.

Orientamento esterno

Una volta ricomposti i fasci proiettivi, è necessario riposizionarli nello spazio oggetto 3d nella stessa posizione che avevano all'atto della presa.

Per risolvere questo problema è necessario determinare per ogni fascio tanti parametri quanto sono i parametri che definiscono la posizione di un corpo rigido nello spazio: tre rotazioni e tre traslazioni. E siccome per ricostruire lo spazio oggetto occorrono almeno due fotogrammi, per il loro orientamento bisogna determinare complessivamente dodici parametri. Questa fase del procedimento fotogrammetrico è quella di orientamento esterno e può essere sviluppata in diversi modi:

1. orientamento contemporaneo di due fotogrammi in due passi (orientamento relativo e assoluto)
2. orientamento contemporaneo di due fotogrammi in un'unica operazione
3. orientamento indipendente dei due fotogrammi
- 4.



A determinare la formazione del modello è l'intersezione di rette proiettive determinate dalle **equazioni di collinearità**. Queste equazioni, che costituiscono il principio base della fotogrammetria, esprimono il fatto che il centro di proiezione O, il punto oggetto P e il punto immagine P' sono allineati sulla stessa retta proiettiva.

$$x_i = x_{0i} - c \cdot \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

$$y_i = y_{0i} - c \cdot \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

(espresse in funzione delle coordinate immagine)

con

x_i, y_i = coordinate immagine del punto P' nel sistema lastra

x_{0i}, y_{0i} = coordinate immagine del punto P

c = distanza principale

X, Y, Z = coordinate del sistema oggetto

X_0, Y_0, Z_0 = coordinate del centro di proiezione

Le equazioni mostrano appunto che ad ogni punto oggetto corrisponde un punto immagine.

$$X = X_0 + (Z - Z_0) \cdot \frac{r_{11}(x - x_{0i}) + r_{12}(y - y_{0i}) - r_{13}c}{r_{13}(x - x_{0i}) + r_{23}(y - y_{0i}) - r_{33}c}$$

$$Y = Y_0 + (Z - Z_0) \cdot \frac{r_{21}(x - x_{0i}) + r_{22}(y - y_{0i}) - r_{23}c}{r_{31}(x - x_{0i}) + r_{32}(y - y_{0i}) + r_{33}c}$$

(espresse in funzione delle coordinate oggetto)

Dalla presenza della Z al secondo membro, da quest'ultima formulazione si deduce che per ogni punto immagine esistono infiniti punti oggetto. Come già detto, quindi, è impossibile ricostruire la geometria da di un oggetto da un solo fotogramma.

E' necessario avere un altro fotogramma che riporti il punto P oppure per l'oggetto è noto un Z per tutti i suoi punti oppure tutti i punti oggetto stanno su un piano di quota nota.

Le equazioni di collinearità per essere risolte necessitano della conoscenza dei tre parametri dell'orientamento interno (x_{0i} , y_{0i} , c), come già abbiamo visto, oltre ai tre parametri X_0 , Y_0 , Z_0 coordinate del punto di presa e ai tre parametri di assetto del fotogramma ω , ϕ , κ , per un totale di nove parametri.

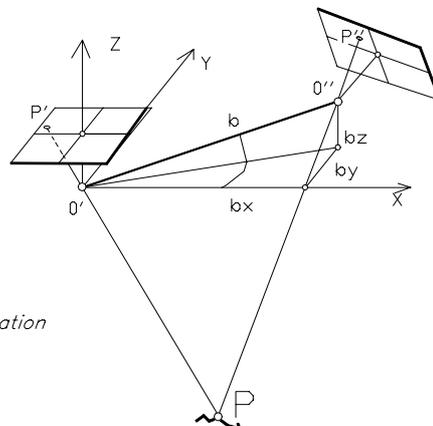
I tre dell'orientamento interno abbiamo visto come si conoscono. I sei rimanenti possono essere determinati con metodi topografici: è possibile, qualche volta, nella fotogrammetria terrestre. Si ricorre, per la loro determinazione, ad un metodo indiretto usando punti di "appoggio" sull'oggetto determinati in genere topograficamente in un sistema di riferimento consono alla rappresentazione dell'oggetto stesso.

E' necessario conoscere almeno **tre punti** perché ciascuno di essi dà luogo a **due equazioni** (equazioni di col linearità) atte a determinare i sei parametri r_{ij} .

Orientamento contemporaneo di due fotogrammi in due passi

L'orientamento avviene in due fasi: nella prima si forma il modello stereoscopico a partire dai due fotogrammi, in un sistema modello (x , y , z); nella seconda si orienta questo modello nel sistema (X , Y , Z).

La prima fase dell'orientamento è definita **orientamento relativo** (di un fascio rispetto all'altro). Se la distanza fra i due centri di proiezione fosse proprio quella della presa fotogrammetrica, chiamata base di presa, la scala del modello sarebbe 1:1. In genere la scala del modello è invece data proprio dal rapporto tra la distanza della ricostruzione e la distanza originale. Poiché durante la fase di composizione del modello la scala dello stesso non ha importanza, i 6 parametri dell'orientamento si riducono a 5. La determinazione dei restanti 7 parametri viene solo posticipata.

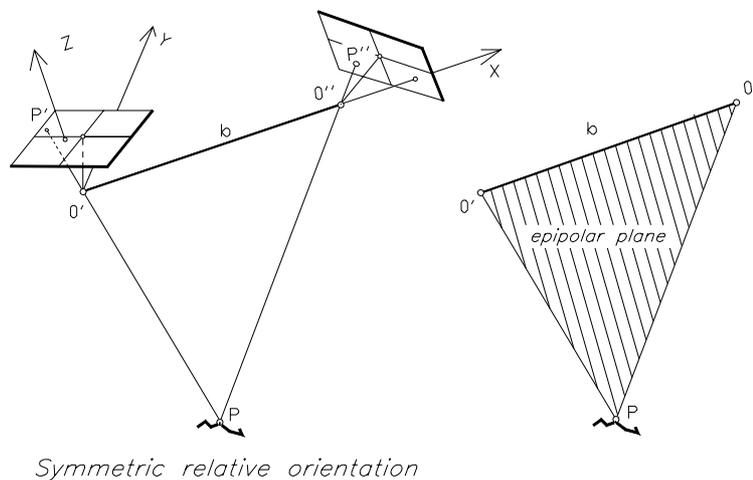


The asymmetric relative orientation

Fig.24: Orientamento relativo asimmetrico di due fotogrammi

L'orientamento relativo può essere simmetrico o asimmetrico in base a come viene fissato il sistema di riferimento.

- **Asimmetrico.** Se si sceglie di fissare un sistema di riferimento relativo con origine nel primo centro di proiezione i 3 parametri di traslazione sono quindi annullati. Inoltre si può fissare il sistema parallelo al sistema lastra e così vengono posti uguali a zero le rotazioni. Così sono da calcolare solo le coordinate del secondo centro di presa (che sono le componenti della base di presa, o meglio i due rapporti di due componenti alla terza la quale determina la scala del modello) e le tre rotazioni del secondo fascio.
- **Simmetrico.** Quando si fissa l'origine del sistema di riferimento nel primo centro di proiezione e con asse x passante per il secondo centro di proiezione, si annullano le due componenti di traslazione del secondo centro di proiezione. Resta la possibilità di ruotare il sistema di riferimento per annullare una rotazione. I parametri incogniti sono in questo caso, due rotazione per un fascio e le altre tre rotazioni dell'altro fascio.



Symmetric relative orientation

Fig.25: Orientamento relativo simmetrico di due fotogrammi

Per la determinazione dei parametri si considera il fatto che il tetraedro costituito dai due raggi proiettivi omologhi r_1 , r_2 e la base di presa b deve essere nullo ossia che i vettori r_1 , r_2 e b devono essere complanari (equazioni di complanarità).

Si fissa un sistema ausiliario di coordinate con origine nel primo centro di proiezione ed asse z rivolto verso l'alto. L'asse X è disposto circa secondo la direzione della base di presa. La distanza tra due raggi proiettivi omologhi, misurata su di un piano parallelo al piano XY , viene definita parallasse. Essa viene distinta in due componenti: p_x parallela alla base di presa e p_y ad essa perpendicolare. Esse sono espresse in funzione delle coordinate lastra.

La parallasse varia al variare del piano su cui essa viene misurata, fino a raggiungere un valore minimo. Se i due raggi omologhi sono complanari, questo valore minimo è pari a zero (i due raggi ad un certo punto si incontrano); in caso contrario la distanza minima è perpendicolare alla base di presa, all'incirca in direzione dell'asse Y (parallasse trasversale). Se in un punto la parallasse trasversale è nulla, i raggi omologhi sono complanari.

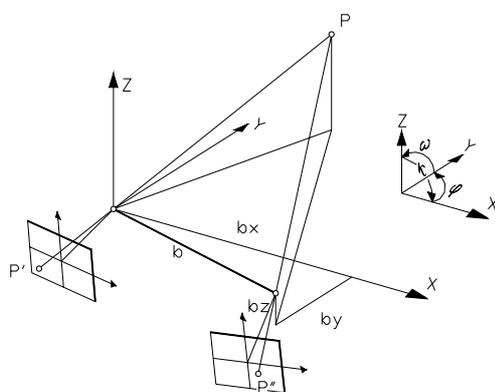
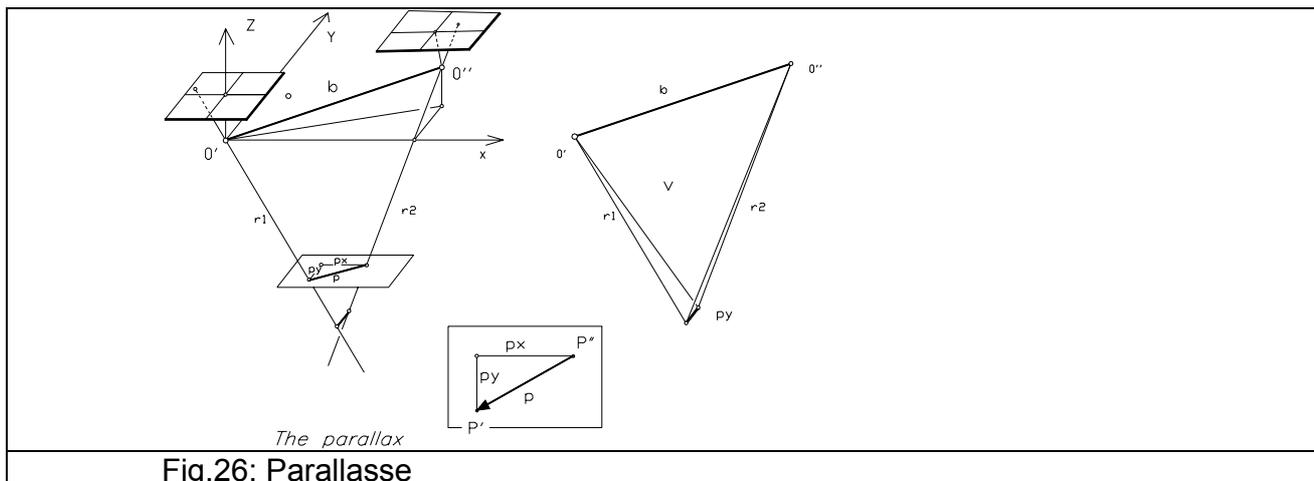


Fig.27: Sistema di riferimento nella fotogrammetria terrestre

Nell'orientamento assoluto restano da definire 7 parametri corrispondenti a 3 traslazioni, 3 rotazioni ed 1 fattore di scala (tralasciato nel relativo). I **sette parametri** si ricavano scrivendo **almeno sette equazioni** utilizzando almeno 3 punti d'appoggio.

Si possono scrivere:

- 3 equazioni per ogni punto plano-altimetrico (x, y, z);

oppure:

- 2 equazioni per 2 punti planimetrici (x, y);

- 1 equazione per 3 punti altimetrici (z).

L'orientamento assoluto richiede pertanto almeno 2 punti planimetrici e 3 altimetrici non allineati, oppure 2 punti planoaltimetrici e 1 altimetrico. Se i punti di appoggio sono in soprannumero si procede alla compensazione ai minimi quadrati.

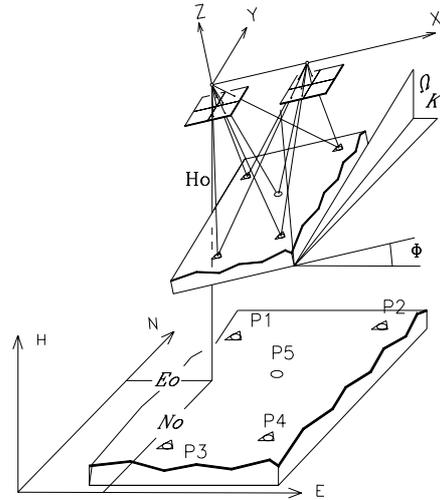


Fig.25: Orientamento assoluto del modello

Orientamento contemporaneo di due fotogrammi

Questa procedura è stata la più usata nella fotogrammetria con gli strumenti analogici, ancor oggi largamente utilizzata per la produzione cartografica. Si misurano le coordinate immagine dei punti di appoggio e anche di altri punti.

Per ogni punto d'appoggio si scrivono *quattro* equazioni (di collinearità) nelle 12 incognite asteriscate:

$$\left. \begin{aligned}
 x_{i_1} &= f(x_{01}, \ell, X_{01}^*, Y_{01}^*, Z_{01}^*, \omega_1^*, \phi_1^*, \kappa_1^*, X_i, Y_i, Z_i) \\
 y_{i_1} &= f(y_{01}, \ell, X_{01}^*, Y_{01}^*, Z_{01}^*, \omega_1^*, \phi_1^*, \kappa_1^*, X_i, Y_i, Z_i)
 \end{aligned} \right\} \text{Foto 1}$$

$$\left. \begin{aligned}
 x_{i_2} &= f(x_{02}, \ell, X_{02}^*, Y_{02}^*, Z_{02}^*, \omega_2^*, \phi_2^*, \kappa_2^*, X_i, Y_i, Z_i) \\
 y_{i_2} &= f(y_{02}, \ell, X_{02}^*, Y_{02}^*, Z_{02}^*, \omega_2^*, \phi_2^*, \kappa_2^*, X_i, Y_i, Z_i)
 \end{aligned} \right\} \text{Foto 2}$$

Per i punti *non noti* si hanno tre ulteriori incognite rappresentate dalle loro coordinate X_i, Y_i, Z_i , ma quattro equazioni perfettamente analoghe a quelle sopra scritte.

Si linearizzano le equazioni attorno a valori approssimati delle incognite e si ottengono queste utilizzando il metodo delle osservazioni indirette. Le incognite sono ovviamente i 12 parametri di orientamento e le coordinate dei punti oggetto non noti. Il sistema risulta generalmente ridondante e questa procedura risulta la più precisa. Anche in questo caso si devono usare strumenti analitici.

Vale la pena di dire che la ridondanza del sistema è dovuta al fatto che si possono utilizzare un numero qualsivoglia di punti d'appoggio e di punti osservati, che le equazioni alle osservazioni rappresentano la relazione funzionale fra punti immagine e incognite, che è una soluzione a un solo passaggio.

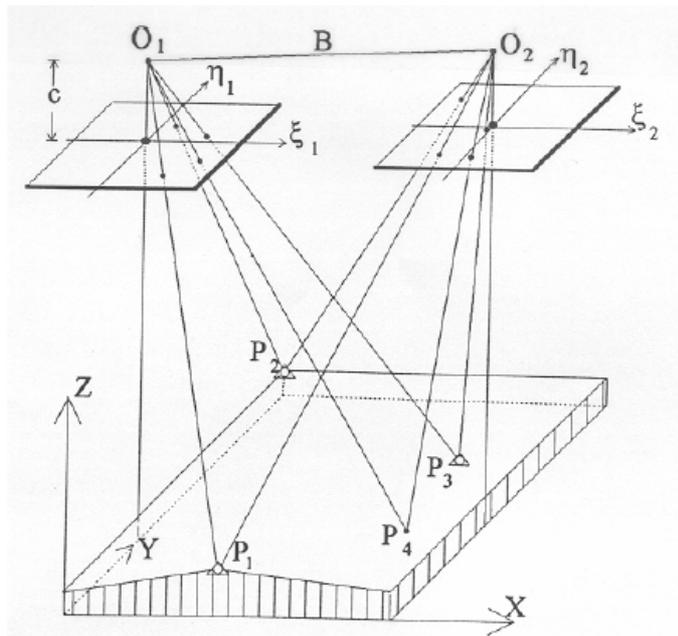


Fig.27: orientamento contemporaneo di due fotogrammi

Orientamento indipendente dei due fotogrammi

Occorrono *tre* punti d'appoggio per ogni fotogramma di cui si misurano le coordinate immagine. Si scrivono *sei* equazioni di collinearità in *sei* incognite.

Le sei equazioni devono essere linearizzate attorno a valori approssimati delle incognite.

La procedura è nota come “*vertice di piramide*” e si può utilizzare solo con strumenti analitici.

Presenta alcuni inconvenienti così riassumibili:

- non si sfrutta la condizione di intersecazione dei raggi omologhi in corrispondenza di altri punti oggetto
- sono necessari tre punti piano-altimetrici: i punti buoni planimetricamente non è detto lo siano altimetricamente e viceversa.

Un caso particolare rispetto a quanto è stato trattato fino ad ora è quello del **raddrizzamento fotogrammetrico** in cui vengono imposti alcuni vincoli. Nel caso specifico del raddrizzamento il vincolo che viene imposto è che l'oggetto da rilevare sia assimilabile ad un piano. Questa condizione si traduce nel porre tutte le coordinate Z dell'oggetto pari a zero, per cui l'operazione di orientamento e restituzione che prima necessitava di 2 fotogrammi, ora può essere risolta con un solo fotogramma.

Le equazioni di col linearità diventano quindi:

$$\begin{cases} x = \frac{a_1x + a_2y + a_3}{c_1x + c_2y + 1} \\ y = \frac{b_1x + b_2y + b_3}{c_1x + c_2y + 1} \end{cases}$$

Si deduce che *un* solo fotogramma è sufficiente per la ricostruzione di un oggetto piano; *otto* parametri indipendenti definiscono la prospettiva di un oggetto piano.

Come si vede i parametri, rispetto al caso spaziale, si sono ridotti da nove a otto. Il motivo sta nel fatto che esistono, nel caso di oggetto piano, delle relazioni fra i nove parametri originari.

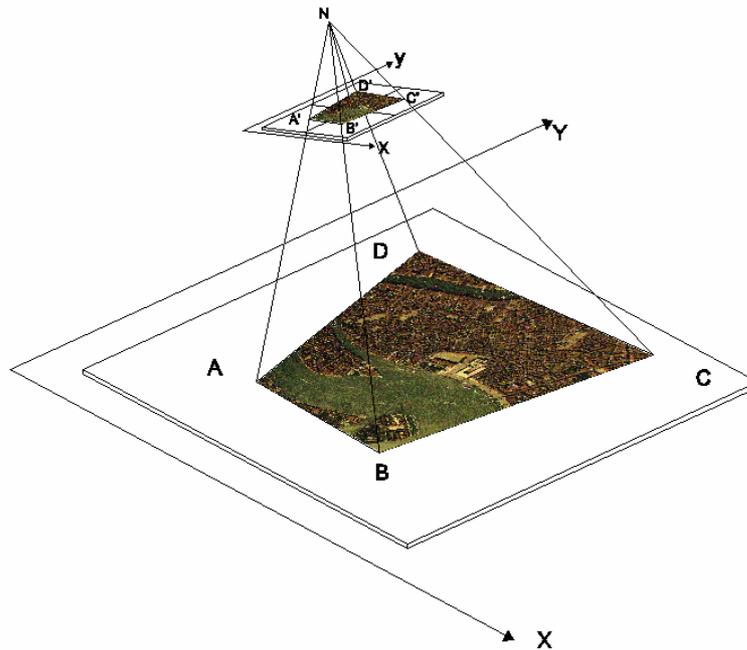


Fig.6: Raddrizzamento di un'immagine

Conservando quattro punti noti d'appoggio di cui siano note le coordinate immagine e oggetto posso determinare gli otto coefficienti e quindi calcolare le X_i , Y_i di qualsiasi punto oggetto a partire dai punti immagine x_i , y_i .

Come si è visto, la condizione necessaria per applicare il raddrizzamento fotogrammetrico è che l'oggetto sia assimilabile ad un piano, a meno di piccoli scostamenti. Per valutare se gli scostamenti sono trascurabili o meno, si valuta l'errore che si commette nel trascurare la terza dimensione.

Dato:

D = distanza di presa

c = costante della camera

s = semiformato della lastra

$N = D/c$ rapporto di scala tra oggetto ed immagine.

In riferimento alla figura, per punti come Q e P che non stanno sul piano medio dell'oggetto, le proiezioni sulla lastra L si formano in posizioni non corrette, ad esempio P_1Q_1 .

Consideriamo P_1 immagine effettiva del punto oggetto P , che corrisponderebbe a P' sul piano medio; l'immagine corretta di P_0 (che giace sul tale piano come proiezione ortogonale di P) si dovrebbe formare in P_2 . Lo scostamento fra P_1 e P_2 è Δ_s , avendo ipotizzato la situazione peggiore, e cioè quella di immagine prossima al bordo della lastra. Considerando i triangoli PP_1P_0 e OP_1N , simili tra loro, si ha:

$$n \Delta_s / \Delta_q = s/c$$

da cui si ottiene $\Delta_s = s/c \cdot \Delta_q/n$, ma poiché $c/n = D$, si ottiene:

$$\Delta_s = s \cdot \Delta_q / D$$

Come si nota, l'errore di proiezione Δ_s , dovuto allo scostamento dalla planeità è proporzionale direttamente alla proiezione del punto rispetto al centro della lastra ed il rapporto tra scostamento e distanza di presa.

Se si vuole che Δ_s non sia maggiore di 1 mm sull'immagine raddrizzata, posto $s=20$ cm

$$0.1 \leq 20 \cdot \Delta_q / D = 20 \cdot 1/200$$

E quindi il rapporto tra scostamento dalla planeità e distanza di presa sia minore o al più uguale ad $1/200$. Per esempio, è così possibile ritenere piana una facciata con cornicioni e sporgenze (o rientranze) di 10 cm riprese da 20 metri di distanza; oppure un terreno ripreso da una quota di 2000 metri, con edifici, canali o altre rugosità di ± 10 m nella terza dimensione.

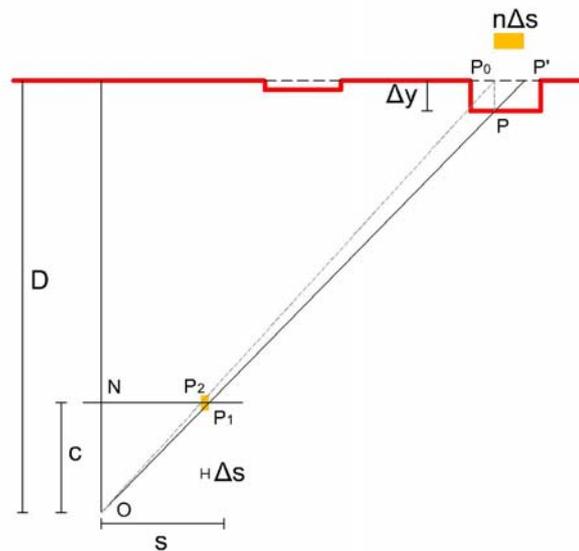


Fig.5: calcolo del rapporto tra sporgenze e distanza di presa

Per effettuare il **raddrizzamento con orientamento interno incognito** è necessario ricavare tutti gli otto parametri del raddrizzamento prospettico a partire dai punti di appoggio, e pertanto **sono necessari almeno quattro punti noti**. Sebbene siano necessari solo 4 punti è buona norma utilizzarne di più per avere una stima della precisione ottenibile nella determinazione delle coordinate incognite attraverso la compensazione ai minimi quadrati.

Se è **noto l'orientamento interno** sono sufficienti 3 punti d'appoggio ma nella pratica si usano sempre quattro punti.

Il raddrizzamento fotogrammetrico può essere visto come una particolare trasformazione geometrica, detta omologia o trasformazione proiettiva, regolata anch'essa da 8 parametri. Tra i punti del piano oggetto ed i punti del piano immagine fotografica o (immagine digitale) intercorrono relazioni geometriche tali da garantire l'uguaglianza dei cosiddetti birapporti. Tra i punti immagine del fotogramma ed i punti del piano obiettivo si definisce perciò una relazione di corrispondenza omografica.

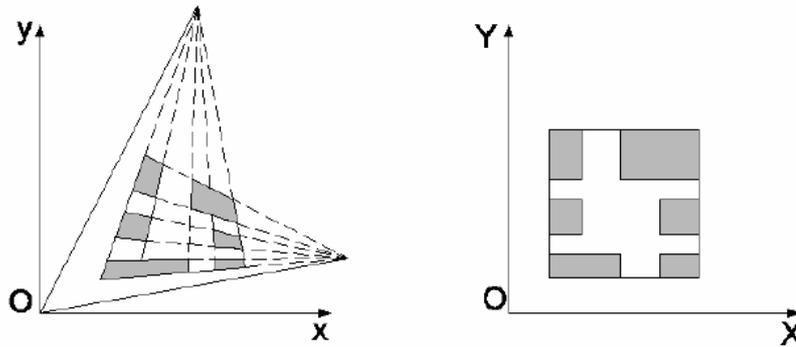


Fig.6: Raddrizzamento mediante identificazione dei punti di fuga delle linee orizzontali e verticali e successiva trasformazione

LA RESTITUZIONE

Nella fase di restituzione, successiva all'orientamento dei fotogrammi, avviene la misurazione all'interno dei modelli orientati dei punti oggetto. Gli strumenti che permettono l'orientamento e la successiva restituzione sono i restitutori e si distinguono in tre categorie: gli analogici, gli analitici, i digitali.

Gli *analogici* sono degli strumenti che hanno fatto la storia della fotogrammetria fin dai suoi inizi, ma sono ormai destinati alla obsolescenza anche se sopravvivono e sono ancora largamente diffusi. In essi la ricomposizione dei raggi omologhi avviene per analogia allo schema della presa. I raggi proiettivi, dopo aver ricostruito in laboratorio lo schema della presa, vengono realizzati con bacchette metalliche (restitutori meccanici) o con raggi ottici (restitutori ottici). Con i secondi, ormai in disuso o limitati all'impiego della produzione di carte a piccola scala o, più frequentemente, per scopi didattici, il modello ottico viene creato nello spazio dell'osservatore attraverso la proiezione delle due immagini filtrate rispettivamente nel campo del rosso e del blu e viene osservato con occhiali che hanno a loro volta una lente blu e una rossa. Questo metodo, detto dell'anagliffe, fa sì che le due immagini già orientate in modo da far incontrare tutti i punti omologhi, vengano osservate separatamente dagli occhi (con la lente blu vedo solo il rosso, con la lente rossa vedo solo il blu) ottenendo così la visione stereoscopica del modello. Naturalmente l'osservazione ottica del modello può avvenire direttamente attraverso un sistema binoculare che esplora zone omologhe dei due fotogrammi.

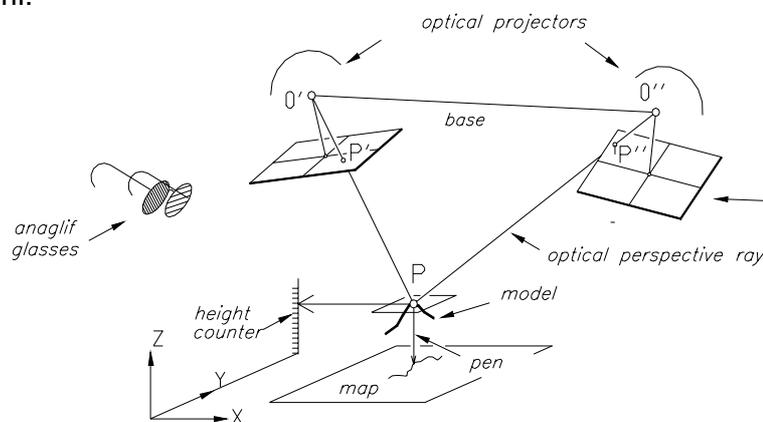


Fig.28: Restitutore analogico a proiezione ottica

Il restitutore *analitico* ricostruisce i raggi omologhi analiticamente a partire dalle coordinate di lastra di punti omologhi misurate da uno stereocomparatore . Questo è uno strumento che ha due portalastre, due sistemi a encoder per la misura delle coordinate, una ottica di osservazione binoculare. La visione stereoscopica è facile da ottenere in quanto le prese sono sempre abbastanza normali, ma comunque anche in assenza di visione stereoscopica la ricostruzione dei raggi omologhi è altrettanto possibile.

Il restitutore analitico ha praticamente soppiantato il restitutore analogico ed è presente in versioni estremamente precise (stereocomparatori), ma anche, come principio di funzionamento, in versioni estremamente semplici dove l'osservazione è monoscopica e la determinazione delle coordinate lastra è fatta con una tavoletta digitale.

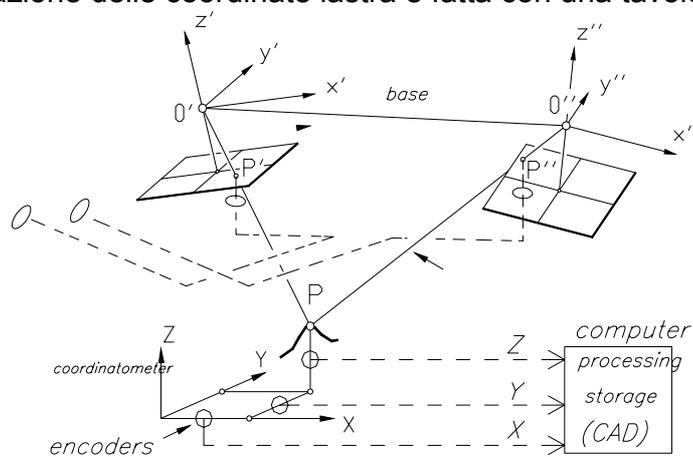


Fig.29: Restitutore analogico

Il restitutore *digitale* è costituito da un computer nel quale vengono caricate immagini digitali, cioè immagini costituite da matrici bidimensionali di toni di grigio o di colore. L'osservazione stereoscopica può avvenire in più modi, ma comunque osservando con speciali occhiali il video dove si osservano separatamente con gli occhi le due immagini costituenti il modello proiettato sul video.

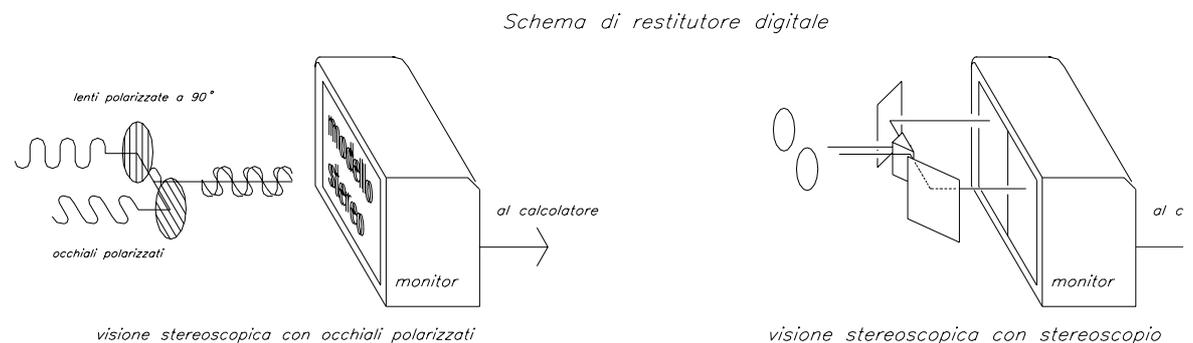


Fig.29: Restitutore digitale (sinistra) e stereoscopio (destra)

PRODOTTI FINALI

Al termine del processo di orientamento e di restituzione si possono ottenere diversi tipi di prodotto.

Il primo prodotto della stereoscopia è la **minuta di restituzione**, ossia un disegno tridimensionale in cui il restitutore disegna tutto ciò che vede nel modello stereoscopico. Questo primo risultato non può essere considerato finale poiché necessita di alcune operazioni di editing per risolvere eventuali problemi del modello stereoscopico come le zone in ombra e la presenza in alcuni fotogrammi di elementi di disturbo.



Fig.31: Minuta di restituzione: dettaglio e intera facciata

Altri tipi di prodotto sono quelli legati alle rappresentazioni fotografiche.

Tra questi i primi sono i **fotopiani** che sono ottenuti dalla mosaicatura di più raddrizzamenti. Il requisito fondamentale per la realizzazione dei fotopiani è che l'oggetto da rappresentare sia assimilabile ad un piano. Per questo motivo vengono rappresentate porzioni del territorio che non presentano grandi discontinuità dell'orografia. Inoltre questo prodotto può essere realizzato anche per oggetti architettonici o urbani (come le facciate o le pavimentazioni) sempre a patto che non siano presenti aggetti.



Fig.44: Facciata veneziana: fotografia e raddrizzamento



Fig.45: altri esempi di raddrizzamenti: il fotopiano di Venezia, una pavimentazione

Tra i prodotti fotografici sono da considerare anche le **ortofoto**. Se l'oggetto rappresentato nella immagine digitale non è piano, non è possibile il *raddrizzamento*, si ricorre allora ad una *scalatura differenziale*, condotta per aree regolari definite mediante una griglia che rappresenta l'andamento del terreno nel sistema di coordinate prescelto. È inoltre indispensabile la conoscenza di un adeguato numero di punti d'appoggio che risultino riconoscibili nell'immagine. Con queste condizioni si possono ricavare le coordinate del centro di presa e l'orientamento assoluto del fotogramma ed elaborare quindi *scalature* e

ricampionamenti differenziali, area per area e, imponendo infine il rispetto delle *condizioni di appoggio*, compensare le variazioni indotte ottenendo una immagine *raddrizzata*, cioè vista da una direzione ortogonale al piano di riferimento (Z) e da distanza infinita (proiezione ortogonale). In tutti i punti l'immagine digitale risulta così *georiferita* ed è quindi sovrapponibile a elaborati cartografici opportunamente *digitalizzati*.

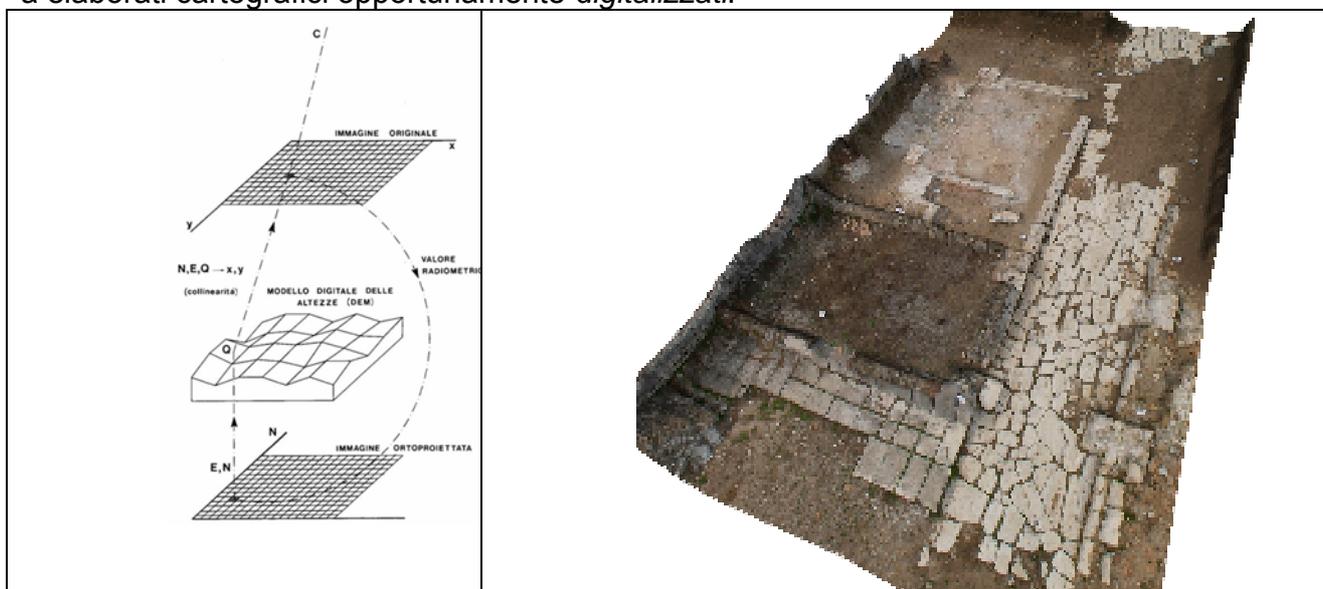


Fig.35: Schema di realizzazione di un'ortofoto ed esempio di ortofoto 3d.

IL PROGETTO DI RILIEVO FOTOGRAMMETRICO

Al termine della panoramica sui principi della fotogrammetria è necessario passare all'aspetto pratico per studiare le applicazioni della fotogrammetria nel rilievo e soprattutto per progettare il rilievo fotogrammetrico che avviene in campagna.

Come prima cosa il progetto deve tener conto della macchina fotografica che si ha a disposizione.

Utilizzando sempre più spesso camere digitali amatoriali oltre alle caratteristiche principali (dimensione del sensore in pixel e in mm, lunghezza focale,...), per ottenere dei buoni risultati è necessario conoscere la curva di calibrazione. Esistono software specifici che permettono di calibrare la propria camera attraverso alcune semplici operazioni. Generalmente si deve fotografare, con una determinata lunghezza focale, possibilmente fissa o a fine corsa nel caso degli zoom, un pannello stampato con una griglia regolare di dimensioni note. In seguito attraverso il software si mettono in relazioni le dimensioni reali della griglia con quelle deformate derivanti dalla foto. In questo modo il software elabora un certificato che può essere utilizzato per eliminare le deformazioni dalle fotografie.

Nel caso che si voglia realizzare un rilievo stereoscopico sono da progettare attentamente lo schema delle prese. Distanze lunghe comportano l'uso di focali lunghe, distanze brevi l'uso di focali brevi. Ciò comporta rapporti base/distanza differenti e di conseguenza precisioni diverse.

Per determinare la scala della restituzione, nel caso di prese normali, ovvero ad assi ottici paralleli, lavorando con immagini digitali, è necessario verificare che il pixel abbia al reale

dimensioni inferiori all'errore di graficismo (vedi tabella) in modo che il ricampionamento necessario nell'elaborazione dell'immagine non introduca errori rilevanti.

Per calcolare l'abbracciamento del fotogramma è possibile, sapendo l'angolo di abbracciamento caratteristico della focale, calcolare la dimensione utilizzando $L = \tan \alpha \times D$ (distanza).

In tal modo si fissa la distanza principale, ossia la distanza dall'oggetto dalla quale si effettueranno le prese. Una regola pratica impone che la base di presa sia circa $\frac{1}{4}$ della distanza principale.

Lavorando con la fotogrammetria terrestre è inoltre importante porre attenzione alle due dimensioni dell'immagine, larghezza ed altezza, per verificare che l'oggetto da rilevare sia compreso completamente nel fotogramma.

Fig.36:

La campagna di prese deve ottimizzare gli strumenti disponibili e tener conto, nella programmazione del lavoro, delle precisioni necessarie in funzione della scala di rappresentazione.

Per quanto riguarda i punti d'appoggio occorre determinarli topograficamente generalmente per intersezione multipla diretta, ricavando le coordinate in un opportuno sistema di riferimento con compensazione rigorosa ai minimi quadrati. I punti, ove possibile, vanno materializzati mediante opportuni segnalini su carta o altro materiale; le dimensioni di questi vanno stabilite in funzione della scala del fotogramma. Ove non sia possibile segnalizzare i punti d'appoggio occorre individuare dei particolari sull'oggetto ben visibili e puntualmente collimabili.

Fig.37:

ESEMPIO

Nel caso si utilizzino camere analogiche, si deve utilizzare un sistema diverso per progettare le prese.

Utilizzando la relazione:

$$1/s = l/L = c/dm$$

è possibile calcolare la scala del fotogramma iniziale. La proporzione mette in relazione infatti la scala media con il rapporto tra la dimensione di un oggetto sulla pellicola e nella realtà e ancora con il rapporto tra la lunghezza focale e la distanza principale.

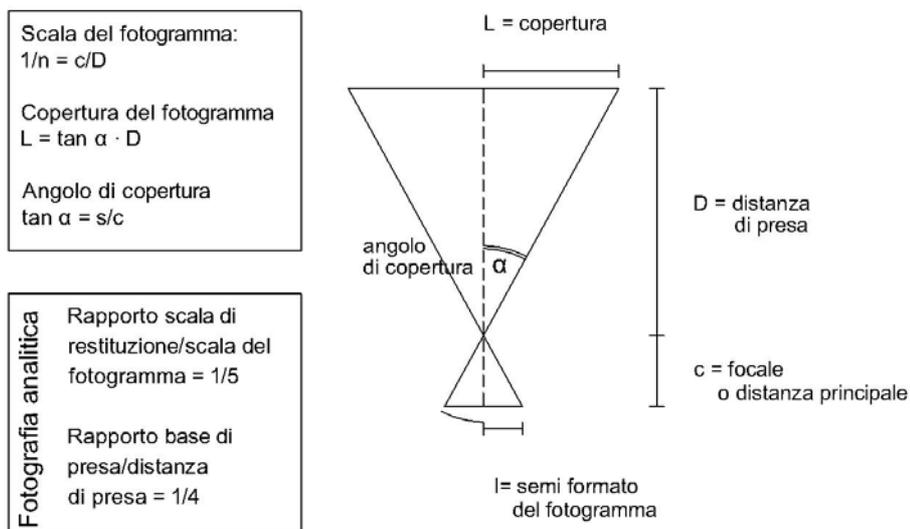


Fig.38: Progetto di presa. Definizione della scala in base a focale, sensore e distanza di presa.

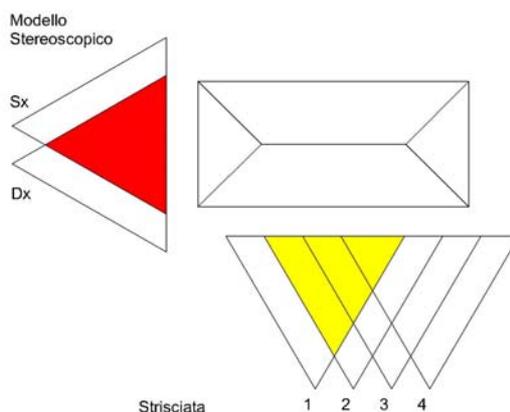


Fig.39: Esempi di modello stereoscopico e strisciata fotogrammetrica

Trovata la scala del fotogramma è necessario quindi applicare un fattore di riduzione di circa $\frac{1}{4}$ o $\frac{1}{5}$ tra la scala media del fotogramma acquisito e la scala finale di restituzione.

Per quanto riguarda le fasi successive, non ci sono differenze e quindi si provvederà all'acquisizione dei punti d'appoggio come descritto sopra.

ESEMPIO

Nel caso sia necessario un rilievo monoscopico, per utilizzare programmi ad esempio di fotomodellazione, è importante anche in questo caso conoscere le caratteristiche della propria camera fotografica. Inoltre lo schema di ripresa prevede l'acquisizione di almeno tre fotogrammi dell'oggetto da rilevare (facciata) da posizioni diverse. Generalmente si cerca di effettuare una ripresa frontale, una da destra ed una da sinistra come nello schema sotto riportato

Fig.39:

Nel caso di dover effettuare un raddrizzamento fotogrammetrico, si dovrà cercare di mettersi nella posizione per evitare zone d'ombre ed immagini troppo di scorcio. Possibilmente la foto va realizzata in condizioni normali.

Bisogna in questo caso fare attenzione alla distribuzione dei target sulla facciata. La configurazione migliore è quella che prevede i target disposti lungo il perimetro esterno dell'oggetto ed eventualmente un target centrale di verifica.

Il presupposto fondamentale per l'impiego del metodo del raddrizzamento è che l'oggetto da rilevare sia piano. Nella realtà operativa questa condizione geometrica non è mai riscontrata in modo completo: basti pensare alle ondulazioni del terreno o alle sporgenze su una facciata di un edificio. Quando si raddrizza una fotografia è necessario perciò valutare gli errori causati dallo scostamento dal piano di riferimento sul quale giacciono i punti o le linee di controllo. Il raddrizzamento viene considerato corretto se lo spostamento in ogni punto dell'immagine è contenuto entro l'errore di graficismo.