

Candidato (cognome, nome): .....

Riportare le risposte sintetiche negli spazi appositi, scrivere lo svolgimento per esteso su fogli a parte che devono essere allegati, indicando di volta in volta il numero dell'esercizio che state svolgendo.

Sulla prima facciata di ogni foglio allegato, in alto al centro, scrivere in stampatello:

COGNOME NOME, TRACCIA A

ESERCIZIO A.1 (4 PUNTI) Dati i vettori  $\vec{u} = (0, 4, 3)$  e  $\vec{v} = (2, -1, 5)$ , calcolare:

A.1.a) la combinazione lineare  $2\vec{u} - \vec{v}$

A.1.b) il prodotto scalare  $\vec{u} \cdot \vec{v}$

A.1.c) trovare un vettore perpendicolare a entrambi  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$

ESERCIZIO A.2 (6 PUNTI)

A.2.a) Tracciare la retta per i punti  $A = (0, -1)$  e  $B = (2, 3)$  e scriverne le equazioni:

eq. parametrica:

eq. cartesiana implicita:

eq. cartesiana esplicita:

A.2.b) Tracciare la parabola di asse verticale, passante per l'origine e con vertice in  $B = (2, 3)$  e scriverne l'equazione cartesiana.

A.2.c) Scrivere le equazioni cartesiana e parametrica del piano che contiene la retta di equazione parametrica  $x = 2t, y = 0, z = 3t$  ( $t \in \mathbb{R}$ ) e il punto  $C = (2, 0, 1)$ .

eq. parametrica:

eq. cartesiana:

ESERCIZIO A.3 (6 PUNTI) Classificare il sistema lineare seguente (motivando la risposta) e, se compatibile, calcolare le soluzioni.

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 4 \\ 2x + y = 3 \\ x + 3y - 3z + 1 = 0 \\ -y + 3z = 1 \end{cases}$$

compatibile    incompatibile                       determinato    indeterminato

Soluzioni :

ESERCIZIO A.4 (6 PUNTI) Date le matrici  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 10 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,

rispondere alle domande:

A.4.a) Calcolare il prodotto  $AB$

A.4.b) Dire se la matrice  $A$  è invertibile e spiegare perchè

sí  no

A.4.c) Dire se il sistema omogeneo associato alla matrice  $B$  ha soluzioni non banali e spiegare perchè

sí  no

ESERCIZIO A.5 (6 PUNTI) Dati i vettori  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$  e  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$ ,

rispondere alle domande:

A.5.a) Senza risolverlo, classificare il sistema  $x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w} = \vec{0}$

compatibile  incompatibile  determinato  indeterminato

A.5.b) dire se  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  sono linearmente indipendenti

sí  no

A.5.c) Senza risolverlo, classificare il sistema  $x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w} = \vec{b}$

compatibile  incompatibile  determinato  indeterminato

A.5.d) Dire se il vettore  $\vec{b}$  appartiene allo spazio generato da  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$

sí  no

ESERCIZIO A.6 (6 PUNTI) Consideriamo la trasformazione lineare associata alla matrice

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Rispondere alle domande:

A.6.a) Dire se il numero 4 è un autovalore

sí  no

A.6.b) Dire se l'applicazione è suriettiva e individuare una base dell'immagine

sí  no base:

A.6.c) Dire se l'applicazione è iniettiva e individuare una base del nucleo

sí  no base:

Candidato (cognome, nome): .....

Riportare le risposte sintetiche negli spazi appositi, scrivere lo svolgimento per esteso su fogli a parte che devono essere allegati, indicando di volta in volta il numero dell'esercizio che state svolgendo. Sulla prima facciata di ogni foglio allegato, in alto al centro, scrivere in stampatello:

COGNOME NOME, TRACCIA B

ESERCIZIO B.1 (4 PUNTI) Dati i vettori  $\vec{u} = (2, -1, 2)$  e  $\vec{v} = (-1, 4, 3)$ , calcolare:

B.1.a) la combinazione lineare  $3\vec{u} - \vec{v}$

B.1.b) il prodotto vettoriale  $\vec{u} \times \vec{v}$

B.1.c) dire se  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  sono perpendicolari

ESERCIZIO B.2 (6 PUNTI)

B.2.a) Tracciare la retta per i punti  $A = (3, -2)$  e  $B = (0, 1)$  e scriverne le equazioni:

eq. parametrica:

eq. cartesiana implicita:

eq. cartesiana esplicita:

B.2.b) Tracciare la parabola di asse verticale, passante per l'origine e con vertice in  $A = (3, -2)$  e scriverne l'equazione cartesiana.

B.2.c) Scrivere le equazioni cartesiana e parametrica del piano che contiene la retta di equazione parametrica  $x = 3t, y = 2t, z = 0$  ( $t \in \mathbb{R}$ ) e il punto  $C = (3, 1, 0)$ .

eq. parametrica:

eq. cartesiana:

ESERCIZIO B.3 (6 PUNTI) Classificare il sistema lineare seguente (motivando la risposta) e, se compatibile, calcolare le soluzioni.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 4 \\ y - 2z + 3 = 0 \\ 3x + 3y - z = 1 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$

compatibile    incompatibile                       determinato    indeterminato

Soluzioni :

ESERCIZIO B.4 (6 PUNTI) Date le matrici  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 10 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ ,

rispondere alle domande:

B.4.a) Calcolare il prodotto  $AB$

B.4.b) Dire se la matrice  $B$  è invertibile e spiegare perchè

sí  no

B.4.c) Dire se il sistema omogeneo associato alla matrice  $A$  ha soluzioni non banali e spiegare perchè

sí  no

ESERCIZIO B.5 (6 PUNTI) Dati i vettori  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  e  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,

rispondere alle domande:

B.5.a) Senza risolverlo, classificare il sistema  $x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w} = \vec{0}$

compatibile  incompatibile  determinato  indeterminato

B.5.b) dire se  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  sono linearmente indipendenti

sí  no

B.5.c) Senza risolverlo, classificare il sistema  $x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w} = \vec{b}$

compatibile  incompatibile  determinato  indeterminato

B.5.d) Dire se il vettore  $\vec{b}$  appartiene allo spazio generato da  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$

sí  no

ESERCIZIO B.6 (6 PUNTI) Consideriamo la trasformazione lineare associata alla matrice

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 8 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

B.6.a) Dire se il vettore  $(0, 1, 0)^T$  appartiene al nucleo

sí  no

B.6.b) Trovare tutti gli autovalori

B.6.c) Scegliere un autovalore, calcolarne la molteplicità geometrica e descriverne l'autospazio

molt. geom.                      autospazio:

Candidato (cognome, nome): .....

Riportare le risposte sintetiche negli spazi appositi, scrivere lo svolgimento per esteso su fogli a parte che devono essere allegati, indicando di volta in volta il numero dell'esercizio che state svolgendo. Sulla prima facciata di ogni foglio allegato, in alto al centro, scrivere in stampatello:

COGNOME NOME, TRACCIA C

ESERCIZIO C.1 (4 PUNTI) Dati i vettori  $\vec{u} = (5, 1, -2)$  e  $\vec{v} = (3, -4, 0)$ , calcolare:

c.1.a) la combinazione lineare  $2\vec{u} - \vec{v}$

c.1.b) il prodotto scalare  $\vec{u} \cdot \vec{v}$

c.1.c) trovare un vettore perpendicolare sia a  $\vec{u}$  che a  $\vec{v}$

ESERCIZIO C.2 (6 PUNTI)

c.2.a) Tracciare la retta per i punti  $A = (-2, 3)$  e  $B = (1, 0)$  e scriverne le equazioni:

eq. parametrica:

eq. cartesiana implicita:

eq. cartesiana esplicita:

c.2.b) Tracciare la parabola di asse verticale, passante per l'origine e con vertice in  $A = (-2, 3)$  e scriverne l'equazione cartesiana.

c.2.c) Scrivere le equazioni cartesiana e parametrica del piano che contiene la retta di equazione parametrica  $x = 0, y = 2t, z = 3t$  ( $t \in \mathbb{R}$ ) e il punto  $C = (0, 1, 3)$ .

eq. parametrica:

eq. cartesiana:

ESERCIZIO C.3 (6 PUNTI) Classificare il sistema lineare seguente (motivando la risposta) e, se compatibile, calcolare le soluzioni.

$$\begin{cases} x - 3y + 3z + 1 = 0 \\ 3y - z = 1 \\ x + 3y - 2z = 4 \\ 2x + z = 3 \end{cases}$$

compatibile    incompatibile                       determinato    indeterminato

Soluzioni :

ESERCIZIO C.4 (6 PUNTI) Date le matrici  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,

rispondere alle domande:

c.4.a) Calcolare il prodotto  $AB$

c.4.b) Dire se la matrice  $A$  è invertibile e spiegare perchè

sí  no

c.4.c) Dire se il sistema omogeneo associato alla matrice  $B$  ha soluzioni non banali e spiegare perchè

sí  no

ESERCIZIO C.5 (6 PUNTI) Dati i vettori  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$  e  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ ,

rispondere alle domande:

c.5.a) Senza risolverlo, classificare il sistema  $x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w} = \vec{0}$

compatibile  incompatibile  determinato  indeterminato

c.5.b) dire se  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  sono linearmente indipendenti

sí  no

c.5.c) Senza risolverlo, classificare il sistema  $x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w} = \vec{b}$

compatibile  incompatibile  determinato  indeterminato

c.5.d) Dire se il vettore  $\vec{b}$  appartiene allo spazio generato da  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$

sí  no

ESERCIZIO C.6 (6 PUNTI) Consideriamo la trasformazione lineare associata alla matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Rispondere alle domande:

c.6.a) Dire se il numero 4 è un autovalore

sí  no

c.6.b) Dire se l'applicazione è suriettiva e individuare una base dell'immagine

sí  no base:

c.6.c) Dire se l'applicazione è iniettiva e individuare una base del nucleo

sí  no base:

Candidato (cognome, nome): .....

Riportare le risposte sintetiche negli spazi appositi, scrivere lo svolgimento per esteso su fogli a parte che devono essere allegati, indicando di volta in volta il numero dell'esercizio che state svolgendo. Sulla prima facciata di ogni foglio allegato, in alto al centro, scrivere in stampatello:

COGNOME NOME, TRACCIA D

ESERCIZIO D.1 (4 PUNTI) Dati i vettori  $\vec{u} = (4, 3, 1)$  e  $\vec{v} = (-1, 2, 2)$ , calcolare:

D.1.a) la combinazione lineare  $2\vec{u} - \vec{v}$

D.1.b) il prodotto vettoriale  $\vec{u} \times \vec{v}$

D.1.c) dire se  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  sono perpendicolari

ESERCIZIO D.2 (6 PUNTI)

D.2.a) Tracciare la retta per i punti  $A = (1, 0)$  e  $B = (-3, 2)$  e scriverne le equazioni:

eq. parametrica:

eq. cartesiana implicita:

eq. cartesiana esplicita:

D.2.b) Tracciare la parabola di asse verticale, passante per l'origine e con vertice in  $B = (-3, 2)$  e scriverne l'equazione cartesiana.

D.2.c) Scrivere le equazioni cartesiana e parametrica del piano che contiene la retta di equazione parametrica  $x = 2t, y = 3t, z = 0$  ( $t \in \mathbb{R}$ ) e il punto  $C = (2, 1, 0)$ .

eq. parametrica:

eq. cartesiana:

ESERCIZIO D.3 (6 PUNTI) Classificare il sistema lineare seguente (motivando la risposta) e, se compatibile, calcolare le soluzioni.

$$\begin{cases} -2x + y - 3z = 4 \\ x + 3z + 1 = 0 \\ 3x + y + 3z = -1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

compatibile    incompatibile                       determinato    indeterminato

Soluzioni :

ESERCIZIO D.4 (6 PUNTI) Date le matrici  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ ,

rispondere alle domande:

D.4.a) Calcolare il prodotto  $AB$

D.4.b) Dire se la matrice  $B$  è invertibile e spiegare perchè

sí  no

D.4.c) Dire se il sistema omogeneo associato alla matrice  $A$  ha soluzioni non banali e spiegare perchè

sí  no

ESERCIZIO D.5 (6 PUNTI) Dati i vettori  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  e  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,

rispondere alle domande:

D.5.a) Senza risolverlo, classificare il sistema  $x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w} = \vec{0}$

compatibile  incompatibile  determinato  indeterminato

D.5.b) dire se  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  sono linearmente indipendenti

sí  no

D.5.c) Senza risolverlo, classificare il sistema  $x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w} = \vec{b}$

compatibile  incompatibile  determinato  indeterminato

D.5.d) Dire se il vettore  $\vec{b}$  appartiene allo spazio generato da  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$

sí  no

ESERCIZIO D.6 (6 PUNTI) Consideriamo la trasformazione lineare associata alla matrice

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

D.6.a) Dire se il vettore  $(0, 0, 1)^T$  appartiene al nucleo

sí  no

D.6.b) Trovare tutti gli autovalori

D.6.c) Scegliere un autovalore, calcolarne la molteplicità geometrica e descriverne l'autospazio

molt. geom.                      autospazio: