

Candidato (cognome, nome e matricola): .....

Indicare sulla prima facciata di OGNI foglio, in alto al centro:  
COGNOME, NOME, MATRICOLA, "TRACCIA A-ALG"

ESERCIZIO A.1 (14 PUNTI)

- A.1.a) Calcolare il prodotto scalare fra i vettori  $\vec{u} = (5, 2, -6)$  e  $\vec{v} = (0, -1, 1/2)$ .  
 A.1.b) Calcolare il rango della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \\ -1 & -5 & 6 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Applicando il teorema di Rouché-Capelli, stabilire se il sistema lineare

$$Ax = (1, 2, 0, -1)$$

è determinato/indeterminato, compatibile/incompatibile.

Se possibile, calcolarne le soluzioni.

- A.1.c) Determinare gli autovalori ed i relativi autospazi della matrice

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

ESERCIZIO A.2 (10 punti) Rispondere alle seguenti domande relative alle matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \\ -2 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

- 2.a) Calcolare il prodotto  $AB$ .  
 2.b) Calcolare il determinante di  $A$  e stabilire se l'applicazione lineare associata ad  $A$  è invertibile.  
 2.c) Determinare il nucleo e l'immagine dell'applicazione lineare associata ad  $A$ , precisandone prima la dimensione.

ESERCIZIO A.3 (8 PUNTI)

- A.3.a) Determinare il centro e il raggio della circonferenza di equazione

$$3x^2 + 3y^2 - 6x + 2y + 3 = 0.$$

Scrivere poi l'equazione cartesiana della retta passante per il centro della circonferenza e parallela al vettore  $\vec{w} = (2, -3)$ .

- A.3.b) Nello spazio, scrivere l'equazione parametrica della retta per l'origine perpendicolare al piano
- $\pi$
- di equazione cartesiana
- $3x - y + z - 2 = 0$
- .

Considerare poi lo stesso piano  $\pi$  e la retta  $r$  di equazione parametrica  $(2 + 3t, t, t)$ : stabilire se sono perpendicolari, incidenti ma non perpendicolari oppure paralleli.ESERCIZIO A.4 (4 PUNTI) Rappresentare nel piano complesso il numero  $w = 8(-1 + i\sqrt{3})$  e scriverlo in forma trigonometrica o esponenziale. Risolvere poi in campo complesso l'equazione  $z^4 = w$  e rappresentarne le soluzioni nel piano di Gauss.

Candidato (cognome, nome e matricola): .....

Indicare sulla prima facciata di OGNI foglio, in alto al centro:  
COGNOME, NOME, MATRICOLA, "TRACCIA B-ALG"

ESERCIZIO B.1 (14 PUNTI)

- B.1.a) Calcolare il prodotto scalare fra i vettori  $\vec{u} = (7, 3, 6)$  e  $\vec{v} = (0, -1, 1/2)$ .  
 B.1.b) Calcolare il rango della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & 5 & 2 \\ -1 & 6 & 5 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Applicando il teorema di Rouché-Capelli, stabilire se il sistema lineare

$$Ax = (2, 1, 0, -1)$$

è determinato/indeterminato, compatibile/incompatibile.

Se possibile, calcolarne le soluzioni.

- B.1.c) Determinare gli autovalori ed i relativi autospazi della matrice

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

ESERCIZIO B.2 (10 punti) Rispondere alle seguenti domande relative alle matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \\ -2 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

- 2.a) Calcolare il prodotto  $AB$ .  
 2.b) Calcolare il determinante di  $A$  e stabilire se l'applicazione lineare associata ad  $A$  è invertibile.  
 2.c) Determinare il nucleo e l'immagine dell'applicazione lineare associata ad  $A$ , precisandone prima la dimensione.

ESERCIZIO B.3 (8 PUNTI)

- B.3.a) Determinare il centro e il raggio della circonferenza di equazione

$$3x^2 + 3y^2 - 2x + 6y + 3 = 0.$$

Scrivere poi l'equazione cartesiana della retta passante per il centro della circonferenza e parallela al vettore  $\vec{w} = (2, -3)$ .

- B.3.b) Nello spazio, scrivere l'equazione parametrica della retta per l'origine perpendicolare al piano  $\pi$  di equazione cartesiana  $3x - y + z - 2 = 0$ .

Considerare poi lo stesso piano  $\pi$  e la retta  $r$  di equazione parametrica  $(2 + 3t, t, t)$ : stabilire se sono perpendicolari, incidenti ma non perpendicolari oppure paralleli.

ESERCIZIO B.4 (4 PUNTI) Rappresentare nel piano complesso il numero  $w = -8(1 + i\sqrt{3})$  e scriverlo in forma trigonometrica o esponenziale. Risolvere poi in campo complesso l'equazione  $z^4 = w$  e rappresentarne le soluzioni nel piano di Gauss.