

Candidato (cognome, nome e matricola):

Indicare sulla prima facciata di OGNI foglio, in alto al centro:
COGNOME, NOME, MATRICOLA, "TRACCIA A-COMPL"

ESERCIZIO A.1 (12 PUNTI)

A.1.a) Calcolare il prodotto scalare fra i vettori $\vec{u} = (5, 2, -6)$ e $\vec{v} = (0, -1, 1/2)$.

A.1.b) Calcolare il rango della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \\ -1 & -5 & 6 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Applicando il teorema di Rouché-Capelli, stabilire se il sistema lineare

$$Ax = (1, 2, 0, -1)^t$$

è determinato/indeterminato, compatibile/incompatibile.

Se possibile, calcolarne le soluzioni.

A.1.c) Determinare il centro e il raggio della circonferenza di equazione

$$3x^2 + 3y^2 - 6x + 2y + 3 = 0.$$

Scrivere poi l'equazione cartesiana della retta passante per il centro della circonferenza e parallela al vettore $\vec{w} = (2, -3)$.ESERCIZIO A.2 (9 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \frac{x \log x}{x-1}$.

A.2.i) Determinare il dominio.

A.2.ii) Calcolare i limiti alle estremità e trovare tutti gli asintoti.

ESERCIZIO A.3 (6 PUNTI) Si consideri la funzione $f(x) = (x-1)^2 e^{2x}$.

A.3.i) Determinare il dominio.

A.3.ii) Calcolare la derivata e trovare tutti i punti stazionari.

A.3.iii) Determinare tutti i punti estremanti relativi, precisando se si tratta di massimo, minimo, flesso.

ESERCIZIO A.4 (9 PUNTI)

A.4.a) Rappresentare nel piano complesso il numero $w = 8(-1 + i\sqrt{3})$ e scriverlo in forma trigonometrica o esponenziale. Risolvere poi in campo complesso l'equazione $z^4 = w$ e rappresentarne le soluzioni nel piano di Gauss.A.4.b) Calcolare l'area orientata della regione del piano racchiusa fra l'asse x , il grafico della funzione $f(x) = \exp \frac{x}{\pi^2} - \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ e le rette verticali $x = \pi^2$ e $x = 4\pi^2$.

Candidato (cognome, nome e matricola):

Indicare sulla prima facciata di OGNI foglio, in alto al centro:
COGNOME, NOME, MATRICOLA, "TRACCIA B-COMPL"

ESERCIZIO B.1 (12 PUNTI)

B.1.a) Calcolare il prodotto scalare fra i vettori $\vec{u} = (7, 3, 6)$ e $\vec{v} = (0, -1, 1/2)$.

B.1.b) Calcolare il rango della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & 5 & 2 \\ -1 & 6 & 5 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Applicando il teorema di Rouché-Capelli, stabilire se il sistema lineare

$$Ax = (2, 1, 0, -1)^t$$

è determinato/indeterminato, compatibile/incompatibile.

Se possibile, calcolarne le soluzioni.

B.1.c) Determinare il centro e il raggio della circonferenza di equazione

$$3x^2 + 3y^2 - 2x + 6y + 3 = 0.$$

Scrivere poi l'equazione cartesiana della retta passante per il centro della circonferenza e parallela al vettore $\vec{w} = (2, -3)$.ESERCIZIO B.2 (9 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \frac{1-x}{x \log x}$.

B.2.i) Determinare il dominio.

B.2.ii) Calcolare i limiti alle estremità e trovare tutti gli asintoti.

ESERCIZIO B.3 (6 PUNTI) Si consideri la funzione $f(x) = (x+2)^2 e^{-x}$.

B.3.i) Determinare il dominio.

B.3.ii) Calcolare la derivata e trovare tutti i punti stazionari.

B.3.iii) Determinare tutti i punti estremanti relativi, precisando se si tratta di massimo, minimo, flesso.

ESERCIZIO B.4 (9 PUNTI)

B.4.a) Rappresentare nel piano complesso il numero $w = -8(1 + i\sqrt{3})$ e scriverlo in forma trigonometrica o esponenziale. Risolvere poi in campo complesso l'equazione $z^4 = w$ e rappresentarne le soluzioni nel piano di Gauss.B.4.b) Calcolare l'area orientata della regione del piano racchiusa fra l'asse x , il grafico della funzione $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} - \cos(\pi x)$ e le rette verticali $x = 1$ e $x = 4$.