
 Cognome e nome in stampatello:

ESERCIZIO 1 (11 PUNTI)

1.a) Classificare il sistema

$$\begin{cases} 3x + y - z = 0 \\ x - 5y - 2z = 2 \\ 2y + 3z = 4 \\ 2x - y = 3. \end{cases}$$

Se è compatibile, trovarne le soluzioni.

1.b) Stabilire se l'applicazione lineare associata alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & -6 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

è invertibile.

1.c) Scrivere l'equazione cartesiana del piano passante per l'origine e per i punti $P = (-1, 0, 1)$, $Q = (2, -1, 3)$.

ESERCIZIO 2 (14 punti)

A. (6 punti) Considerare prima la funzione

$$f(x) = \frac{x}{1-x^2}$$

- A.1) stabilire se ha delle proprietà di simmetria (cioè se è pari, dispari, periodica)
 A.2) determinare il dominio e calcolare i limiti alle estremità del dominio,
 A.3) calcolare la derivata e determinare gli intervalli di monotonia e gli estremi relativi,
 A.4) determinare l'immagine.

B. (8 punti) Guardare poi la funzione

$$g(x) = e^{f(x)} = \exp\left(\frac{x}{1-x^2}\right)$$

e rispondere ai quesiti:

- B.1) determinare il dominio e calcolare i limiti alle estremità del dominio e gli eventuali asintoti,
 B.2) senza calcolare la derivata (ma usando quanto visto nel passo precedente e le proprietà della funzione esponenziale), determinare gli intervalli di monotonia e l'immagine della funzione $g(x)$,
 B.3) tracciare un grafico qualitativo della funzione $g(x)$.

ESERCIZIO 3 (7 PUNTI). Calcolare l'integrale definito

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{3 \sin x \cos x}{\sin^2 x - \sin x - 2} dx.$$

 Cognome e nome in stampatello:

ESERCIZIO 1 (11 PUNTI)

1.a) Classificare il sistema

$$\begin{cases} 2x + 3z = 4 \\ 5x - y + 2z = -2 \\ -x + 2y = 3 \\ x + 3y - z = 0. \end{cases}$$

Se è compatibile, trovarne le soluzioni.

1.b) Stabilire se l'applicazione lineare associata alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 6 & -1 \\ 1 & 3 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

è invertibile.

1.c) Scrivere l'equazione cartesiana del piano passante per l'origine e per i punti $P = (1, 1, -3)$, $Q = (-2, 0, 2)$.

ESERCIZIO 2 (14 punti)

A. (6 punti) Considerare prima la funzione

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$$

- A.1) stabilire se ha delle proprietà di simmetria (cioè se è pari, dispari, periodica)
 A.2) determinare il dominio e calcolare i limiti alle estremità del dominio,
 A.3) calcolare la derivata e determinare gli intervalli di monotonia e gli estremi relativi,
 A.4) determinare l'immagine.

B. (8 punti) Guardare poi la funzione

$$g(x) = e^{f(x)} = \exp\left(\frac{x}{x^2 - 4}\right)$$

e rispondere ai quesiti:

- B.1) determinare il dominio e calcolare i limiti alle estremità del dominio e gli eventuali asintoti,
 B.2) senza calcolare la derivata (ma usando quanto visto nel passo precedente e le proprietà della funzione esponenziale), determinare gli intervalli di monotonia e l'immagine della funzione $g(x)$,
 B.3) tracciare un grafico qualitativo della funzione $g(x)$.

ESERCIZIO 3 (7 PUNTI). Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{3 \sin x \cos x}{2 + \cos x - \cos^2 x} dx.$$