

Candidato (cognome, nome e matricola):

 prova scritta completa prova scritta di analisi prova di algebra lineare

ESERCIZIO A.1 (11 PUNTI)

1.i) Calcolare il prodotto AB fra le matrici $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$.

1.ii) Classificare il sistema lineare seguente e, se compatibile, calcolare le soluzioni.

$$\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ 5x + 4y - z + 2 = 0 \\ 2y + 3z = 7 \end{cases}$$

1.iii) Stabilire se i vettori $\vec{u}_1 = (1, 2, 4, 0)$, $\vec{u}_2 = (-2, 3, -1, 2)$ e $\vec{u}_3 = (-1, 5, 3, 2)$ sono linearmente indipendenti.1.iv) Scrivere l'equazione cartesiana del piano contenente la retta r di equazione parametrica $(1 - 2t, 3, 2 + t)$ e il punto $P = (0, 3, 1)$.

RISPOSTE SINTETICHE:1.i) $AB =$ 1.ii) Il sistema è compatibile incompatibile determinato indeterminato

Le soluzioni sono:

1.iii) \vec{u}_1, \vec{u}_2 e \vec{u}_3 sono linearmente dipendenti indipendenti1.iv) eq. cartesiana del piano:

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO A.2 (13 PUNTI) Dopo aver determinato il dominio della funzione

$$f(x) = 4x \exp(3 + 5x + 2x^2),$$

trovare i punti stazionari e classificarli.

Determinare poi l'immagine e stabilire se i punti estremanti relativi trovati in precedenza sono anche punti estremanti assoluti.

Scrivere infine l'equazione della retta tangente e il polinomio di Taylor di ordine 2 centrati nel punto $x = 0$.

RISPOSTE SINTETICHE:

- dominio:
- punto stazionario in $x =$ max. rel. min. rel. altro
- punto stazionario in $x =$ max. rel. min. rel. altro
- immagine:
- il punto di minimo relativo $x =$ è un punto di minimo assoluto? sí no
- il punto di massimo relativo $x =$ è un punto di minimo assoluto? sí no
- retta tangente in $x = 0$:
- polinomio di Taylor di grado 2 in $x = 0$:

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO A.3 (11 PUNTI)

3.a) Dopo aver stabilito (motivando la risposta) se si presenta in forma indeterminata, calco-

lare il limite $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\log(x^2 - 4x + 5)}{(x^2 - x - 2)\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$.

3.b) Calcolare l'integrale definito $\int_0^{\pi/2} \frac{(2 \sin x + 5) \cos x}{\sin^2 x - \sin x - 2} dx$.

RISPOSTE SINTETICHE:

3.a) Il limite è in forma indeterminata? sí no

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\log(x^2 - 4x + 5)}{(x^2 - x - 2)\sqrt{x^2 - 4x + 5}} =$$

3.b) $\int_0^{\pi/2} \frac{(2 \sin x + 5) \cos x}{\sin^2 x - \sin x - 2} dx =$

SVOLGIMENTO:

Candidato (cognome, nome e matricola):

- prova scritta completa prova scritta di analisi prova di algebra lineare
-

ESERCIZIO B.1 (11 PUNTI)

1.i) Calcolare il prodotto AB fra le matrici $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

1.ii) Classificare il sistema lineare seguente e, se compatibile, calcolare le soluzioni.

$$\begin{cases} 5x + 4y - z + 1 = 0 \\ 2y + 3z = 4 \\ x + y + 2z = 4 \end{cases}$$

1.iii) Stabilire se i vettori $\vec{u}_1 = (-3, 2, 1, -2)$, $\vec{u}_2 = (2, 1, 4, 0)$ e $\vec{u}_3 = (5, -1, 3, 2)$ sono linearmente indipendenti.

1.iv) Scrivere l'equazione cartesiana del piano contenente la retta r di equazione parametrica $(2 - t, 1 + 2t, 3)$ e il punto $P = (1, 0, 3)$.

RISPOSTE SINTETICHE:

1.i) $AB =$

1.ii) Il sistema è compatibile incompatibile determinato indeterminato
Le soluzioni sono:

1.iii) \vec{u}_1, \vec{u}_2 e \vec{u}_3 sono linearmente dipendenti indipendenti

1.iv) eq. cartesiana del piano:

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO B.2 (13 PUNTI) Dopo aver determinato il dominio della funzione

$$f(x) = 6x \exp(5x - 3x^2),$$

trovare i punti stazionari e classificarli.

Determinare poi l'immagine e stabilire se i punti estremanti relativi trovati in precedenza sono anche punti estremanti assoluti.

Scrivere infine l'equazione della retta tangente e il polinomio di Taylor di ordine 2 centrati nel punto $x = 0$.

RISPOSTE SINTETICHE:

- dominio:
- punto stazionario in $x =$ max. rel. min. rel. altro
- punto stazionario in $x =$ max. rel. min. rel. altro
- immagine:
- il punto di minimo relativo $x =$ è un punto di minimo assoluto? sí no
- il punto di massimo relativo $x =$ è un punto di minimo assoluto? sí no
- retta tangente in $x = 0$:
- polinomio di Taylor di grado 2 in $x = 0$:

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO B.3 (11 PUNTI)

3.a) Dopo aver stabilito (motivando la risposta) se si presenta in forma indeterminata, calco-

lare il limite $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log(x^2 - 2x + 2)}{(x^2 + 2x - 3)\sqrt{x^2 - 2x + 2}}$.

3.b) Calcolare l'integrale definito $\int_0^{\pi/2} \frac{(4 \cos x - 5) \sin x}{\cos^2 x - \cos x - 2} dx$.

RISPOSTE SINTETICHE:

3.a) Il limite è in forma indeterminata? sí no

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log(x^2 - 2x + 2)}{(x^2 + 2x - 3)\sqrt{x^2 - 2x + 2}} =$$

3.b) $\int_0^{\pi/2} \frac{(4 \cos x - 5) \sin x}{\cos^2 x - \cos x - 2} dx =$

SVOLGIMENTO:

