Candidato (cognome, nome e matricola): ....

☐ prova di algebra lineare

ESERCIZIO A.1 (9 PUNTI)

1.i) Classificare il sistema lineare seguente e, se compatibile, calcolare le soluzioni.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ x + 3y = 3 \\ 2x + 4z = 5 \\ 5y - z = 2 \end{cases}$$

1.ii) Dire poi se il sistema omogeneo associato ammette soluzioni non banali

RISPOSTE SINTETICHE:

2.i) Il sistema è ☐ compatibile ☐ incompatibile ☐ determinato ☐ indeterminato
Le soluzioni sono:

2.ii) il sistema omogeneo associato ha soluzioni non banali? ☐ sí ☐ no

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO A.2 (10 PUNTI)

3.a) Stabilire, motivando la risposta, se i vettori

$$\mathbf{u_1} = (7, 1, -7, 1),\ \mathbf{u_2} = (-1, 0, 4, -2),\ \mathbf{u_3} = (3, 1, -2, 0)$$

sono linearmente indipendenti.
Dire poi se il vettore $\mathbf{v} = (2, -2, 1, 1)$ appartiene allo spazio vettoriale generato da $\mathbf{u_1}$, $\mathbf{u_2}$, $\mathbf{u_3}$.

3.b) Scrivere la matrice associata all'applicazione lineare

$$L(x, y, z) = (-x + 2z, -3y, x - 2z)$$

e trovarne gli autovalori.
Dopo aver scelto un autovalore, determinare una base del relativo autospazio.

RISPOSTE SINTETICHE:

2.a) $\mathbf{u_1}$, $\mathbf{u_2}$ e $\mathbf{u_3}$ sono linearmente ☐ dipendenti ☐ indipendenti

$\mathbf{v} \in \mathrm{Span}(\mathbf{u_1}, \mathbf{u_2}, \mathbf{u_3})$? ☐ sì ☐ no

2.b) matrice associata: autovalori

Una base dell'autospazio relativo all'autovalore è

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO 3 (7 PUNTI)

3.i) Dati i vettori $\vec{u}_1 = (2, 3, -1)$, $\vec{u}_2 = (5, 0, 2)$ e $\vec{u}_3 = (0, -2, 1)$, calcolare $\vec{u}_1 + < \vec{u_1}, \vec{u}_2 > \vec{u}_3$ e la norma di $\vec{u_2}$.

3.ii) Calcolare il prodotto di matrici $A\,B$ dove

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1/2 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

RISPOSTE SINTETICHE:

3.i) $\vec{u}_1 + < \vec{u_1}, \vec{u}_2 > \vec{u}_3 =$ $\qquad\qquad$ $\|\vec{u_2}\| =$

3.ii) $A\,B =$

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO A.4 (8 PUNTI)

4.a) Scrivere l'equazione cartesiana della retta r per i punti $P = (1, 0)$ e $Q = (4, 3)$.

4.b) Determinare poi le coordinate del punto C di intersezione fra r e la retta r' di equazione parametrica $(5, 2 - t)$.

4.c) Scrivere infine l'equazione della circonferenza di centro C passante per P.

RISPOSTE SINTETICHE:

4.a) eq. cartesiana di r:

4.b) coordinate di C:

4.c) equazione della circonferenza:

SVOLGIMENTO:

Candidato (cognome, nome e matricola): ....

☐ prova di algebra lineare

ESERCIZIO B.1 (9 PUNTI)

1.i) Classificare il sistema lineare seguente e, se compatibile, calcolare le soluzioni.

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 4 \\ x + 5y = -2 \\ -3y + z = 3 \\ 4x + 2z = 5 \end{cases}$$

1.ii) Dire poi se il sistema omogeneo associato ammette soluzioni non banali

RISPOSTE SINTETICHE:

2.i) Il sistema è ☐ compatibile ☐ incompatibile ☐ determinato ☐ indeterminato
Le soluzioni sono:

2.ii) il sistema omogeneo associato ha soluzioni non banali? ☐ sí ☐ no

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO B.2 (10 PUNTI)

3.a) Stabilire, motivando la risposta, se i vettori

$$\mathbf{u_1} = (7, 1, -7, 1),\ \mathbf{u_2} = (-1, 0, 4, -2),\ \mathbf{u_3} = (3, 1, -2, 0)$$

sono linearmente indipendenti.
Dire poi se il vettore $\mathbf{v} = (2, -2, 1, 1)$ appartiene allo spazio vettoriale generato da $\mathbf{u_1}$, $\mathbf{u_2}$, $\mathbf{u_3}$.

3.b) Scrivere la matrice associata all'applicazione lineare

$$L(x, y, z) = (-x + 2z, -3y, x - 2z)$$

e trovarne gli autovalori.
Dopo aver scelto un autovalore, determinare una base del relativo autospazio.

RISPOSTE SINTETICHE:

2.a) $\mathbf{u_1}$, $\mathbf{u_2}$ e $\mathbf{u_3}$ sono linearmente ☐ dipendenti ☐ indipendenti

$\mathbf{v} \in \mathrm{Span}(\mathbf{u_1}, \mathbf{u_2}, \mathbf{u_3})$? ☐ sì ☐ no

2.b) matrice associata: autovalori

Una base dell'autospazio relativo all'autovalore è

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO 3 (7 PUNTI)

3.i) Dati i vettori $\vec{u}_1 = (2, 3, -1)$, $\vec{u}_2 = (5, 0, 2)$ e $\vec{u}_3 = (0, -2, 1)$, calcolare $\vec{u}_1 + < \vec{u_1}, \vec{u}_2 > \vec{u}_3$ e la norma di $\vec{u_2}$.

3.ii) Calcolare il prodotto di matrici $A\,B$ dove

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1/2 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

RISPOSTE SINTETICHE:

3.i) $\vec{u}_1 + < \vec{u_1}, \vec{u}_2 > \vec{u}_3 =$ $\qquad\qquad$ $\|\vec{u_2}\| =$

3.ii) $A\,B =$

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO B.4 (8 PUNTI)

4.a) Scrivere l'equazione cartesiana della retta r per i punti $P = (1, 0)$ e $Q = (4, 3)$.

4.b) Determinare poi le coordinate del punto C di intersezione fra r e la retta r' di equazione parametrica $(5, 2 - t)$.

4.c) Scrivere infine l'equazione della circonferenza di centro C passante per P.

RISPOSTE SINTETICHE:

4.a) eq. cartesiana di r:

4.b) coordinate di C:

4.c) equazione della circonferenza:

SVOLGIMENTO: