

Analisi Matematica 1 - 30/1/2019 - Traccia A
TERZA PROVA INTERCORSO

Candidato (cognome, nome, matricola):

Svolgere gli esercizi su questi fogli.

ESERCIZIO A.1 (7 PUNTI)

- 1.a) Determinare un versore parallelo a $\vec{u} = (-3, 4, 0)$.
1.b) Calcolare il prodotto scalare e il prodotto vettoriale fra i vettori $\vec{v} = (1, -2, 3)$ e $\vec{w} = (-1, 0, 2)$.
1.c) Calcolare il prodotto AB fra le matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

RISPOSTE SINTETICHE:

1.a) $\text{vers}(\vec{u}) =$

1.b) $\vec{v} \cdot \vec{w} =$ $\vec{v} \times \vec{w} =$

1.c) $AB =$

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO A.2 (10 PUNTI)

2.i) Classificare il sistema lineare seguente e, se compatibile, calcolare le soluzioni.

$$\begin{cases} x + 2y - t = 3 \\ 2x + z + 3t = 1 \\ x - 2y + z + 4t = 2 \end{cases}$$

2.ii) Scrivere la legge dell'applicazione lineare associata alla matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & -1 & 4 \end{pmatrix},$$

precisando quali sono lo spazio dominio e quello codominio.

Stabilire se è iniettiva, e in caso contrario trovare una base del nucleo

RISPOSTE SINTETICHE:

2.i) Il sistema è compatibile incompatibile determinato indeterminato

Le soluzioni sono:

2.ii) legge dell'appl. lin.:

è iniettiva? sì no Se no, una base del nucleo è

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO A.3 (8 PUNTI) Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

3.i) La matrice $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$ è invertibile. V F

3.ii) Il vettore $\vec{v} = (0, 1, 0, 0)^t$ è un autovettore per la matrice A relativo all'autovalore 2. V F

3.iii) I vettori $\vec{u}_1 = (4, 2, 0, 3)$, $\vec{u}_2 = (0, 0, 1, 5)$, $\vec{u}_3 = (0, 0, 1, 7)$ sono lin. indep.. V F

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO A.4 (10 PUNTI)

- 4.a) Scrivere l'equazione cartesiana del piano per i punti $(0, 1, 3)$, $(-1, 1, 0)$ e $(-2, 3, 1)$.
- 4.b) Scrivere l'equazione cartesiana della retta per l'origine perpendicolare alla retta di equazione parametrica $(1 - t, 3t)$.
- 4.c) Rappresentare graficamente la parabola con asse di simmetria $x = 3$ passante per i punti $(0, 7)$ e $(4, -1)$ e scriverne l'equazione cartesiana.
-

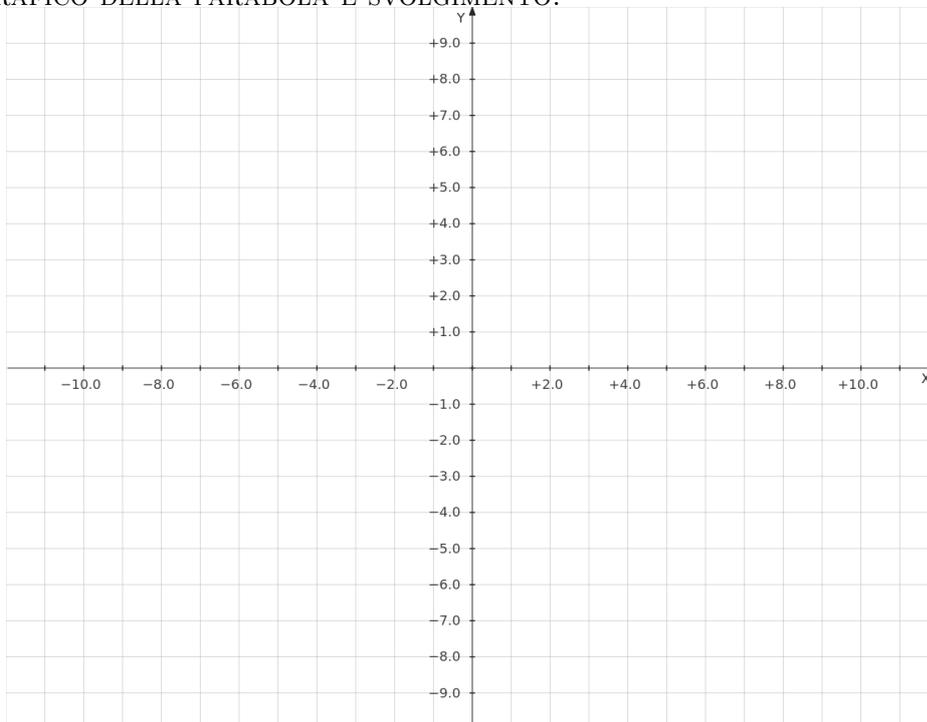
RISPOSTE SINTETICHE:

4.a) piano:

4.b) retta:

4.c) parabola:

GRAFICO DELLA PARABOLA E SVOLGIMENTO:



Analisi Matematica 1 - 30/1/2019 - Traccia B
TERZA PROVA INTERCORSO

Candidato (cognome, nome, matricola):

Svolgere gli esercizi su questi fogli.

ESERCIZIO B.1 (7 PUNTI)

1.a) Determinare un versore parallelo a $\vec{u} = (0, -4, 3)$.

1.b) Calcolare il prodotto scalare e il prodotto vettoriale fra i vettori $\vec{v} = (1, 0, 2)$ e $\vec{w} = (-1, 2, 3)$.

1.c) Calcolare il prodotto AB fra le matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

RISPOSTE SINTETICHE:

1.a) $\text{vers}(\vec{u}) =$

1.b) $\vec{v} \cdot \vec{w} =$

$\vec{v} \times \vec{w} =$

1.c) $AB =$

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO B.2 (10 PUNTI)

2.i) Classificare il sistema lineare seguente e, se compatibile, calcolare le soluzioni.

$$\begin{cases} 2x + 4y - z - t = -2 \\ 2x + y + z = 3 \\ -3y + 2z + t = 1 \end{cases}$$

2.ii) Scrivere la legge dell'applicazione lineare associata alla matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 0 & 6 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

precisando quali sono lo spazio dominio e quello codominio.

Dopo aver trovato tutti gli autovalori, sceglierne uno e determinare una base del relativo autospazio.

RISPOSTE SINTETICHE:

2.i) Il sistema è compatibile incompatibile determinato indeterminato

Le soluzioni sono:

2.ii) legge dell'appl. lin.:

autovalori:

Una base dell'autospazio relativo all'autovalore _____ è _____

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO B.3 (8 PUNTI) Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

3.i) La matrice $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ha rango massimo. V F

3.ii) Il vettore $\vec{v} = (1, 1, 0)^t$ appartiene al nucleo dell'appl. lin. associata ad A . V F

3.iii) I vettori $\vec{u}_1 = (1, -2, -5, 0)$, $\vec{u}_2 = (2, 1, 0, 5)$ sono perpendicolari. V F

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO B.4 (10 PUNTI)

- 4.a) Scrivere l'equazione cartesiana del piano perpendicolare alla retta di equazione parametrica $(1 + t, 3t, 5 - t)$ e passante per il punto $(1, 0, 0)$.
- 4.b) Scrivere l'equazione cartesiana della retta per l'origine perpendicolare alla retta di equazione cartesiana $3x - y + 5 = 0$.
- 4.c) Rappresentare graficamente la parabola con vertice in $(-3, 2)$ e direttrice di equazione $y = 9/4$ e scriverne l'equazione cartesiana.

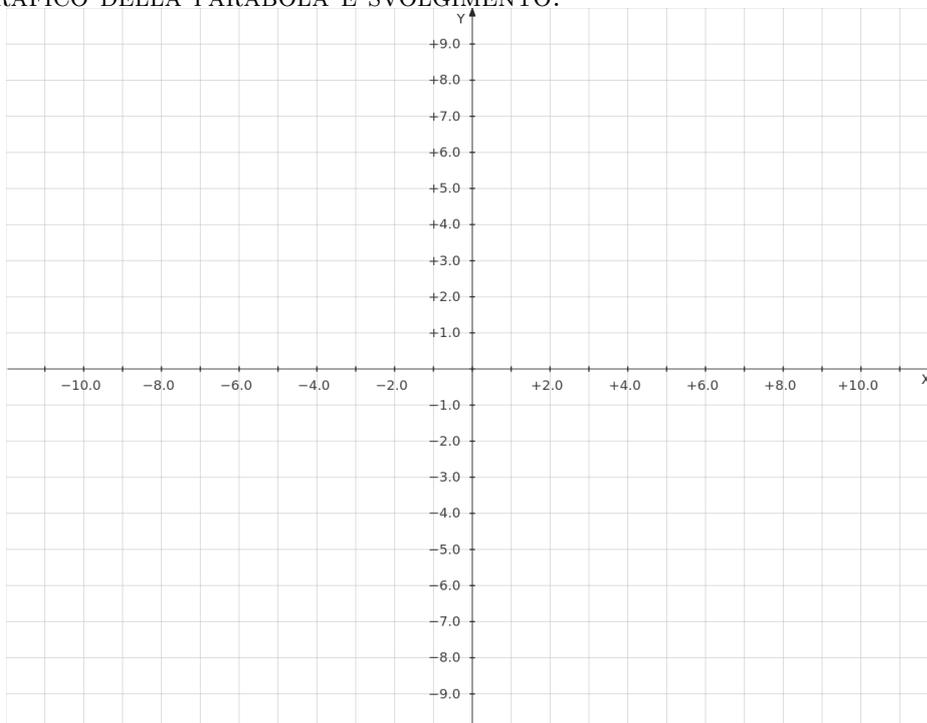
RISPOSTE SINTETICHE:

4.a) piano:

4.b) retta:

4.c) parabola:

GRAFICO DELLA PARABOLA E SVOLGIMENTO:



Analisi Matematica 1 - 30/1/2019 - Traccia C
TERZA PROVA INTERCORSO

Candidato (cognome, nome, matricola):

Svolgere gli esercizi su questi fogli.

ESERCIZIO C.1 (7 PUNTI)

- 1.a) Determinare un versore parallelo a $\vec{u} = (4, 0, -3)$.
1.b) Calcolare il prodotto scalare e il prodotto vettoriale fra i vettori $\vec{v} = (2, 1, -3)$ e $\vec{w} = (0, 1, 2)$.
1.c) Calcolare il prodotto AB fra le matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

RISPOSTE SINTETICHE:

1.a) $\text{vers}(\vec{u}) =$

1.b) $\vec{v} \cdot \vec{w} =$

$\vec{v} \times \vec{w} =$

1.c) $AB =$

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO C.2 (10 PUNTI)

2.i) Classificare il sistema lineare seguente e, se compatibile, calcolare le soluzioni.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ 3y + 2z + t = 1 \\ 2x - 4y - z - t = 2 \end{cases}$$

2.ii) Scrivere la legge dell'applicazione lineare associata alla matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix},$$

precisando quali sono lo spazio dominio e quello codominio.

Stabilire se è iniettiva, e in caso contrario trovare una base del nucleo

RISPOSTE SINTETICHE:

2.i) Il sistema è compatibile incompatibile determinato indeterminato

Le soluzioni sono:

2.ii) legge dell'appl. lin.:

è iniettiva? sì no Se no, una base del nucleo è

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO C.3 (8 PUNTI) Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

3.i) La matrice $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ è invertibile. V F

3.ii) Il vettore $\vec{v} = (1, 0, 0, 0)^t$ è un autovettore per la matrice A relativo all'autovalore 5. V F

3.iii) I vettori $\vec{u}_1 = (0, 0, 1, 5)$, $\vec{u}_2 = (0, 0, 4, 7)$, $\vec{u}_3 = (0, 0, 0, 2)$ sono lin. indep.. V F

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO C.4 (10 PUNTI)

- 4.a) Scrivere l'equazione cartesiana del piano perpendicolare alla retta di equazione parametrica $(2t, 2, 2 - t)$ e passante per il punto $(0, 1, 0)$.
- 4.b) Scrivere l'equazione parametrica della retta per l'origine perpendicolare alla retta di equazione cartesiana $y = 2x + 1$.
- 4.c) Rappresentare graficamente la parabola con vertice in $(3, -2)$ e direttrice di equazione $x = 11/4$ e scriverne l'equazione cartesiana.

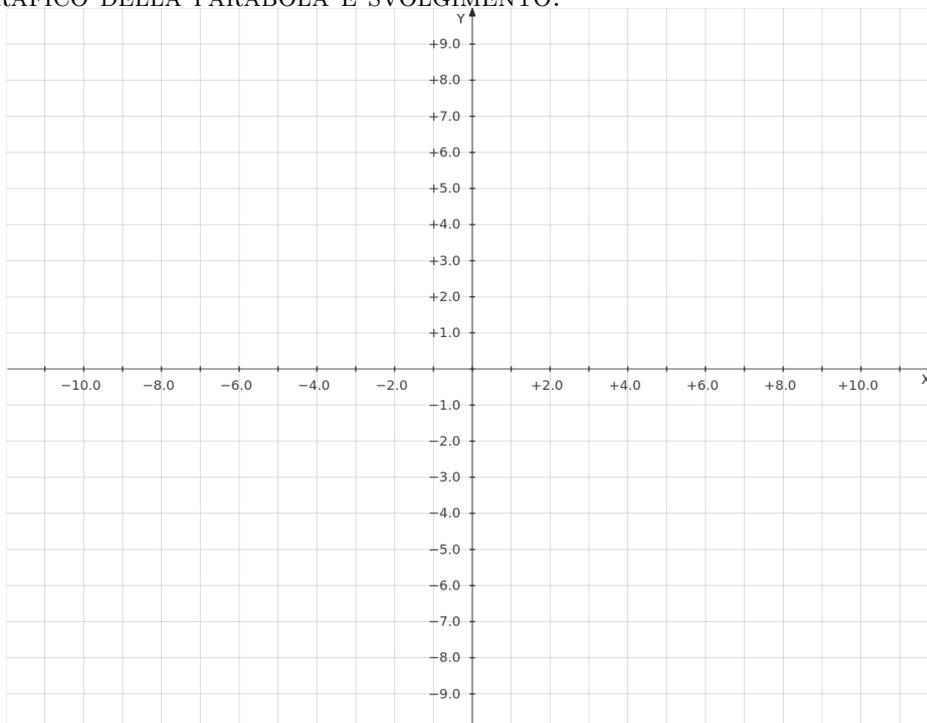
RISPOSTE SINTETICHE:

4.a) piano:

4.b) retta:

4.c) parabola:

GRAFICO DELLA PARABOLA E SVOLGIMENTO:



Analisi Matematica 1 - 30/1/2019 - Traccia D
TERZA PROVA INTERCORSO

Candidato (cognome, nome, matricola):

Svolgere gli esercizi su questi fogli.

ESERCIZIO D.1 (7 PUNTI)

- 1.a) Determinare un versore parallelo a $\vec{u} = (0, 3, -4)$.
1.b) Calcolare il prodotto scalare e il prodotto vettoriale fra i vettori $\vec{v} = (2, 0, -1)$ e $\vec{w} = (3, 2, 1)$.
1.c) Calcolare il prodotto AB fra le matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

RISPOSTE SINTETICHE:

1.a) $\text{vers}(\vec{u}) =$

1.b) $\vec{v} \cdot \vec{w} =$ $\vec{v} \times \vec{w} =$

1.c) $AB =$

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO D.2 (10 PUNTI)

2.i) Classificare il sistema lineare seguente e, se compatibile, calcolare le soluzioni.

$$\begin{cases} x - 3y + 2t = 1 \\ x - 4y - 2z + t = 2 \\ y + 2z + t = 3 \end{cases}$$

2.ii) Scrivere la legge dell'applicazione lineare associata alla matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -1 \\ 7 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

precisando quali sono lo spazio dominio e quello codominio.

Dopo aver trovato tutti gli autovalori, sceglierne uno e determinare una base del relativo autospazio.

RISPOSTE SINTETICHE:

2.i) Il sistema è compatibile incompatibile determinato indeterminato

Le soluzioni sono:

2.ii) legge dell'appl. lin.:

autovalori:

Una base dell'autospazio relativo all'autovalore _____ è

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO D.3 (8 PUNTI) Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

3.i) La matrice $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ha rango massimo. V F

3.ii) Il vettore $\vec{v} = (0, 0, 1, 0)^t$ appartiene al nucleo dell'appl. lin. associata ad A . V F

3.iii) I vettori $\vec{u}_1 = (3, 2, 1, 5)$, $\vec{u}_2 = (0, 1, -2, -5)$ sono perpendicolari. V F

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO D.4 (10 PUNTI)

- 4.a) Scrivere l'equazione cartesiana del piano per i punti $(1, 0, 4)$, $(0, -1, -1)$ e $(-1, 0, 2)$.
- 4.b) Scrivere l'equazione cartesiana della retta per l'origine parallela alla retta di equazione parametrica $(3t, 1 + t)$.
- 4.c) Rappresentare graficamente la parabola con asse di simmetria $y = -2$ passante per i punti $(7, 0)$ e $(4, -1)$ e scriverne l'equazione cartesiana.

RISPOSTE SINTETICHE:

4.a) piano:

4.b) retta:

4.c) parabola:

GRAFICO DELLA PARABOLA E SVOLGIMENTO:

