Analisi Matematica 1 - 14/12/2018 - Traccia A

☐ SECONDA PROVA ☐ SECONDA PROVA + RECUPERO DELLA PRIMA

Candidato (cognome, nome, matricola): ....

Svolgere gli esercizi su questi fogli.

ESERCIZIO A.1 (12 PUNTI)

A.1.a) Dopo aver determinato le intersezioni fra il grafico della funzione

$$f(x) = x(x^2 + 3x - 4)$$

e l'asse delle ordinate, calcolare l'area geometrica della porzione di piano racchiusa.

A.1.b) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{18x - 8}{9x^2 - 6x + 2} dx.$$

RISPOSTE IN BREVE:

a) coordinate dei punti di intersezione:

misura dell'area geometrica:

b) integrale indefinito

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO A.2 (10 PUNTI) Data la funzione

$$f(x) = \left(1 - 2x^3 + x^4\right)\cos(\pi x),$$

rispondere alle seguenti domande, <u>motivando la risposta</u>:

- Il teorema di Lagrange garantisce che per almeno un valore di $x \in (-1, 1)$ si ha $f'(x) = 0$
  ☐ V ☐ F

- Il punto $x = 0$ è stazionario ☐ V ☐ F

- Il punto $x = 0$ è un punto di
  ☐ massimo relativo ☐ minimo relativo ☐ flesso
  ☐ non derivabilità ☐ nessuna delle precedenti

- La formula di Taylor di ordine 2 afferma che per $x \to 0$

  ☐ $f(x) = 1$ ☐ $\dfrac{f(x) - 1}{x^2} \to 0$ ☐ $\dfrac{f(x) - 1}{x^3}$ è un infinito

  ☐ $f(x) = 1 - \frac{\pi^2}{2}x^2$ ☐ $\dfrac{f(x) - 1 + \frac{\pi^2}{2}x^2}{x} \to 1$ ☐ $\dfrac{f(x) - 1 + \frac{\pi^2}{2}x^2}{x^2}$ è un infinitesimo

---

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO A.3 (14 PUNTI) Data la funzione di legge

$$f(x) = \log\left(\frac{x^2+7}{x-3}\right),$$

stabilire

dominio:
derivata:
punti stazionari in $x =$:
punti estremanti relativi (se presenti): min. rel. in $x =$:   max. rel. in $x =$:
estremi assoluti: sup $=$ è un massimo? ☐ sì ☐ no inf $=$ è un minimo? ☐ sì ☐ no
immagine:
Quante soluzioni ammette l'equazione $f(x) = 1$?

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO A.4 (SOLO RECUPERO) (12 PUNTI)

a) Determinare il dominio naturale della funzione

$$g(x) = \sqrt{\frac{x+5}{2-x}}.$$

b) Dopo aver verificato che il dominio naturale della funzione

$$f(x) = x^2 \sin\left(\frac{x+3}{x^2}\right)$$

è $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, determinarne gli eventuali asintoti.

RISPOSTE IN BREVE:

a) dominio di $g(x)$:

b) asintoti di $f(x)$:

- verticale? ☐ sì ☐ no equazione dell'asintoto:
- orizzontale? ☐ sì ☐ no equazione dell'asintoto:
- asintoti obliqui? ☐ sì ☐ no equazione dell'asintoto:

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO A.5 (SOLO RECUPERO) (12 PUNTI)

i) Tracciare un grafico approssimativo della funzione $f(x) = \log(x-2)$.

ii) Calcolare il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{(x^2-3x+2)\arctan x}{\log x - x^2}.$$

iii) Stabilire se la funzione

$$g(x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{x-1}{x^2}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

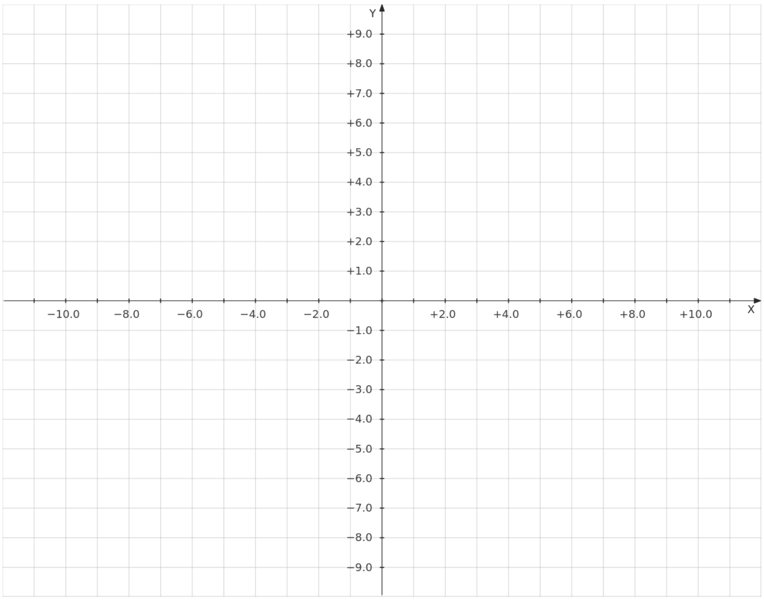
è continua in $x = 0$. In caso negativo, classificare la discontinuità.

iv) Dire se la funzione

$$h(x) = \frac{x^4-3x+4}{x}$$

verifica le ipotesi del teorema degli zeri nell'intervallo $[-1, 1]$.

RISPOSTE IN BREVE:

i) 

ii) $\lim =$

iii) $x = 0$ è un punto di: ☐ continuità ☐ discontinuità eliminabile ☐ discontinuità di salto ☐ cuspide ☐ discontinuità di altro tipo

iv) Le ipotesi del teorema degli zeri sono soddisfatte? ☐ sì ☐ no

---

SVOLGIMENTO:

Analisi Matematica 1 - 14/12/2018 - Traccia B

☐ SECONDA PROVA ☐ SECONDA PROVA + RECUPERO DELLA PRIMA

Candidato (cognome, nome, matricola): ....

Svolgere gli esercizi su questi fogli.

ESERCIZIO B.1 (12 PUNTI)

B.1.a) Dopo aver determinato le intersezioni fra il grafico della funzione

$$f(x) = x(x^2 - 3x - 10)$$

e l'asse delle ordinate, calcolare l'area geometrica della porzione di piano racchiusa.

B.1.b) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{3x^2 + 9x - 2}{3x^2 + 2x - 1} dx.$$

RISPOSTE IN BREVE:

a) coordinate dei punti di intersezione:

misura dell'area geometrica:

b) integrale indefinito

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO B.2 (10 PUNTI) Data la funzione

$$f(x) = \left(1 - 2x^2 + x^5\right)\cos(\pi x),$$

rispondere alle seguenti domande, motivando la risposta:

- Il teorema di Lagrange garantisce che per almeno un valore di $x \in (-1, 1)$ si ha $f'(x) = 1$
  ☐ V ☐ F
- Il punto $x = 0$ è stazionario ☐ V ☐ F
- Il punto $x = 0$ è un punto di
  ☐ massimo relativo ☐ minimo relativo ☐ flesso
  ☐ non derivabilità ☐ nessuna delle precedenti
- La formula di Taylor di ordine 2 afferma che per $x \to 0$

  ☐ $f(x) = 1 - 2x^2$ ☐ $\dfrac{f(x) - 1 + 2x^2}{x^2} \to 0$ ☐ $\dfrac{f(x) - 1 + 2x^2}{x^3}$ è un infinito

  ☐ $f(x) = 1 - \frac{4+\pi^2}{2}x^2$ ☐ $\dfrac{f(x) - 1 + \frac{4+\pi^2}{2}x^2}{x} \to 1$ ☐ $\dfrac{f(x) - 1 + \frac{4+\pi^2}{2}x^2}{x^2}$ è un infinitesimo

---

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO B.3 (14 PUNTI) Data la funzione di legge

$$f(x) = \log\left(\frac{x+2}{x^2+5}\right),$$

stabilire

dominio:
derivata:
punti stazionari in $x =$:
punti estremanti relativi (se presenti): min. rel. in $x =$: max. rel. in $x =$:
estremi assoluti: sup = è un massimo? ☐ sì ☐ no inf = è un minimo? ☐ sì ☐ no
immagine:
Quante soluzioni ammette l'equazione $f(x) = 1$?

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO B.4 (SOLO RECUPERO) (12 PUNTI)

a) Determinare il dominio naturale della funzione

$$g(x) = \sqrt{\frac{3-x}{5+x}}.$$

b) Dopo aver verificato che il dominio naturale della funzione

$$f(x) = x^2 \sin\left(\frac{x-2}{x^2}\right)$$

è $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, determinarne gli eventuali asintoti.

RISPOSTE IN BREVE:

a) dominio di $g(x)$:

b) asintoti di $f(x)$:

- verticale? ☐ sì ☐ no equazione dell'asintoto:
- orizzontale? ☐ sì ☐ no equazione dell'asintoto:
- asintoti obliqui? ☐ sì ☐ no equazione dell'asintoto:

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO B.5 (SOLO RECUPERO) (12 PUNTI)

i) Tracciare un grafico approssimativo della funzione $f(x) = \sin(2x)$.

ii) Calcolare il limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\log x + x^2}{(e^{-x} - 1)(x^2 + 4x - 5)}.$$

iii) Stabilire se la funzione

$$g(x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{(x-1)^2}{x}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

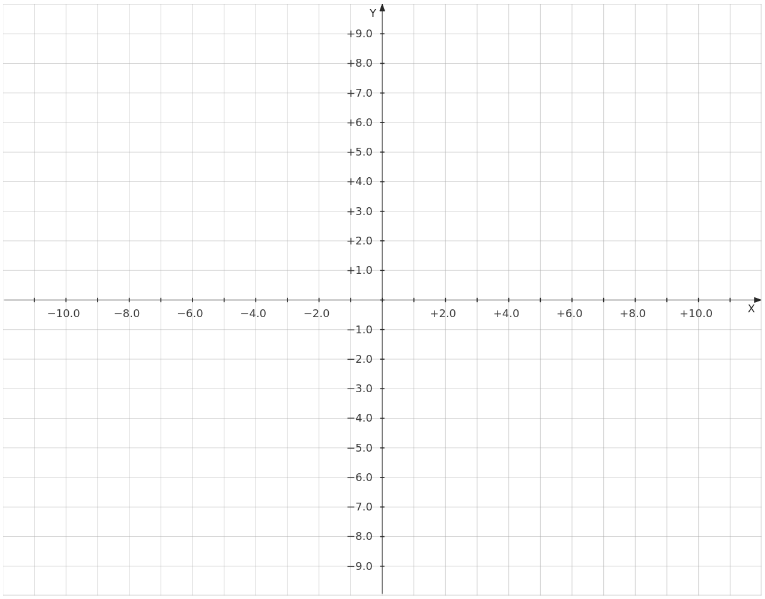
è continua in $x = 0$. In caso negativo, classificare la discontinuità.

iv) Dire se la funzione

$$h(x) = \frac{x^4 + 3x - 5}{x}$$

verifica le ipotesi del teorema degli zeri nell'intervallo $[1, 2]$.

RISPOSTE IN BREVE:

i) 

ii) lim =

iii) $x = 0$ è un punto di: ☐ continuità ☐ discontinuità eliminabile ☐ discontinuità di salto ☐ cuspide ☐ discontinuità di altro tipo

iv) Le ipotesi del teorema degli zeri sono soddisfatte? ☐ sì ☐ no

---

SVOLGIMENTO:

Analisi Matematica 1 - 14/12/2018 - Traccia C

☐ SECONDA PROVA ☐ SECONDA PROVA + RECUPERO DELLA PRIMA

Candidato (cognome, nome, matricola): ....

Svolgere gli esercizi su questi fogli.

ESERCIZIO C.1 (12 PUNTI)

C.1.a) Dopo aver determinato le intersezioni fra il grafico della funzione

$$f(x) = x(x^2 + x - 2)$$

e l'asse delle ordinate, calcolare l'area geometrica della porzione di piano racchiusa.

C.1.b) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{8x - 7}{4x^2 - 12x + 10} dx.$$

RISPOSTE IN BREVE:

a) coordinate dei punti di intersezione:

misura dell'area geometrica:

b) integrale indefinito

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO C.2 (10 PUNTI) Data la funzione

$$f(x) = \left(-1 + 2x^3 - x^4\right)\cos(\pi x),$$

rispondere alle seguenti domande, <u>motivando la risposta</u>:

- Il teorema di Lagrange garantisce che per almeno un valore di $x \in (-1, 1)$ si ha $f'(x) = -2$
  ☐ V ☐ F
- Il punto $x = 0$ è stazionario ☐ V ☐ F
- Il punto $x = 0$ è un punto di
  ☐ massimo relativo ☐ minimo relativo ☐ flesso
  ☐ non derivabilità ☐ nessuna delle precedenti
- La formula di Taylor di ordine 2 afferma che per $x \to 0$

  ☐ $f(x) = -1 + \frac{\pi^2}{2}x^2$ ☐ $\dfrac{f(x) + 1 - \frac{\pi^2}{2}x^2}{x^2} \to 0$ ☐ $\dfrac{f(x) + 1 - \frac{\pi^2}{2}x^2}{x^3}$ è un infinito

  ☐ $f(x) = -1$ ☐ $\dfrac{f(x) + 1}{x} \to 1$ ☐ $\dfrac{f(x) + 1}{x^2}$ è un infinitesimo

---

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO C.3 (14 PUNTI) Data la funzione di legge

$$f(x) = \log\left(\frac{3-x}{x^2+7}\right),$$

stabilire

dominio:

derivata:

punti stazionari in $x =$:

punti estremanti relativi (se presenti):	
min. rel. in $x =$:	max. rel. in $x =$:

estremi assoluti:	
sup =	è un massimo? ☐ sì ☐ no
inf =	è un minimo? ☐ sì ☐ no

immagine:

Quante soluzioni ammette l'equazione $f(x) = 1$?

SVOLGIMENTO:

Analisi Matematica 1 - 14/12/2018 - Traccia D

☐ SECONDA PROVA ☐ SECONDA PROVA + RECUPERO DELLA PRIMA

Candidato (cognome, nome, matricola): ....

Svolgere gli esercizi su questi fogli.

ESERCIZIO D.1 (12 PUNTI)

D.1.a) Dopo aver determinato le intersezioni fra il grafico della funzione

$$f(x) = x(x^2 + 3x - 10)$$

e l'asse delle ordinate, calcolare l'area geometrica della porzione di piano racchiusa.

D.1.b) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{2x^2 + 10x - 2}{2x^2 + 5x - 3} dx.$$

RISPOSTE IN BREVE:

a) coordinate dei punti di intersezione:

misura dell'area geometrica:

b) integrale indefinito

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO D.2 (10 PUNTI) Data la funzione

$$f(x) = \left(-4 - 2x^2 + x^5\right)\cos(\pi x),$$

rispondere alle seguenti domande, <u>motivando la risposta</u>:

- Il teorema di Lagrange garantisce che per almeno un valore di $x \in (-1, 1)$ si ha $f'(x) = 1$
  ☐ V ☐ F

- Il punto $x = 0$ è stazionario ☐ V ☐ F

- Il punto $x = 0$ è un punto di
  ☐ massimo relativo ☐ minimo relativo ☐ flesso
  ☐ non derivabilità ☐ nessuna delle precedenti

- La formula di Taylor di ordine 2 afferma che per $x \to 0$

☐ $f(x) = -4 - 2x^2$ ☐ $\dfrac{f(x) + 4 + 2x^2}{x^2} \to 0$ ☐ $\dfrac{f(x) + 4 + 2x^2}{x^3}$ è un infinito

☐ $f(x) = -4 + 2(\pi^2 - 1)x^2$ ☐ $\dfrac{f(x) + 4 + 2(1 - \pi^2)x^2}{x} \to 1$ ☐ $\dfrac{f(x) + 4 + 2(1 - \pi^2)x^2}{x^2}$ è un infinitesimo

---

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO D.3 (14 PUNTI) Data la funzione di legge

$$f(x) = \log\left(\frac{x+3}{x^2+7}\right),$$

stabilire

dominio:
derivata:
punti stazionari in $x =$:
punti estremanti relativi (se presenti): min. rel. in $x =$: max. rel. in $x =$:
estremi assoluti: sup $=$ è un massimo? ☐ sì ☐ no inf $=$ è un minimo? ☐ sì ☐ no
immagine:
Quante soluzioni ammette l'equazione $f(x) = 1$?

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO D.4 (SOLO RECUPERO) (12 PUNTI)

a) Determinare il dominio naturale della funzione

$$g(x) = \sqrt{\frac{2-x}{x+5}}.$$

b) Dopo aver verificato che il dominio naturale della funzione

$$f(x) = x^2 \cos\left(\frac{x-3}{x^2}\right)$$

è $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, determinarne gli eventuali asintoti.

RISPOSTE IN BREVE:

a) dominio di $g(x)$:

b) asintoti di $f(x)$:

- verticale? ☐ sì ☐ no equazione dell'asintoto:
- orizzontale? ☐ sì ☐ no equazione dell'asintoto:
- asintoti obliqui? ☐ sì ☐ no equazione dell'asintoto:

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO D.5 (SOLO RECUPERO) (12 PUNTI)

i) Tracciare un grafico approssimativo della funzione $f(x) = \log(x+3)$.

ii) Calcolare il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^3 + \log x}{\arctan x\,(x^3 - 2x + 4)}.$$

iii) Stabilire se la funzione

$$g(x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{1+x^2}{x}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

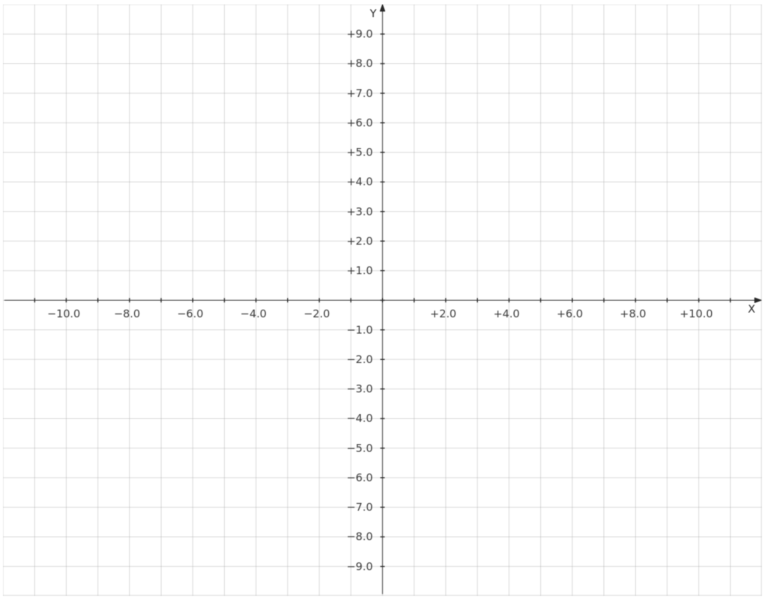
è continua in $x = 0$. In caso negativo, classificare la discontinuità.

iv) Dire se la funzione

$$h(x) = \frac{x^4 + 3x + 5}{x}$$

verifica le ipotesi del teorema degli zeri nell'intervallo $[-1, 1]$.

RISPOSTE IN BREVE:

i) 

ii) $\lim =$

iii) $x = 0$ è un punto di: ☐ continuità ☐ discontinuità eliminabile ☐ discontinuità di salto ☐ cuspide ☐ discontinuità di altro tipo

iv) Le ipotesi del teorema degli zeri sono soddisfatte? ☐ sì ☐ no

---

SVOLGIMENTO:

Analisi Matematica 1 - 14/12/2018 - Traccia E

☐ SECONDA PROVA ☐ SECONDA PROVA + RECUPERO DELLA PRIMA

Candidato (cognome, nome, matricola): ....

Svolgere gli esercizi su questi fogli.

ESERCIZIO E.1 (12 PUNTI)

E.1.a) Dopo aver determinato le intersezioni fra il grafico della funzione

$$f(x) = x(x^2 - x - 2)$$

e l'asse delle ordinate, calcolare l'area geometrica della porzione di piano racchiusa.

E.1.b) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{8x-1}{4x^2-4x+2}dx.$$

RISPOSTE IN BREVE:

a) coordinate dei punti di intersezione:

misura dell'area geometrica:

b) integrale indefinito

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO E.2 (10 PUNTI) Data la funzione

$$f(x) = \left(4 + 2x^2 + x^3\right) \cos(\pi x),$$

rispondere alle seguenti domande, <u>motivando la risposta</u>:

- Il teorema di Lagrange garantisce che per almeno un valore di $x \in (-1, 1)$ si ha $f'(x) = -1$
  ☐ V ☐ F
- Il punto $x = 0$ è stazionario ☐ V ☐ F
- Il punto $x = 0$ è un punto di
  ☐ massimo relativo ☐ minimo relativo ☐ flesso
  ☐ non derivabilità ☐ nessuna delle precedenti
- La formula di Taylor di ordine 2 afferma che per $x \to 0$

☐ $f(x) = 4 - 2(\pi^2 - 1)x^2$ ☐ $\dfrac{f(x) - 4 + 2(\pi^2 - 1)x^2}{x^2} \to 0$ ☐ $\dfrac{f(x) - 4 + 2(\pi^2 - 1)x^2}{x^3}$ è un infinito

☐ $f(x) = 4 + 2x^2$ ☐ $\dfrac{f(x) - 4 - 2x^2}{x} \to 1$ ☐ $\dfrac{f(x) - 4 - 2x^2}{x^2}$ è un infinitesimo

---

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO E.3 (14 PUNTI) Data la funzione di legge

$$f(x) = \log\left(\frac{x^2+5}{x-2}\right),$$

stabilire

dominio:
derivata:
punti stazionari in $x =$:
punti estremanti relativi (se presenti): min. rel. in $x =$: max. rel. in $x =$:
estremi assoluti: sup = è un massimo? ☐ sì ☐ no inf = è un minimo? ☐ sì ☐ no
immagine:
Quante soluzioni ammette l'equazione $f(x) = 1$?

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO E.4 (SOLO RECUPERO) (12 PUNTI)

a) Determinare il dominio naturale della funzione

$$g(x) = \sqrt{\frac{x-5}{2-x}}.$$

b) Dopo aver verificato che il dominio naturale della funzione

$$f(x) = x^2 \cos\left(\frac{x+2}{x^2}\right)$$

è $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, determinarne gli eventuali asintoti.

RISPOSTE IN BREVE:

a) dominio di $g(x)$:

b) asintoti di $f(x)$:

- verticale? ☐ sì ☐ no equazione dell'asintoto:
- orizzontale? ☐ sì ☐ no equazione dell'asintoto:
- asintoti obliqui? ☐ sì ☐ no equazione dell'asintoto:

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO E.5 (SOLO RECUPERO) (12 PUNTI)

i) Tracciare un grafico approssimativo della funzione $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$.

ii) Calcolare il limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(x^3 + 2x - 1)(1 - e^{-x})}{x^3 - \log x}.$$

iii) Stabilire se la funzione

$$g(x) = \begin{cases} x \arctan\left(\frac{(x-1)^2}{x}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

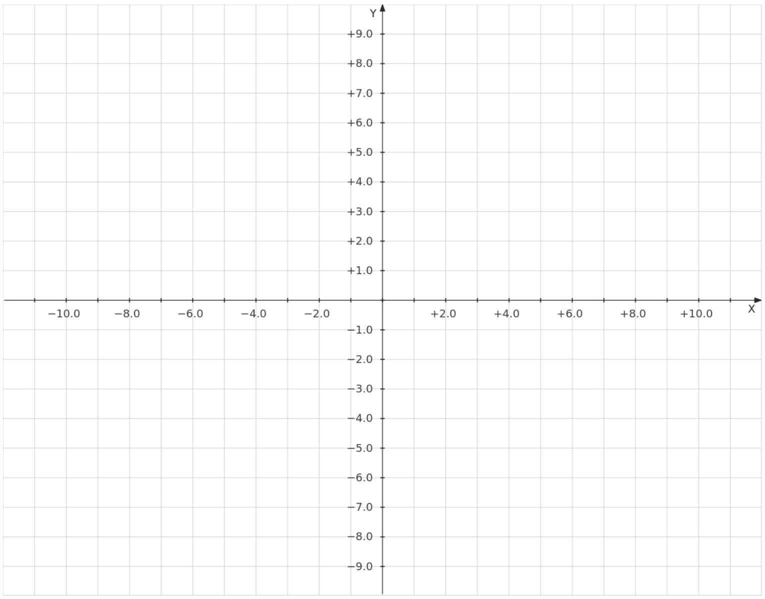
è continua in $x = 0$. In caso negativo, classificare la discontinuità.

iv) Dire se la funzione

$$h(x) = \frac{x^4 - 3x - 7}{x - 1}$$

verifica le ipotesi del teorema degli zeri nell'intervallo $[-2, 0]$.

RISPOSTE IN BREVE:

i) 

ii) lim =

iii) $x = 0$ è un punto di: ☐ continuità ☐ discontinuità eliminabile ☐ discontinuità di salto ☐ cuspide ☐ discontinuità di altro tipo

iv) Le ipotesi del teorema degli zeri sono soddisfatte? ☐ sì ☐ no

---

SVOLGIMENTO:

Analisi Matematica 1 - 14/12/2018 - Traccia F

☐ SECONDA PROVA ☐ SECONDA PROVA + RECUPERO DELLA PRIMA

Candidato (cognome, nome, matricola): ....

Svolgere gli esercizi su questi fogli.

ESERCIZIO F.1 (12 PUNTI)

F.1.a) Dopo aver determinato le intersezioni fra il grafico della funzione

$$f(x) = x(x^2 - 3x - 4)$$

e l'asse delle ordinate, calcolare l'area geometrica della porzione di piano racchiusa.

F.1.b) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{2x^2 + 2x + 3}{2x^2 + x - 1} dx.$$

RISPOSTE IN BREVE:

a) coordinate dei punti di intersezione:

misura dell'area geometrica:

b) integrale indefinito

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO F.2 (10 PUNTI) Data la funzione

$$f(x) = \left(1 - x^2 + x^3\right)\cos(\pi x),$$

rispondere alle seguenti domande, <u>motivando la risposta</u>:

- Il teorema di Lagrange garantisce che per almeno un valore di $x \in (-1, 1)$ si ha $f'(x) = 0$
  ☐ V ☐ F
- Il punto $x = 0$ è stazionario ☐ V ☐ F
- Il punto $x = 0$ è un punto di
  ☐ massimo relativo ☐ minimo relativo ☐ flesso
  ☐ non derivabilità ☐ nessuna delle precedenti
- La formula di Taylor di ordine 2 afferma che per $x \to 0$

☐ $f(x) = 1 - (1 + \frac{\pi^2}{2})x^2$ ☐ $\dfrac{f(x) - 1 + (1 + \frac{\pi^2}{2})x^2}{x^2} \to 0$ ☐ $\dfrac{f(x) - 1 + (1 + \frac{\pi^2}{2})x^2}{x^3}$ è un infinito

☐ $f(x) = 1 - x^2$ ☐ $\dfrac{f(x) - 1 + x^2}{x} \to 1$ ☐ $\dfrac{f(x) - 1 + x^2}{x^2}$ è un infinitesimo

---

SVOLGIMENTO:

ESERCIZIO F.3 (14 PUNTI) Data la funzione di legge

$$f(x) = \log\left(\frac{2-x}{x^2+5}\right),$$

stabilire

dominio:
derivata:
punti stazionari in $x =$:
punti estremanti relativi (se presenti): min. rel. in $x =$: max. rel. in $x =$:
estremi assoluti: sup = è un massimo? ☐ sì ☐ no inf = è un minimo? ☐ sì ☐ no
immagine:
Quante soluzioni ammette l'equazione $f(x) = 1$?

SVOLGIMENTO: