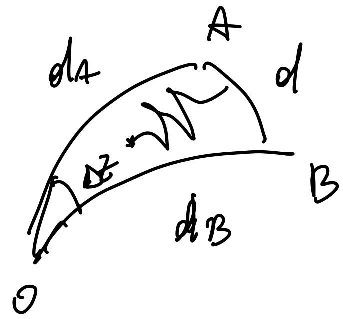
Vediamo adesso come “degenera” la curva capace nel caso di piccole distanze e cioè nel caso in cui il ricevitore che effettuala la misura d’azimuto e i due punti rilevati siano vicini.

Applichiamo il teorema di Eulero al triangolo sferico di figura, ottenendo:



$$\cos d = \cos d_A \cos d_B + \sin d_A \sin d_B \cos \Delta Z \qquad (1)$$

Le tre distanze che compaiono in questa espressione sono tra punti prossimi pertanto possiamo considerare per una delle generiche distanze il seguente sviluppo:

$$\cos d_i = 1 - \frac{\sin(0)}{1!} d_i - \frac{\cos(0)}{2!} d_i^2 \cong 1 - \frac{d_i^2}{2}$$

$$\sin d_i = 0 + \frac{1}{1!} d_i - \frac{\sin(0)}{2!} d_i^2 \cong d_i$$

con $i = 1 - 3$
e posto
$$\begin{cases} d_1 = d_A \\ d_2 = d_B \\ d_3 = d \end{cases}$$

Relazioni ottenute considerando lo sviluppo di serie di Mc Laurin ed arrestandoci ai termini de 2° ordine.

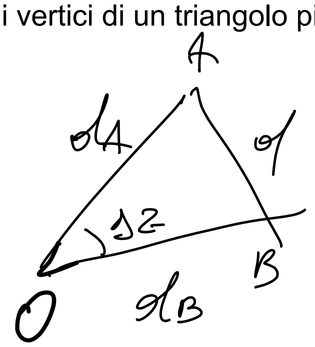
Sostituendo nella relazione (1), si ha:

$$1 - \frac{d^2}{2} = \left(1 - \frac{d_A^2}{2}\right)\left(1 - \frac{d_B^2}{2}\right) + d_A d_B \cos \Delta Z$$

$$\cancel{1} - \frac{d^2}{2} = \cancel{1} - \frac{d_B^2}{2} - \frac{d_A^2}{2} + \cancel{\frac{d_A^2 d_B^2}{4}} + d_A d_B \cos \Delta Z$$

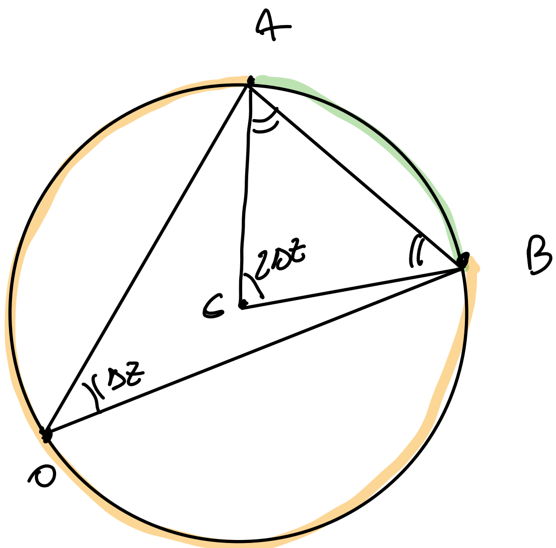
$$\boxed{d^2 = + d_B^2 + d_A^2 - 2 d_A d_B \cos \Delta Z}$$

L’ultima relazione rappresenta il teorema di Carnot che è valido solo nel caso dei triangoli piano; ciò significa che i 3 vertici del triangolo sferico considerato sono i vertici di un triangolo piano.



Pertanto la curva capace che passa per questi tre punti inscrive un triangolo e dalla geometria piana sappiamo che l'unica curva che inscrive un triangolo è una circonferenza. La curva capace nel caso in esame si riduce quindi in una circonferenza detta <u>Cerchio Capace</u>.

Vediamo come si traccia su una carta.
A tal fine consideriamo il caso in cui il ricevitore si trovi nell'arco di cerchio capace evidenziata in giallo $(\Delta z < 0)$ nella prossima figura e facciamo le seguenti considerazioni sugli angoli interni del triangolo CAB:



$$\widehat{AOB} = \Delta z \; ; \quad \hat{A} = \hat{B}$$

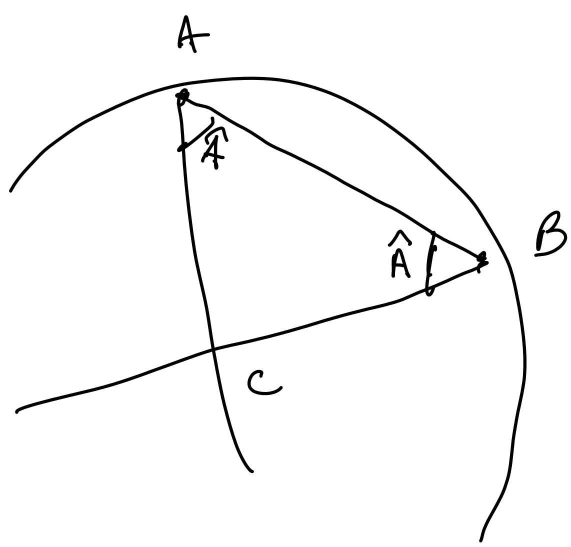
$$\hat{A} + \hat{B} + 2\Delta z = \pi$$

$$\cancel{2}\hat{A} + \cancel{2}\Delta z = \frac{\pi}{2}$$

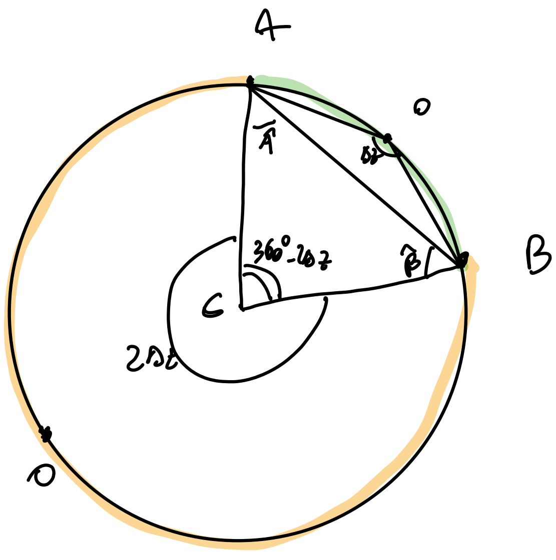
$$\hat{A} = \hat{B} = \frac{\pi}{2} - \Delta z$$

quindi il tracciamento avviene considerando il segmento che congiunge A e B ed inclinando da esso due semirette inclinate dell'angolo $\frac{\pi}{2} - \Delta z$ individuando così il centro della circonferenza ed il raggio, segmento $\overline{CA}$.

Quest'ultimi due elementi permettono di disegnare la circonferenza capace.



Consideriamo ora il caso in cui il ricevitore i trovi nell’arco di cerchio capace evidenziata in verde $\Delta t > 90°$ nella prossima figura e facciamo analoghe considerazioni sugli angoli interni del triangolo CAB:



$$\hat{AOB} = \Delta t > 90°$$

$$360° - 2\Delta t + \hat{A} + \hat{A} = 180°$$

$$360° - 2\Delta t + 2\hat{A} = 180°$$

$$180° - 2\Delta t + 2\hat{A} = 0$$

$$2\hat{A} = 2\Delta t - \pi$$

$$\boxed{\hat{A} = \Delta t - \frac{\pi}{2}}$$

quindi il tracciamento avviene considerando il segmento che congiunge A e B ed inclinando da esso due semirette inclinate dell’angolo $\Delta t - \pi/2$ individuando così il centro della circonferenza ed il raggio e procedendo come in precedenza.