Curva di ugual differenza d’azimut

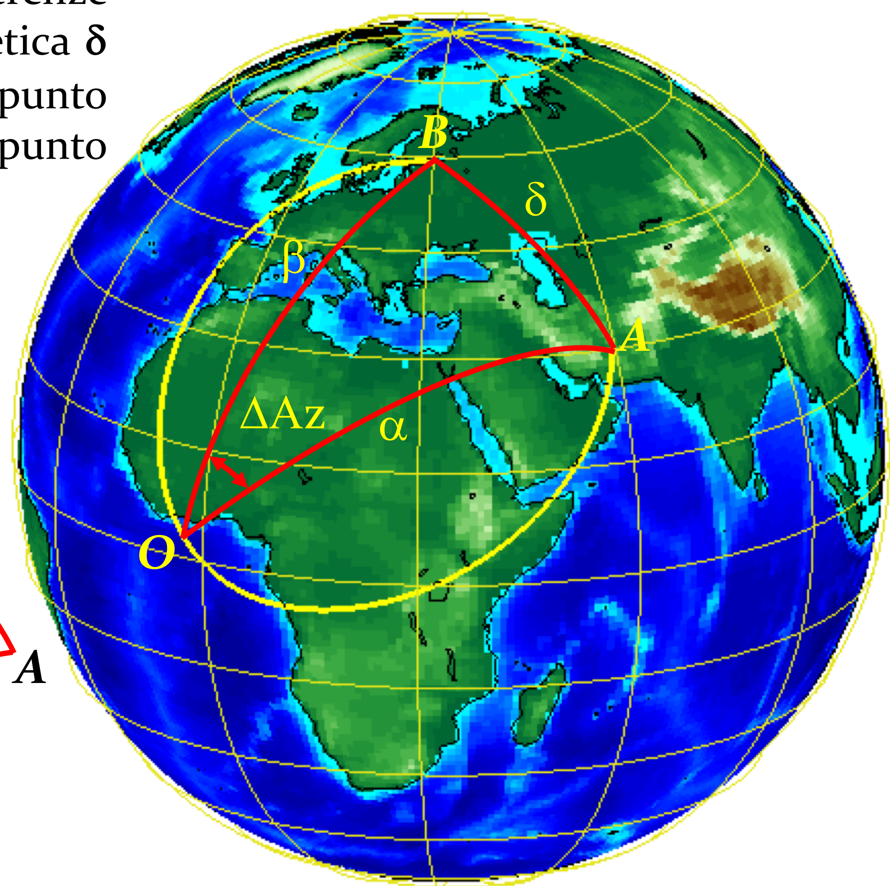
Curva di ugual differenza d'azimuth

Luogo dei punti della sfera terrestre dai quali si misura la stessa differenza d'Azimuth tra due punti A e B di coordinate note

φ_A, λ_A φ_B, λ_B dati noti ΔAz dato misurato φ, λ dati incogniti

Si esamina il triangolo sferico che ha come vertici il punto noto ***A***, il punto noto ***B*** e un generico punto incognito ***O***.

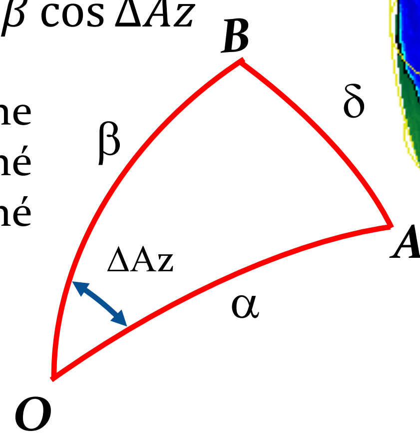
I lati del triangolo sferico sono archi di circonferenze massime che sono rispettivamente la distanza geodetica **δ** tra i due punti noti, l'arco di geodetica **α** tra il punto incognito e il punto A, l'arco di geodetica **β** tra il punto incognito e il punto noto B.



La relazione che lega la quantità misurata **ΔAz** a quella nota **δ** può essere trovata applicando il teorema di Eulero al detto triangolo

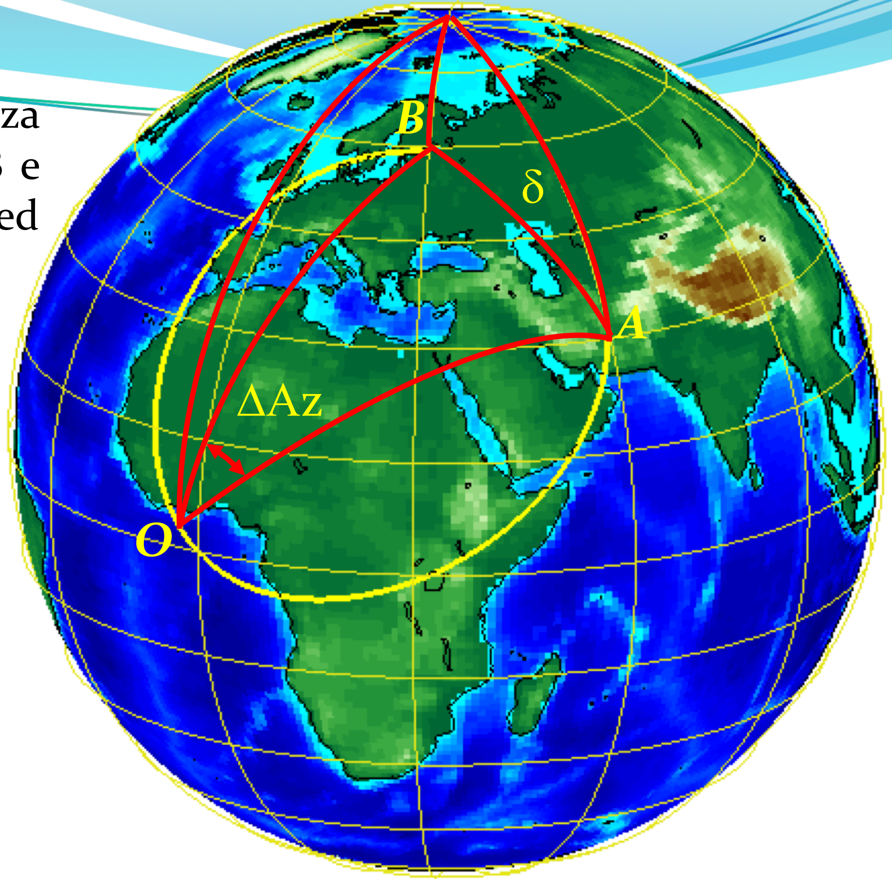
$$\cos\delta = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta\cos\Delta Az$$

Ma purtroppo in tale relazione non compaiono esplicitamente né le coordinate note di A e B, né quelle incognite del punto O.

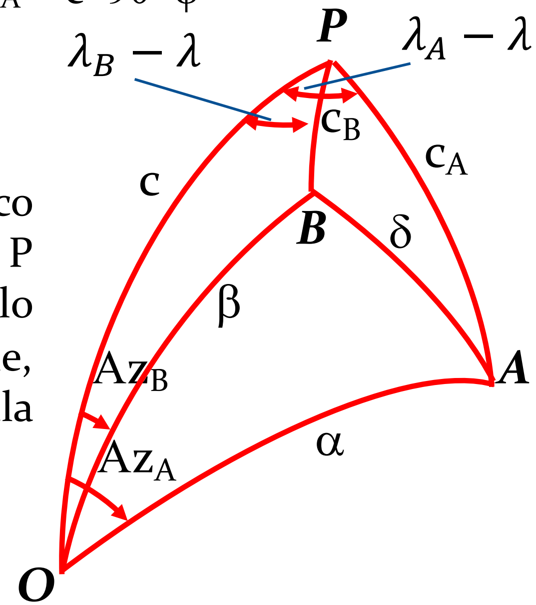


Curva di ugual differenza d'azimuth

Si può però esplicitare l'angolo ΔAz come differenza tra l'azimuth Az_A del punto A e Az_B del punto B e metterlo in relazione alle coordinate note ed incognite.



$c_B = 90 - \varphi_B \quad c_A = 90 - \varphi_A \quad c = 90 - \varphi$



Dal triangolo sferico OPA in cui P rappresenta il polo Nord si ottiene, applicando la formula delle cotangenti:

$$\cot c_A \sin c = \cos c \cos(\lambda_A - \lambda) + \sin(\lambda_A - \lambda) \cot Az_A$$

$$\tan \varphi_A \cos \varphi = \sin \varphi \cos(\lambda_A - \lambda) + \sin(\lambda_A - \lambda) \cot Az_A$$

$$Az_A = \tan^{-1}\left[\frac{\sin(\lambda_A - \lambda)}{\tan \varphi_A \cos \varphi - \sin \varphi \cos(\lambda_A - \lambda)}\right]$$

Analogamente, dal triangolo sferico OPB

$$Az_B = \tan^{-1}\left[\frac{\sin(\lambda_B - \lambda)}{\tan \varphi_B \cos \varphi - \sin \varphi \cos(\lambda_B - \lambda)}\right]$$

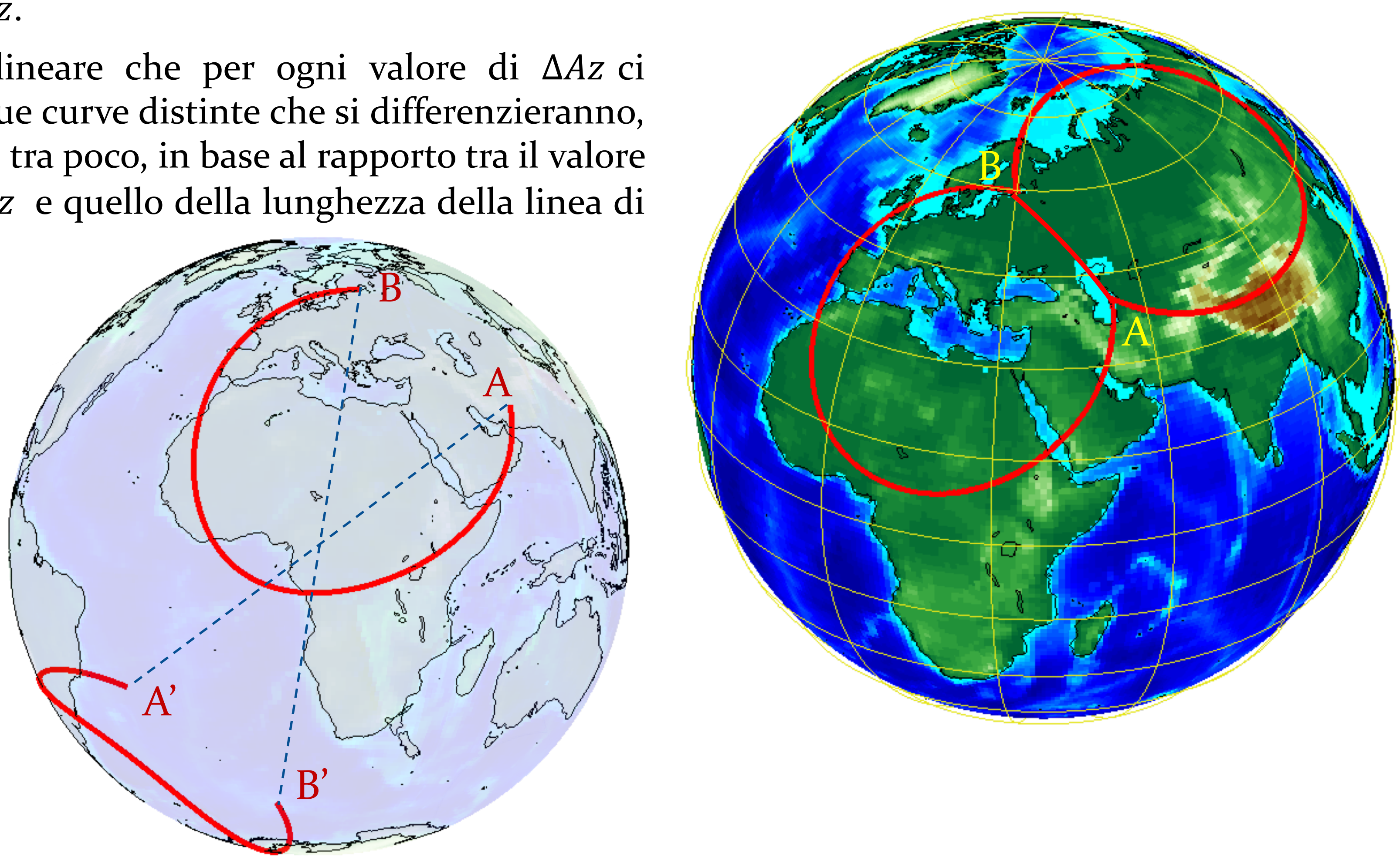
Curva di ugual differenza d'azimuth

Quindi l'equazione della curva di ugual differenza d'azimuth, denominata anche curva capace dell'angolo ΔAz, sarà data dalla differenza tra le due equazioni.

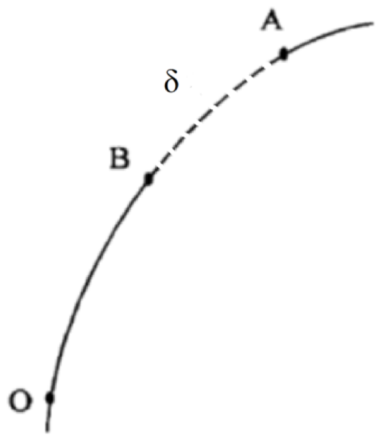
$$\Delta Az = \tan^{-1}\left[\frac{\sin(\lambda_A - \lambda)}{\tan\varphi_A \cos\varphi - \sin\varphi\cos(\lambda_A - \lambda)}\right] - \tan^{-1}\left[\frac{\sin(\lambda_B - \lambda)}{\tan\varphi_B \cos\varphi - \sin\varphi\cos(\lambda_B - \lambda)}\right]$$

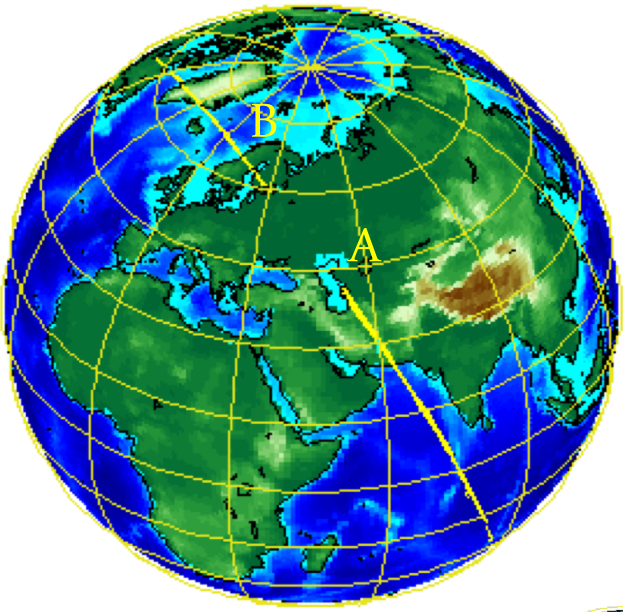
La curva si sviluppa simmetricamente da entrambi i lati della base AB dipendentemente dal segno dell'angolo ΔAz.

Bisogna sottolineare che per ogni valore di ΔAz ci saranno ben due curve distinte che si differenzieranno, come vedremo tra poco, in base al rapporto tra il valore dell'angolo ΔAz e quello della lunghezza della linea di base δ .

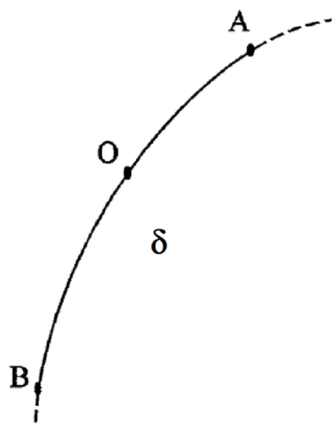


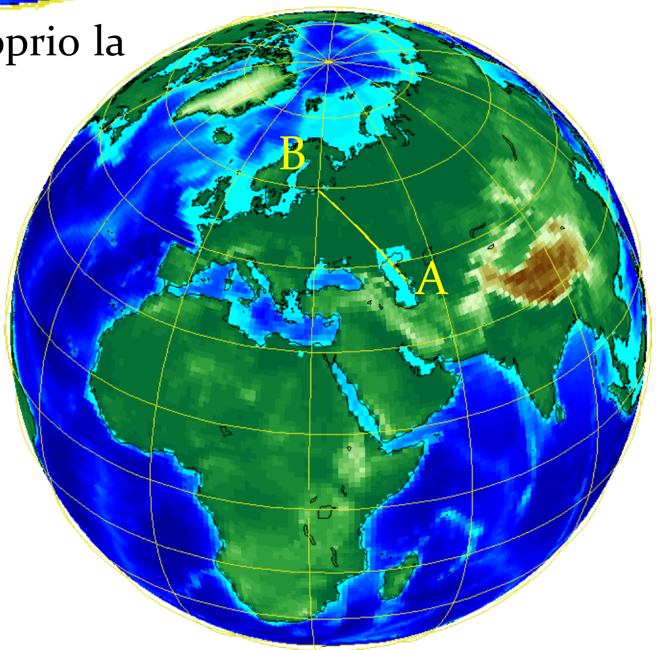
Quando l'angolo ΔAz assume valore paria a 0° la curva capace degenera nell'arco di circonferenza massima che si prolunga oltre la base AB, sia da un lato che dall'altro. Si parla quindi di allineamento esterno quando il punto in cui è posizionato l'osservatore è esterno alla base AB.





Se invece l'angolo è pari a 180° la curva capace diventa proprio la base AB, si parla quindi di allineamento interno.

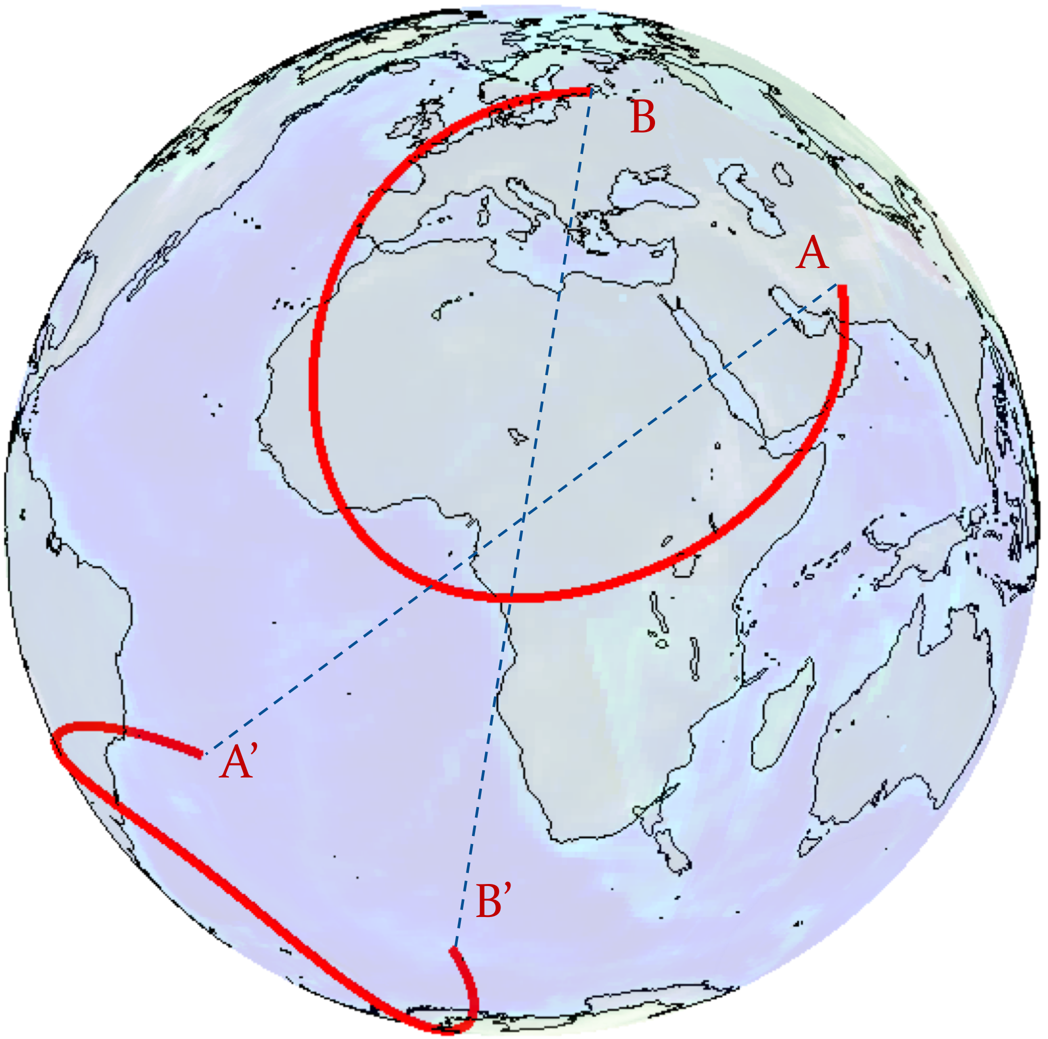




Così come visto per le curve d'Azimuth anche le curve di ugual differenza d'Azimuth si differenziano in tre specie; chiamando con δ la lunghezza della base AB le curve capaci saranno distinte in:

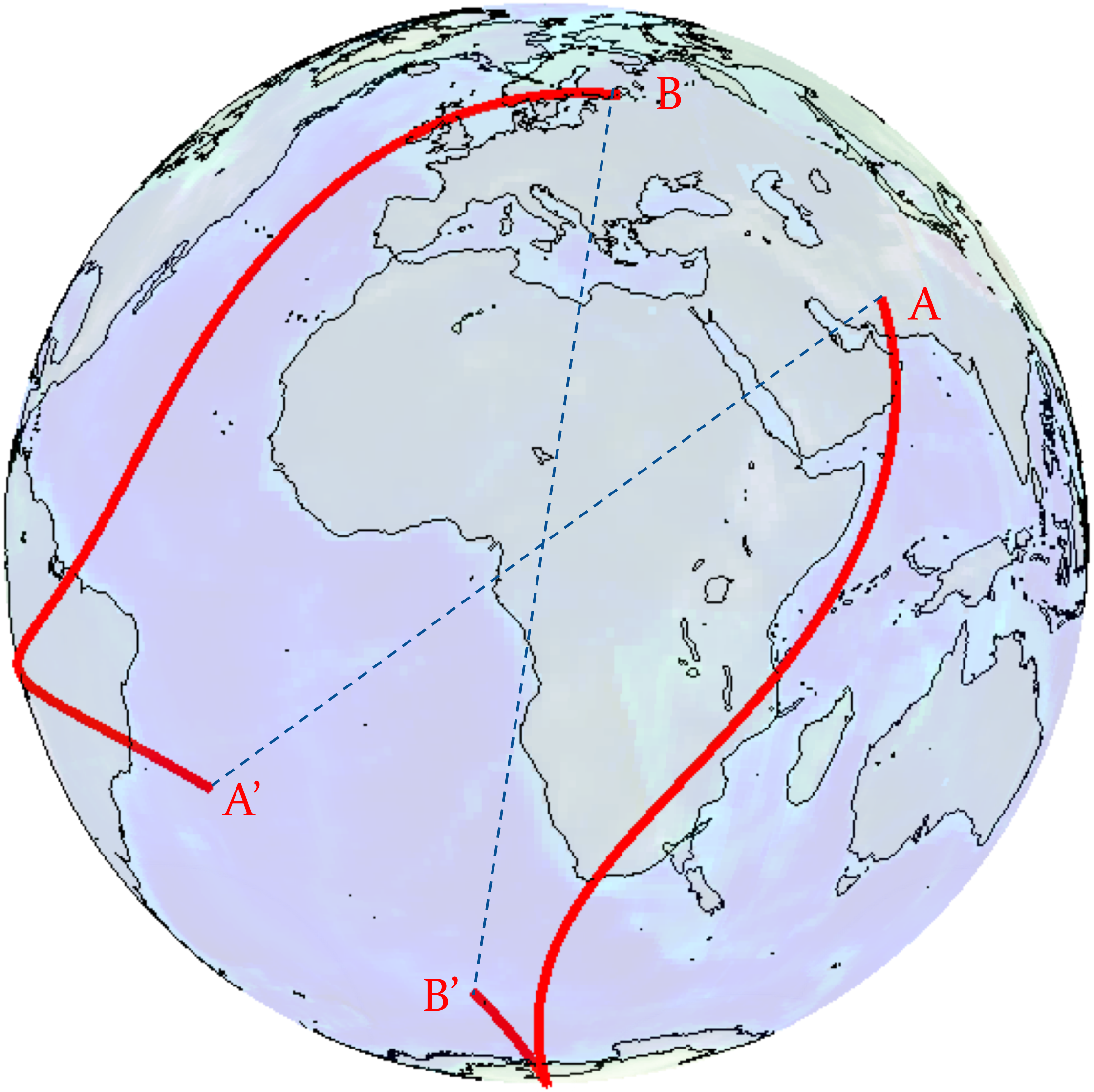
- 1a specie se $|\Delta Az| > \boldsymbol{\delta}$

Nel caso visualizzato in figura, in cui è stata utilizzata una forte trasparenza per poter rappresentare anche la parte nascosta della curva, la distanza δ tra i due punti noti A e B è pari a 2166 miglia= **36.097°** mentre il valore dell'angolo è **ΔAz=-40°**



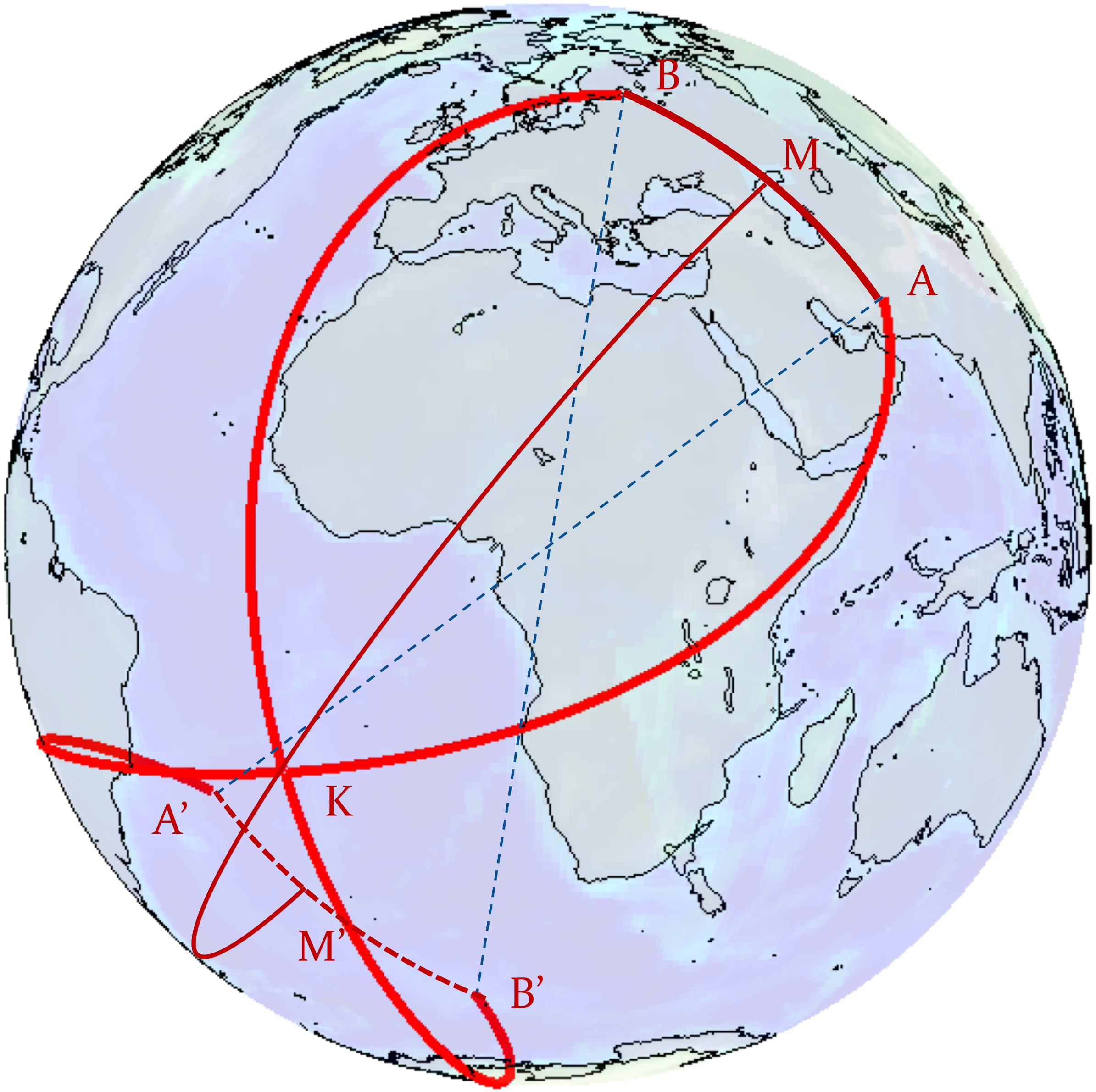
- 2a specie se $|\Delta Az| < \delta$

Nel caso visualizzato in figura, la distanza $\boldsymbol{\delta}$ tra i due punti noti A e B è pari a 2166 miglia =**36.097°** mentre il valore dell'angolo è Δ***Az***=**-30°**



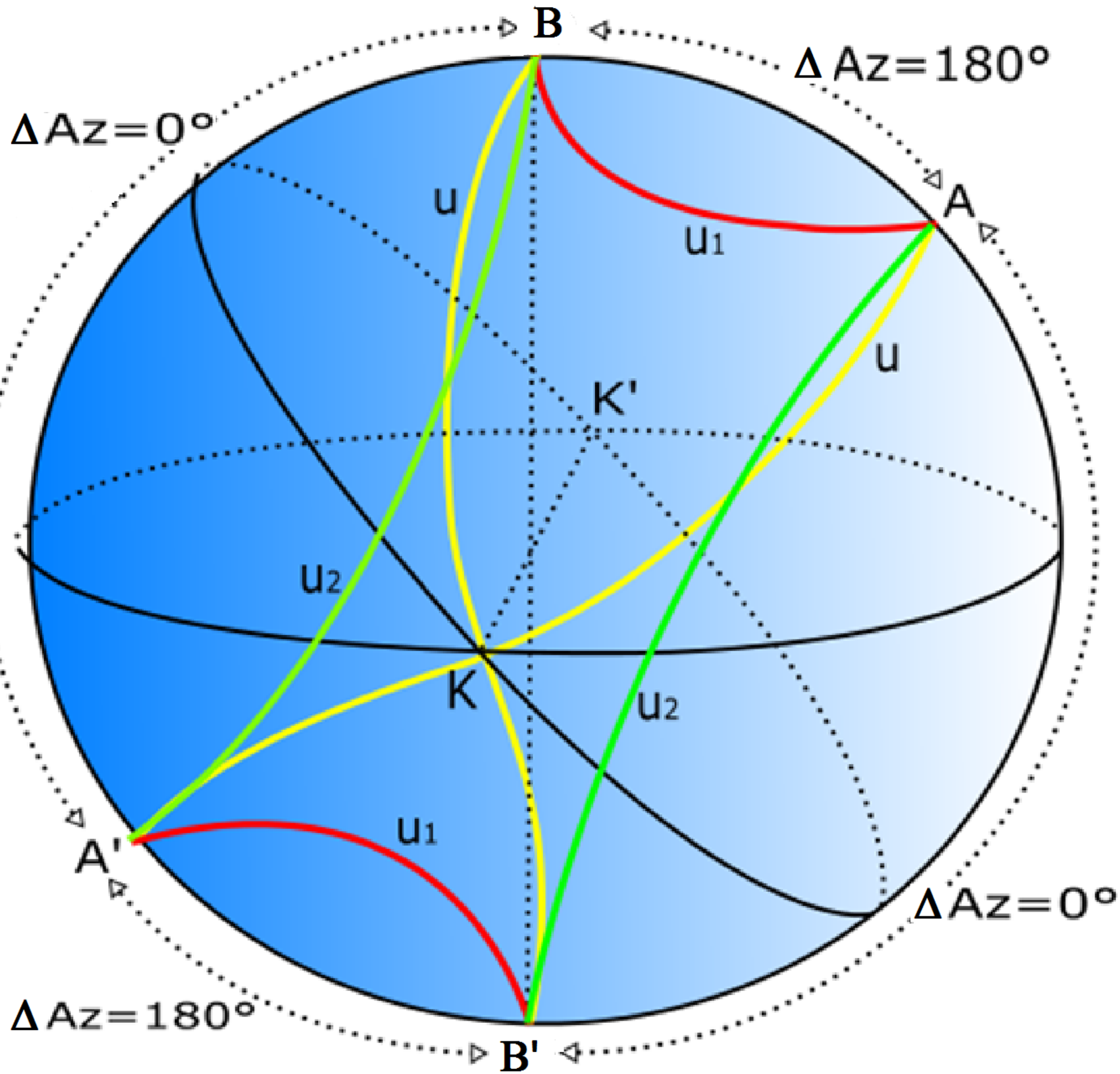
- 3a specie se $|\Delta Az| = \delta$

Nel caso visualizzato in figura, la distanza $\boldsymbol{\delta}$ tra i due punti noti A e B è pari a 2166 miglia =**36.097°** mentre il valore dell'angolo è Δ***Az***=- **36.097°**



I due rami della curva sono sempre simmetrici e, solo nel caso di curve di 3a specie, si incontrano secondo un angolo retto in un punto K situato sulla circonferenza massima che congiunge il punto medio M della base AB con il punto medio M' della base antipodale A'B'.

La figura qui riportata riassume le varie forme della curva capace nelle tre diverse specie e nei due casi particolari degli allineamenti.



Curva capace in vicinanza delle coste

Quando la navigazione si sviluppa in vicinanza della costa e quindi le distanze $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\beta}$ dai punti noti e $\boldsymbol{\delta}$ tra i punti noti sono inferiori a 60 miglia l'espressione della curva capace può essere semplificata notevolmente.

Partendo infatti dall'equazione $\cos\delta = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta\cos\Delta Az$

sviluppando in serie e arrestando lo sviluppo ai termini del secondo ordine si ha:

$$\cos\delta = 1 - \frac{\delta^2}{2} \qquad \cos\alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2} \qquad \cos\beta = 1 - \frac{\beta^2}{2} \qquad \sin\alpha = \alpha \qquad \sin\beta = \beta$$

$$1 - \frac{\delta^2}{2} = \left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right)\left(1 - \frac{\beta^2}{2}\right) + \alpha\beta\cos\Delta Az$$

da cui, sviluppando e trascurando nei prodotti i termini del quarto ordine:

$$\delta^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta\cos\Delta Az$$

che rappresenta il Teorema di Carnot applicato al triangolo piano OAB

Poiché l'angolo ΔAz è costante ne consegue che la base AB è la corda di una circonferenza che rappresenta quindi la curva capace :
il cerchio capace dell'angolo ΔAz.