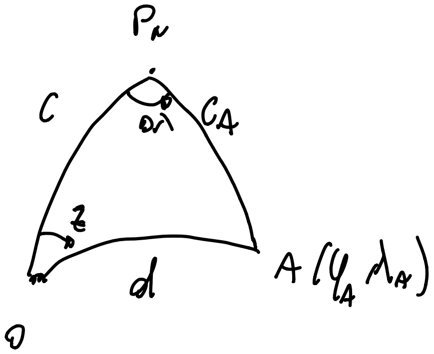
EQ. CURVA D'AZIMUT (C.A)

LOP DA CUI SI RILEVA LA Z DI UN P.TO DI COORDINATE NOTE

QUINDI:



$$L = Z$$

DET. L'EQ. DEL LOP IN (φ, λ)

$$L = f(\varphi, \lambda)$$

- TEO. DI EULERO

$$\cos c_A = \cos c \cos d + \sin c \sin d \cos Z$$

DA CUI:

$$(*)\quad \sin\varphi_A = \sin\varphi \cos d + \cos\varphi \sin d \cos Z$$

LA (*) NON È L'EQ. CHE SI CERCA PER LA PRESENZA SIMULTANEA DI d e Z (DUE POSSIBILI MISURE) MA È UNA EQ. UTILE A CAPIRE CHE TALE LOP:

a) Passa per A, INFATTI:

$$d = 0 \quad (O \equiv A) \Rightarrow \sin\varphi_A = \sin\varphi \cdot 1 + 0$$

E CIOÈ: $\sin\varphi = \sin\varphi_A \Rightarrow \boxed{\varphi = \varphi_A}$ c.v.d

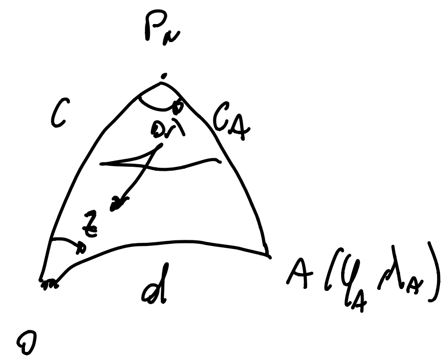
b) PASSA PER IL POLO, INFATTI:

$$\varphi = 90^\circ \Rightarrow (*) \qquad \sin\varphi_A = \cos d \Rightarrow \cos c_A = \cos d$$

$$\varphi = 90^\circ \Leftrightarrow d = c_A \qquad \text{c.v.d}$$

PER L'EQUAZIONE DEL LOP CONSIDERIAMO

TEO. DEL VIETA



COSR SENZA = COSA COSA + SENZA COSA
cot cot

QUINDI

$$\cot c_A \sin c = \cos c \cos\Delta\lambda + \sin\Delta\lambda \cot z$$

$$(1)\ \boxed{\tan\varphi_A \cos\varphi = \sin\varphi \cos\Delta\lambda + \sin\Delta\lambda \cot z} \Rightarrow \sin\Delta\lambda \cot z = \tan\varphi_A \cos\varphi - \sin\varphi\cos\Delta\lambda$$

$$\cot z = \frac{\tan\varphi_A \cos\varphi - \sin\varphi\cos\Delta\lambda}{\sin\Delta\lambda} \Rightarrow \tan z = \frac{\sin\Delta\lambda}{\tan\varphi_A\cos\varphi - \sin\varphi\cos\Delta\lambda}$$

E CIOE':

$$(2)\quad \boxed{z = \tan^{-1}\left[\frac{\sin\Delta\lambda}{\tan\varphi_A\cos\varphi - \sin\varphi\cos\Delta\lambda}\right]}$$

EQ. CURVA D'AZIMUT

SI NOTI CHE $(1) \Leftrightarrow (2)$

LINEARIZZAZIONE C. A.

Si ricordi l'eq. della linearizzazione di un LOP

$$l = h_1 d\lambda + h_2 d\varphi$$ con già noto significato dei simboli

Applichiamolo al caso di C. A. per cui

(2) (1)

$$z = tg^{-1}\left[\frac{\sin\Delta\lambda}{tg\varphi_A\cos\varphi - \sin\varphi\cos\Delta\lambda}\right] \Leftrightarrow tg\varphi_A\cos\varphi = \sin\varphi\cos\Delta\lambda + \sin\Delta\lambda\, cotg\, z$$

- $l = z - z_s$

- $$h_1 = \left(\frac{\delta f}{\delta\lambda}\right)_s = \frac{1}{1+[\ \cdot\ ]^2}\cdot\frac{\cos\Delta\lambda_s(-1)\left[tg\varphi_A\cos\varphi_s - \sin\varphi_s\cos\Delta\lambda_s\right] - \sin\Delta\lambda_s\left[+\sin\varphi_s\sin\Delta\lambda_s(-1)\right]}{\left[tg\varphi_A\cos\varphi_s - \sin\varphi_s\cos\Delta\lambda\right]^2}$$

vedi nota

$$h_1 = \frac{1}{1+tg^2 z_s}\cdot\left\{-\frac{\cos\Delta\lambda_s\,\cancel{[\ ]}}{[\ ]^{\cancel{2}}} + \frac{\cancel{\sin^2\Delta\lambda_s}\,\sin\varphi_s}{\underbrace{\cancel{\sin^2\Delta\lambda_s}}_{(2)}\, cotg^2 z_s}\right\} = \frac{\cos^2 z_s}{1}\left\{-\frac{\cos\Delta\lambda_s}{\sin\Delta\lambda_s\, cotg\, z_s} + \frac{\sin\varphi_s}{cotg^2 z_s}\right\}$$

Ric. $y = tg[f(x)]$ $\quad y' = \frac{1}{1+f(x)^2}\cdot f'(x)$

$$h_1 = -\frac{\cos^{\cancel{2}} z_s \cos\Delta\lambda_s}{\sin\Delta\lambda_s \cancel{\cos z_s}} \cdot \sin z_s + \frac{\cancel{\cos^2 z_s} \sin\psi_s}{\cancel{\cos^2 z_s}} \cdot \sin^2 z_s$$

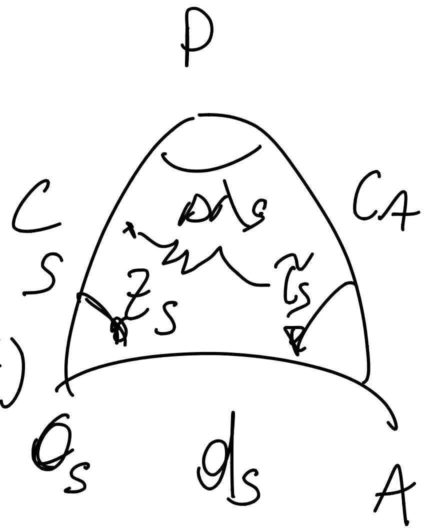
RISCRIVENDO

$$h_1 = -\frac{\cos z_s \cos\Delta\lambda_s \sin z_s}{\sin\Delta\lambda_s} + \sin\psi_s \sin^2 z_s$$

$$h_1 = \frac{\sin z_s}{\sin\Delta\lambda_s}\left[\sin\psi_s \sin z_s \sin\Delta\lambda_s - \cos z_s \cos\Delta\lambda_s\right]$$

Tric.

a') TEO SENI



$$\frac{\sin d_s}{\sin\Delta\lambda_s} = \frac{\sin c_1}{\sin z_s} = \frac{\cos\psi_s}{\sin\zeta_s} \quad (*')$$

$$\frac{\sin z_s}{\sin\Delta\lambda_s} = \frac{\cos\psi_A}{\sin d_s} \quad (*'')$$

b') EULERO AD ANGOLI (SI SOST. ALL'ANGOLO IL SUO SUPPLEMENTO)

$$\cos(\pi - \zeta_s) = \cos(\pi - \Delta\lambda_s)\cos(\pi - z_s) + \sin(\pi - \Delta\lambda_s)\sin(\pi - z_s)\cos(\pi - c_s)$$

$$-\cos\zeta_s = \cos\Delta\lambda_s \cos z_s - \sin\Delta\lambda_s \sin z_s \sin\psi_s$$

DA CUI

$$\cos \tilde{z}_S = \sin \Delta\lambda_S \sin z_S \sin \varphi_S - \cos \Delta\lambda_S \cos z_S \qquad (**')$$

$$(*') \Rightarrow \cos \varphi_A = \frac{\cos \varphi_S \sin z_S}{\sin \tilde{z}_S}$$

$$h_1 \underset{(*'')}{=} \frac{\cos \varphi_A}{\sin d_S} \cdot \cos \tilde{z}_S = \frac{\cos \varphi_S \sin z_S \cos \tilde{z}_S}{\sin d_S \sin \tilde{z}_S} = \frac{\cos \varphi_S \sin z_S \cot \tilde{z}_S}{\sin d_S}$$

CALCOLIAMO ORA

$$z = tg^{-1}\left[\frac{\sin \Delta\lambda}{tg\varphi_A \cos\varphi - \sin\varphi \cos\Delta\lambda}\right] \qquad (2)$$

$$h_2 = \left(\frac{\delta A}{\delta \varphi}\right)_S = \frac{1}{1 + tg^2 z_S} \cdot \frac{-\sin\Delta\lambda_S\left[-tg\varphi_A \sin\varphi_S - \cos\varphi_S \cos\Delta\lambda_S\right]}{(tg\varphi_A \cos\varphi_S - \sin\varphi_S \cos\Delta\lambda_S)^2} =$$

(1)

$$= \cos^2 z_S \cdot \frac{+\sin\Delta\lambda_S\left[\sin\varphi_A \sin\varphi_S + \cos\varphi_A \cos\varphi_S \cos\Delta\lambda_S\right]}{\sin^2\Delta\lambda_S \, cotg^2 z_S \, \cos\varphi_A} =$$

$\cos d_S$

$$= \frac{\cos^2 z_S \cdot \cancel{\sin\Delta\lambda_S} \cos d_S}{cotg^2 z_S \, \sin^{\cancel{2}}\Delta\lambda_S \, \cos\varphi_A} = \frac{\sin^2 z_S \cdot \cos d_S}{\sin\Delta\lambda_S \cdot \cos\varphi_A} = \sin z_S \, cotg \, d_S$$

$$(*'') \Rightarrow \frac{\sin z_S}{\sin\Delta\lambda_S \cos\varphi_A} = \frac{1}{\sin d_S}$$

QUINDI

$$h_2 = \sin z_s \cot g\, d_s \,, \quad \text{MENTRE} \quad h_1 = \frac{\cos \varphi_s \sin z_s \cot g\, d_s}{\sin d_s}$$

PERTANTO

$$\boxed{z - z_s = \frac{\cos \varphi_s \sin z_s \cot g\, d_s}{\sin d_s}\, d\lambda + \sin z_s \cot g\, d_s \, d\varphi}$$

RETTA D'AZIMUT

INCERTEZZA CURVA D'AZIMUT

RICORDIAMO

$$\delta s = \pm |\nabla L|^{-1} \delta L \qquad \text{DOVE} \qquad |\nabla L| = \sqrt{\left(\frac{h_1}{\cos \varphi}\right)^2 + h_2^2}$$

SOST. I COEFF. DELLA RETTA D'AZIMUT:

$$|\nabla L| = \sqrt{\frac{\sin^2 z \cot g^2 z}{\sin^2 d} + \sin^2 z \cot g^2 d} = \frac{\sin z}{\sin d} \sqrt{\cot g^2 z + \cos^2 d}$$

QUINDI INCERTEZZA DELLA C.A.

(3) $$\delta s = \pm \frac{\sin d}{\sin z \sqrt{\cot g^2 z + \cos^2 d}} \cdot \delta z_s$$

CASO DI VICINANZA AL P.TO RILEVATO LA C.A. DIVENTA LA SEMIRETTA DI RILEVAMENTO (V.D. SEZIONE SUCCESSIVA) E L'INCERTEZZA DIVENTA:

VIC. AL PUNTO A $\Longrightarrow$ $d \to 0$ $\begin{cases} \cos d = 1 \\ \sin d = d \\ \tilde{\tau} = \pi - z \end{cases}$ $\Longleftarrow$

SE $d \to 0$ TRI. SF. $\to$ TR. PIANO QUINDI $\tau + z + \Delta\lambda = \pi$ CON $\Delta\lambda \to 0$ DA CUI $\tilde{\tau} = \pi - z$

SOST. IN (3)

$$\delta s = \pm \frac{d}{\sin z \sqrt{1 + \cot^2(\pi - z)}} \delta z = \frac{d}{\sin z \sqrt{1 + \cot^2 z}} \delta z = \frac{d}{\frac{\cancel{\sin z}}{\cancel{\sin z}}} \delta z$$

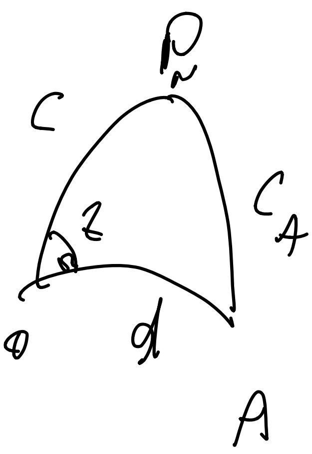
$$\delta s = \pm d \, \delta z$$

SEMIRETTA DI RILEVAMENTO

SE L'OSSERVATORE (RICEVITORE) È IN PROSSIMITÀ DELL'OGGETTO RILEVATO ALLORA IL COP ASSOCIATO ALLA MISURA D'AZIMUT SI "SEMPLIFICA", INFATTI IN QUESTE CONDIZIONI SI PUÒ CONSIDERARE:

$$\begin{cases} \varphi = \varphi_A + d\varphi \\ \lambda = \lambda_A + d\lambda \end{cases}$$

A e O infinitesimamente vicini. Le rispettive coordinate differiscono di $d\varphi$ e $d\lambda$



PERTANTO:

$$(*) \begin{cases} \sin\varphi = \sin(\varphi_A + d\varphi) = \sin\varphi_A + d\varphi\cos\varphi_A \\ \cos\varphi = \cos(\varphi_A + d\varphi) = \cos\varphi_A - d\varphi\sin\varphi_A \\ \cos\Delta\lambda = \cos(\cancel{\lambda_A} - \cancel{\lambda_A} - d\lambda) = \cos(-d\lambda) = 1 \\ \sin\Delta\lambda = \sin(-d\lambda) = -d\lambda \end{cases}$$

RELAZIONI OTTENUTE SVILUPPANDO IN SERIE DI TAYLOR ED ARRESTANDOCI AI TERMINI DEL

I° ORDINE VISTO LE IPOTESI.

SOSTITUIAMO LA (α) NELL'EQUAZIONE DELLA CURVA D'AZIMUT NELLA SUA FORMA:

$$\operatorname{tg}\varphi_A \cos\varphi = \sin\varphi \cos\Delta\lambda + \sin\Delta\lambda \operatorname{cotg} z$$

OTTENENDO:

$$\operatorname{tg}\varphi_A\left(\cos\varphi_A - d\varphi \sin\varphi_A\right) = \left(\sin\varphi_A + d\varphi\cos\varphi_A\right)\cdot 1 + d\lambda \operatorname{cotg} z$$

$$\cancel{\sin\varphi_A} - d\varphi \frac{\sin^2\varphi_A}{\cos\varphi_A} = \cancel{\sin\varphi_A} - d\varphi\cos\varphi_A = -d\lambda \operatorname{cotg} z$$

$$-d\varphi\left(\frac{\sin^2\varphi_A + \cos^2\varphi_A}{\cos\varphi_A}\right) = -d\lambda \operatorname{ctg} z$$

DA CUI

$$\frac{d\varphi}{\cos\varphi_A} = d\lambda \operatorname{cotg} z \Rightarrow 1) \boxed{d\varphi = \operatorname{cotg} z \, d\lambda \cos\varphi_A}$$

Eq. LINEARE NEL SISTEMA DI COORDINATE $d\lambda \cos\varphi = d\mu$, $d\varphi$ DETTA SEMIRETTA

DI RILEVAMENTO.

VEDIAMO COME SI TRACCIA SULLA CARTA DI MERCATORE DELLA QUALE SI RICORDANO LE RELAZIONI DI CORRISPONDENZA:

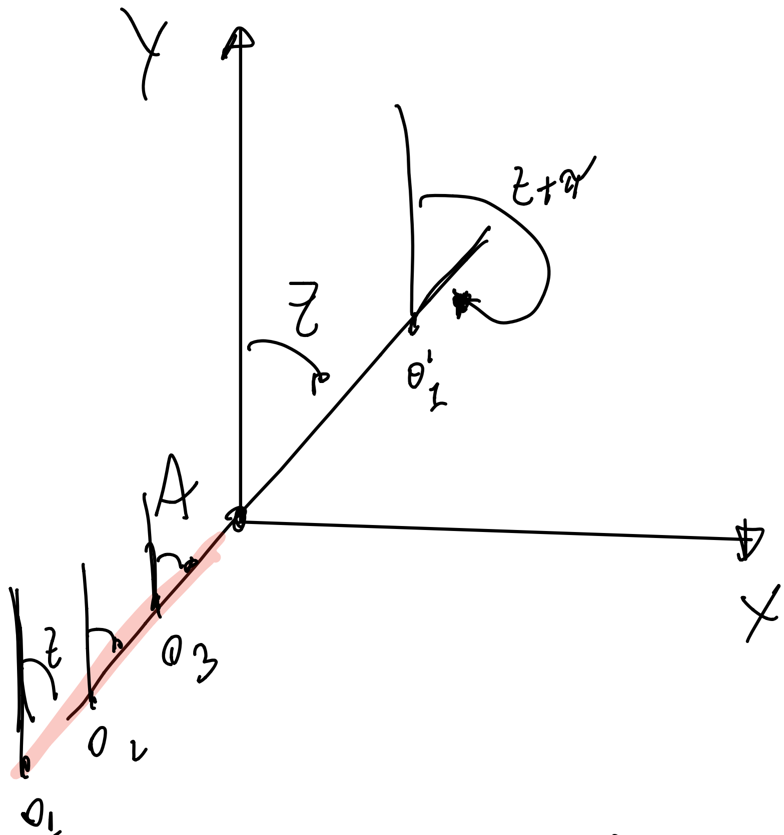
$$\begin{cases} y = d\varphi \sec\varphi_A \\ x = d\lambda \end{cases} \xrightarrow{\text{sost. in}} \frac{d\varphi}{\cos\varphi_A} = d\lambda \cot z$$

SI HA:

$$y = \cot z \; x$$

Eq. di UNA RETTA INCLINATA DI Z RISPETTO L'ASSE DELLE ORDINATE

PERTANTO PER TRACCIARLA SI CONSIDERA IN A IL SIST. DI RIFERIMENTO CARTESIANO E



SI TRACCIA LA RETTA COSÌ COME DESCRITTO

IL RICEVITORE (OSSERVATORE) SI TROVERÀ SULLA SEMIRETTA ORIENTATA Z+π (EVIDENZIATA IN ROSSO) PERCHÉ SOLO DA DETTI PUNTI SI RILEVA A CON UN ANGOLO PARI A Z.

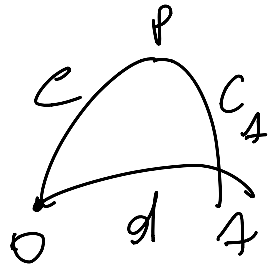
PER TALE MOTIVO TALE LOP È UNA SEMIRETTA

INCERTEZZA SEMIRETTA RILEVAMENTO

PARTENDO DALLA RELAZIONE GENERALE DELL'INCERTEZZA DI UNA CURVA D'AZIMUT (CA) È COSÌ:

$$(3)\quad \delta s = \pm \frac{\sin d}{\sin z \sqrt{\cot^2 \tau + \cos^2 d}} \cdot \delta z_s$$

NELL'IPOTESI IN CUI A ED O SONO VICINI



ALLORA $d \to 0$:

$$(***)\quad \begin{cases} \cos d = 1 \\ \sin d = d \\ \tau = \pi - z \end{cases}$$

L'ULTIMA RELAZIONE SI SPIEGA CONSIDERANDO IL FATTO CHE IN TALI IPOTESI IL TRIANGOLO SFERICO DIVIENE PIANO QUINDI LA SOMMA DEGLI ANGOLI INTERNI PARI A 180°, QUINDI: $\tau + z + \Delta\lambda = \pi$ MA $\lambda_A - \lambda_O = 0$ SE $O \to A$ QUINDI

$\boxed{\tau = \pi - z}$ c.v.d

SOST. IN (3) LA (***)

$$\delta s = \pm \frac{d}{\sin z \sqrt{1 + \cot^2(\pi - z)}}\, \delta z = \frac{d}{\sin z \sqrt{1 + \cot^2 z}}\, \delta z = \frac{d}{\cancel{\frac{\sin z}{\sin z}}}\, \delta z$$

$$\sigma_S = \pm\, d\, \sigma_Z$$

L'ERRORE SULLA POSIZIONE CRESCE CON L'AUMENTARE DELLA DISTANZA OSSERVATORE PUNTO RILEVATO.