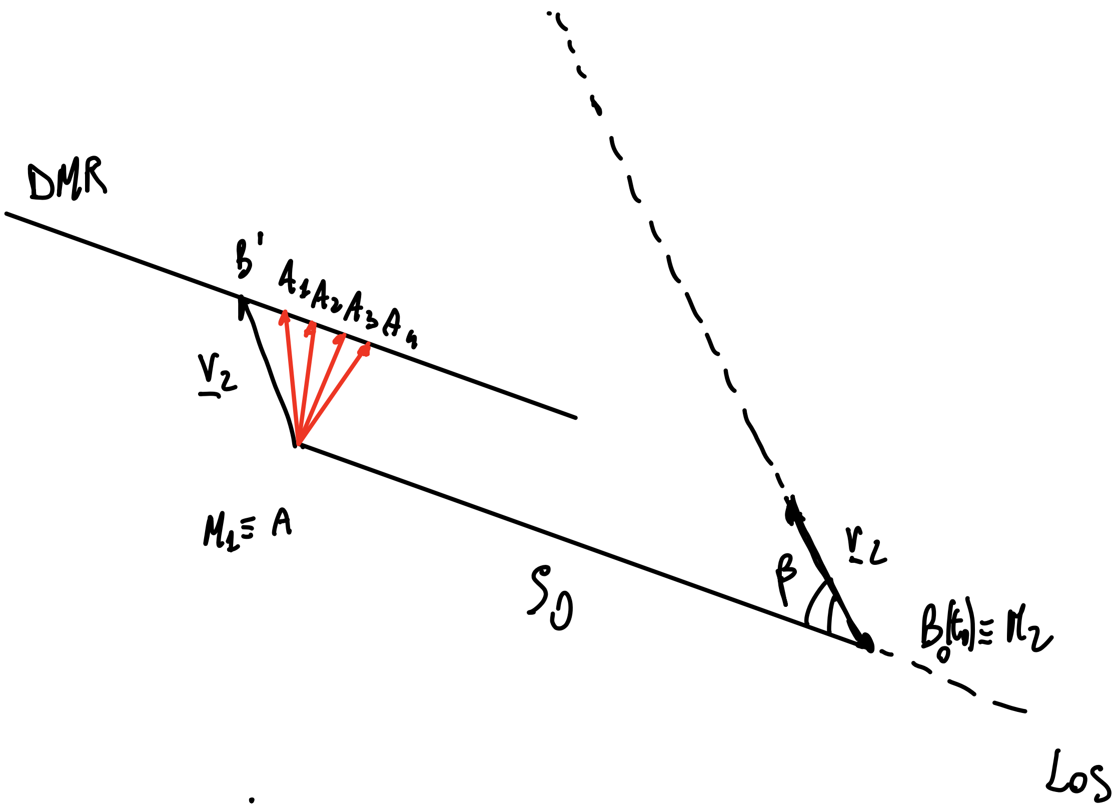
Equazione dell'incontro

Costruiamo adesso un triangolo delle velocità che consenta di intercettare un bersaglio.
Supposto di conoscere il rilevamento iniziale di una bersaglio dalla condizione di incontro sappiamo che durante tutto il moto tale rilevamento deve restare costante. Pertanto la direzione iniziale bersaglio (già definita LOS ed individuata dal Ril_0) coincide con la DMR del moto relativo che permette l'incontro.
Supposto di conoscere anche il Moto Assoluto (MA) del bersaglio (vettore V_2) allora determiniamo il moto della nostra nave che permetta l'incontro da semplici considerazioni geometriche condotte sul triangolo delle velocità.
Riportiamo nella posizione iniziale del nostro mobile M_1 (punto A di figura) la velocità V_2 e sulla cuspide di questa la DMR



Tutti i vettori (disegnati in rosso) rappresentano possibili velocità del mobile M_1 che consentono l'incontro. Ad ognuno dei possibili V_1 (i cui estremi sono indicati in figura con A_1, A_2, A_3, A_4) corrispondono diverse velocità relative, tutte con medesima direzione (la DMR che permette l'incontro) e verso (cuspide in B') ma con moduli differenti, dimensioni dei segmenti:

$$|V_{r_i}| = |A_i B'| \quad \text{con } i = 1, \dots, 4$$

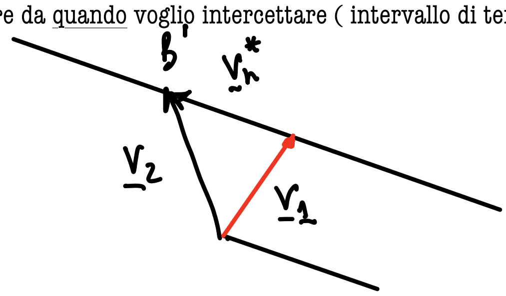
Ad ogni modulo corrisponde un differente momento (o epoca) dell'incontro data infatti da:

$$t_i = \frac{\rho_0}{|V_{r_i}|} \qquad (*)$$

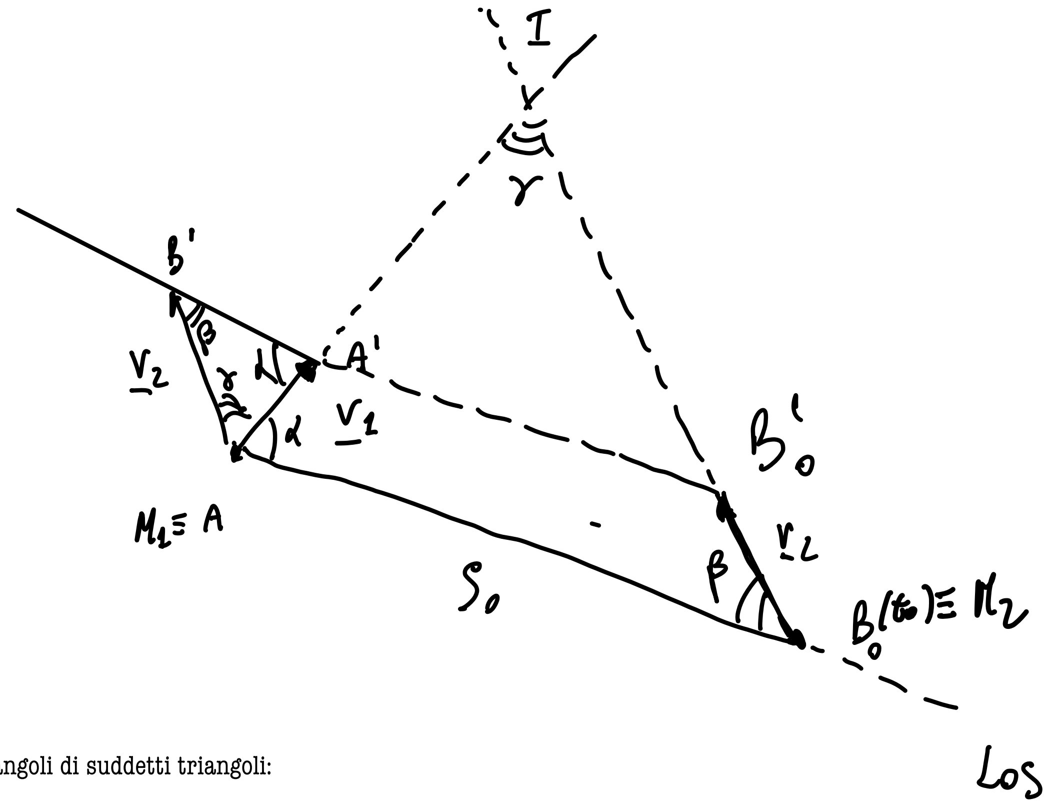
Quindi uno dei possibili modi per scegliere che velocità avere è partire da <u>quando</u> voglio intercettare (intervallo di tempo t*) il bersaglio e quindi dalla relazione (*) determinare la V_r che lo permette

$$V_r^* = \frac{\rho_0}{t^*}$$

e quindi il vettore V_1 che chiude il triangolo delle velocità



Supponiamo di aver fatto le considerazioni precedenti ed aver impostato la velocità del nostro mobile M_1 che permette l'incontro con il bersaglio (Mobile M_2) ottenendo la situazione di figura in cui rappresentiamo il triangolo delle traiettorie $A\hat{I}B_0$ e quello delle velocità $A\hat{A}'B'$



Ragioniamo sugli angoli di suddetti triangoli:

$A\hat{A}'B' = A'\hat{A}B_0$ angoli alterni interni tra le rette parallele $A'B' \parallel AB_0$ tagliate dalla trasversale AI

$A'\hat{A}B' = A\hat{I}B_0$ angoli alterni interni tra le rette parallele $AB' \parallel B_0I$ tagliate dalla trasversale AI

Siccome la somma interna degli angoli piano è 180° allora anche $A\hat{B}'A' = A\hat{B}_0I$

Siamo quindi giunti all'importante conclusione che i triangoli $A\overset{\Delta}{A'}B'$ ed $A\hat{B}_0I$ hanno tutti gli angoli uguali e quindi sono simili pertanto hanno i lati omologhi (cioè che si oppongono agli angoli uguali) in proporzione.
Quindi possiamo scrivere:

$$A\overset{\Delta}{A'}B' \sim AIB_0 \Rightarrow \frac{A'B'}{AB_0} = \boxed{\frac{AA'}{AI} = \frac{AB'}{B_0I}}$$

Sostituendo il significato dei lati del triangolo delle velocità e concentrandoci solo sull'ultima relazione, si ha:

$$\frac{|V_1|}{\overline{AI}} = \frac{|V_2|}{\overline{B_0I}} \Rightarrow \frac{|V_1|}{|V_2|} = \frac{\overline{AI}}{\overline{B_0I}} \quad (1)$$

Dal Teorema dei seni applicato al triangolo delle traiettorie si ha:

TEO. SENI

$$\frac{\overline{AI}}{\sin\beta} = \frac{\overline{B_0 I}}{\sin\alpha} \qquad \frac{\overline{AI}}{\overline{B_0 I}} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} \quad (2)$$

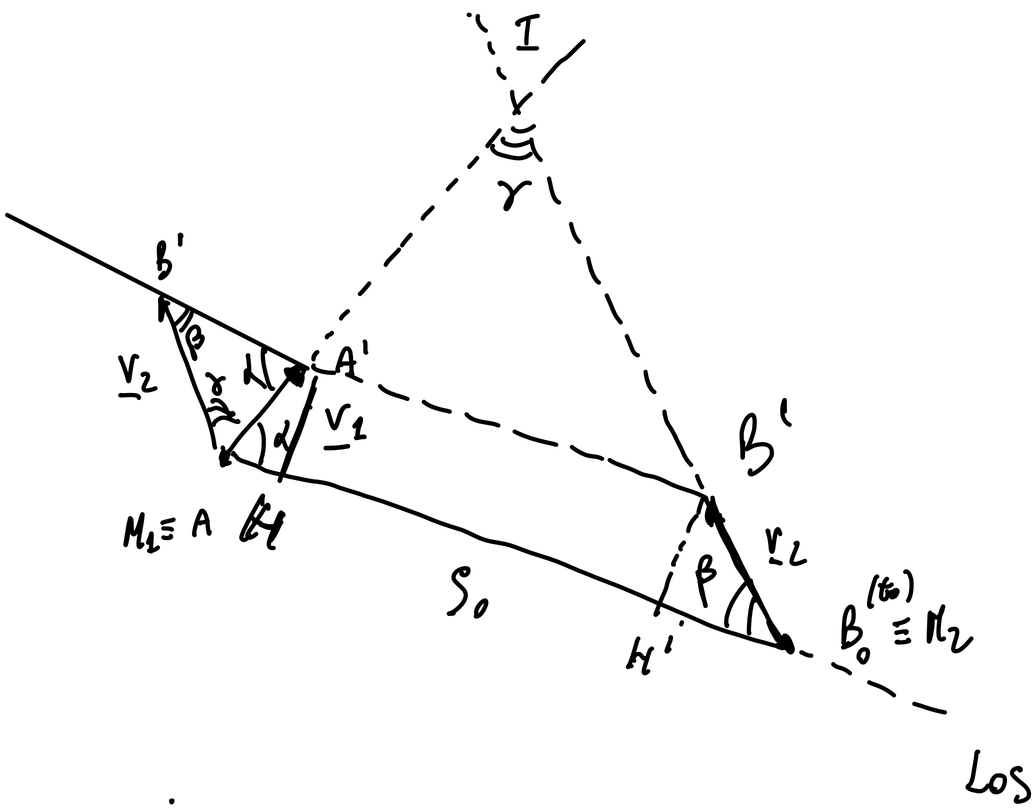
Sostituendo:

$(2) \rightarrow (1)$

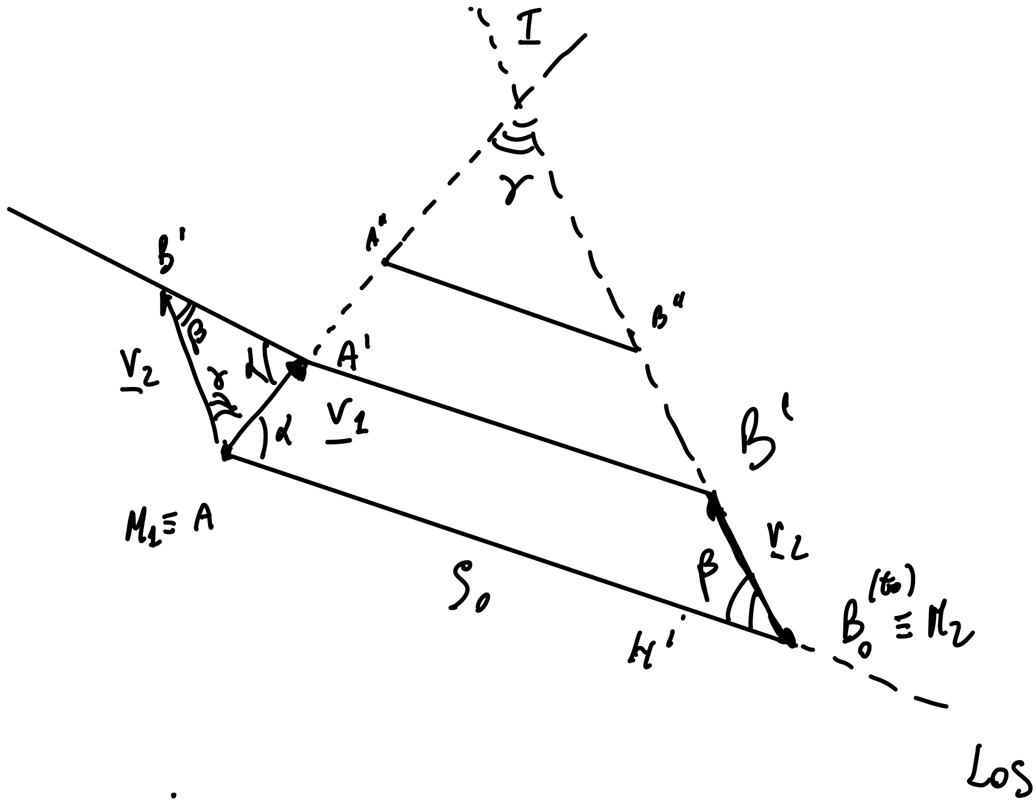
$$\frac{|V_1|}{|V_2|} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} \Rightarrow \boxed{|V_1|\sin\alpha = |V_2|\sin\beta}$$

EQUAZIONE DELL'INCONTRO

Che sta indicare che sono uguali i segmenti A'H e H' B'



Durante il loro moto assoluto i due mobili occuperanno posizioni (M_1 dopo 1h si trova in A' dopo 2h in A'' e ragionamento analogo per M_2) tali da far rimanere costante il rilevamento di M_2 rispetto a M_1 e quindi descriveranno un fascio di rette parallele.



I
γ
A''
B''
B'
A'
$\underline{v}_2$
$\underline{v}_1$
β
γ
α
α
B'
$\underline{v}_2$
β
$M_1 \equiv A$
S_0
H'
$B_0^{(t_0)} \equiv M_2$
LoS

Il Problema di Previsione (PP)

Consideriamo due rilievi fatti da un Radar, di cui è equipaggiato il mobile M_1, di un Bersaglio (mobile M_2) in due epoche successive t_0 e t_1 (misurate da un cronometro).
Le posizione del bersaglio sono rispettivamente B(t_0) e B(t) rappresentate in FIG.1 in un sistema di coordinate polari (questo significato hanno le misure del Radar) con polo coincidente con la posizione iniziale del mobile M_1 e asse di riferimento il Nord
La rappresentazione di questi due bersagli ci permette di ricavare la velocità relativa e di risolvere così il problema definito di **previsione**.
Vediamo come risolvere tale problema analiticamente (la risoluzione geometrica sarà effettuata in un secondo momento con l'ausilio del cosiddetto diagramma rapportatore).

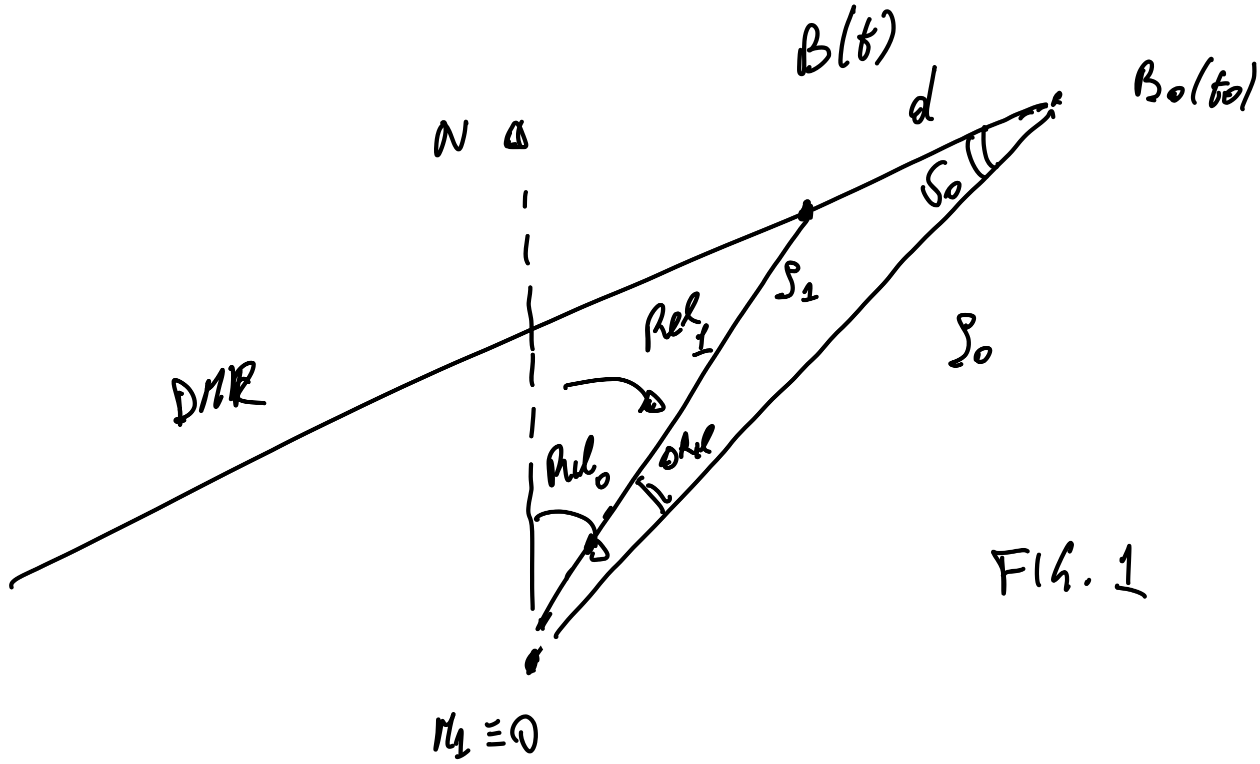


FIG. 1

a) Risolizione del PP in coordinate polari, il chè significa determinare di V_r il suo modulo e il suo angolo di Rotta, con i seguenti 4 passaggio:

Dal Teorema di Carnot applicato al triangolo $O\hat{B}_0B$

$$(1)\quad \overline{BB_0} = d = \sqrt{\rho_0^2+\rho_1^2-2\rho_0\rho_1\cos\Delta Ril}$$

Calcolo del percorso effettuato dal bersaglio nel suo moto apparente

Dalla definizione di velocità:

$$(2)\quad |V_r| = \frac{\overline{BB_0}}{\Delta t} \rightarrow \text{MISURE CRONOMETRO}$$

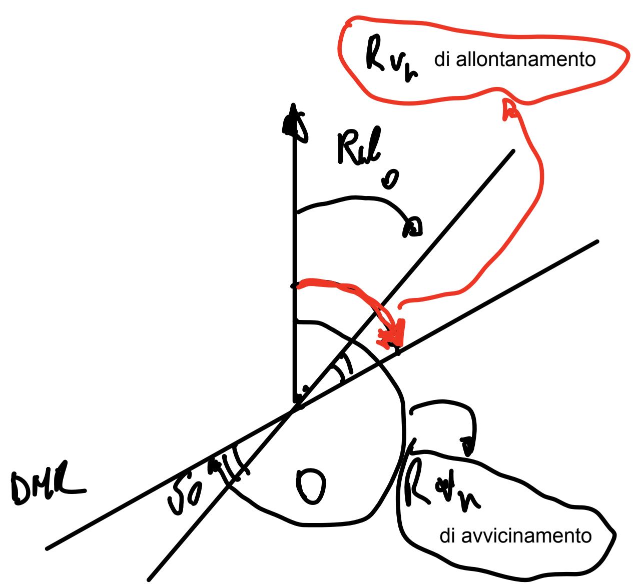
Dal teorema dei seni applicato allo stesso triangolo

$$(3)\quad \delta_0 = \sin^{-1}\left(\frac{\rho_1}{d}\sin\Delta Ril\right)$$

Riportando in O le direzioni di DMR e Ril_0 si ottiene l'angolo di Rotta della V_r

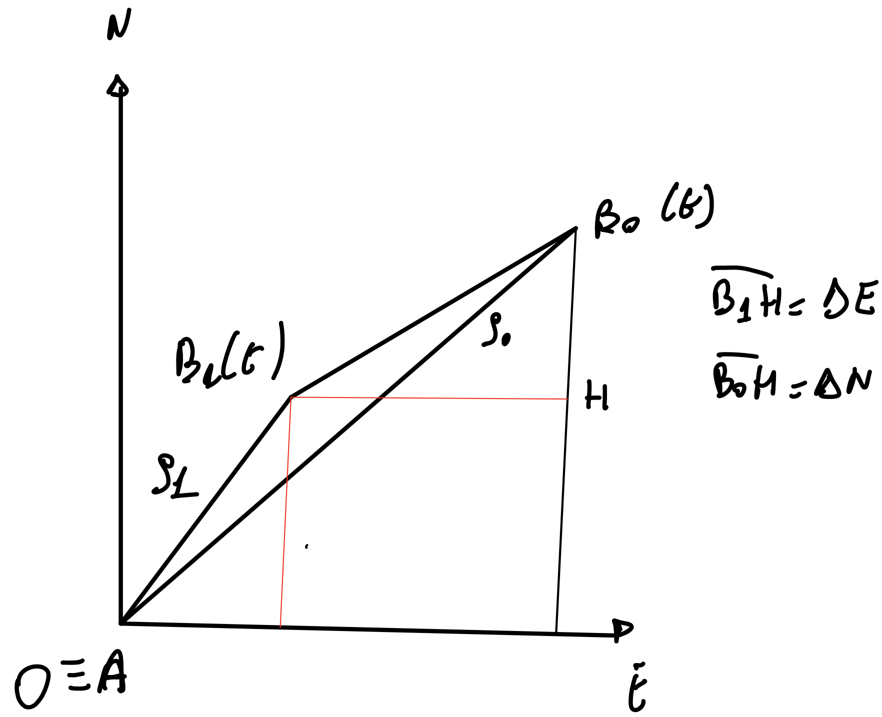
$$(4)\quad R_{V_r} = Ril_0 + \delta_0 \quad (+\pi)$$

Sommiamo o meno 180°a secondo del verso del moto relativo



b) Risoluzione del problema PP in coordinate cartesiane, il che significa determinale le componenti del vettore V_r.

Consideriamo il piano orizzontale della posizione iniziale del Mobile M_1 e limitiamo a considerare soltanto il moto piano (variazioni verticali trascurabili, caso di navigazione marittima ad esempio) quindi rappresentato in coordinate E-N (sistema ENU ridotto)



Partendo dalle stesse misure e cioè dal Radar: (ρ_0, Rl_0) Ed (ρ_1, Rl_1). Dal cronometro. Δt, il PP può essere risolto come segue:

Passiamo da coordinate polari a cartesiane:

$$(1) \quad \begin{matrix} (\rho_1, Rl_1) \\ (\rho_0, Rl_0) \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} E_i = \rho_i \sin Rl_i \\ N_i = \rho_i \cos Rl_i \end{cases} \qquad i = 0, 1$$

Calcoliamo le variazioni di coordinate rettangolari:

$$\Delta E = E_1 - E_0 \quad , \quad \Delta N = N_1 - N_0$$

Dividendo per. Δt si ha:

$$V_E = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad , \quad V_N = \frac{\Delta N}{\Delta t}$$

Che sono le componenti del vettore Vr nel sistema E-N:

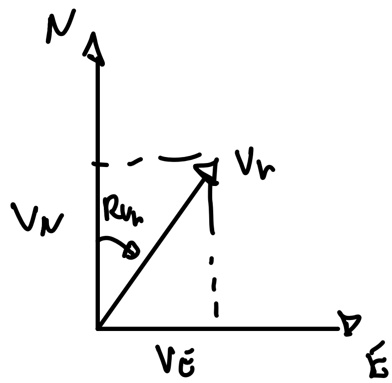
$$\underline{V_r}\,(V_E, V_N)$$

Qualsiasi sia il procedimento (o sistema di navigazione) che ci permette di ottenere (o misurare) le componenti Est e Nord della velocità allora permette di ottenere anche queste due informazioni fondamentali per la navigazione e cioé:

$$\begin{cases} |V_r| = \sqrt{V_E^2 + V_N^2} \\ R_{Vr} = \arctan \dfrac{V_E}{V_N} \end{cases}$$

Detta velocità al suolo (Ground Speed)

Angolo di Rotta (True Course)



APPENDICE A

Calcolo delle coordinate polari dei punti notevoli

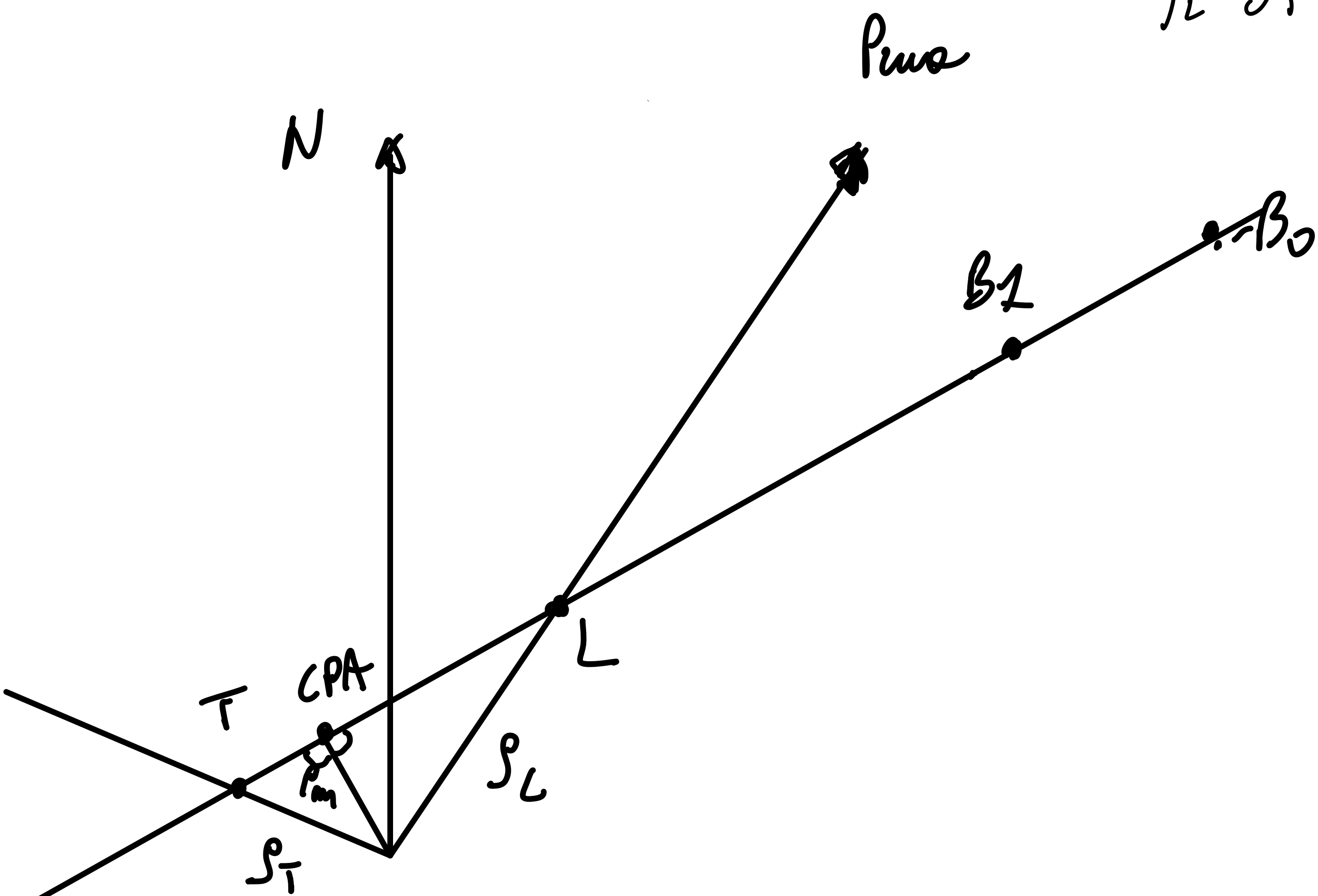
A tal fine consideriamo il problema di situazione schematizzato nella figura seguente e siano L e T rispettivamente il punto di passaggio longitudinale ed al traverso nel moto apparente del bersaglio B.

Supponiamo di voler determinare le coordinate polari di entrambi in un sistema di riferimento polare con asse coincidente con la direzione della prua (quindi le anomalie rappresentano i rilevamenti polari), senza ledere alla generalità avendo osservato che se vogliamo passare alla rappresentazione Nord Up, basta correggere i rilevamenti con l'angolo di Rotta.

Per il punto L il rilevamento polare è 0° o 180° gradi a secondo se il passaggio avviene di prua (diminuzione nel tempo del rilevamento) o di poppa (aumento nel tempo del rilevamento).

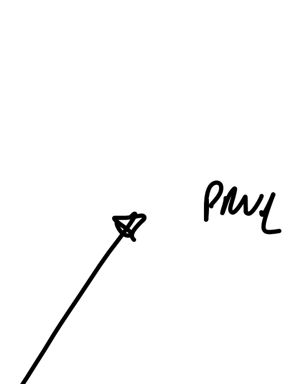
Per il punto T il rilevamento polare è 90° o 270° a secondo del lato in cui avviene il passaggio a traverso.

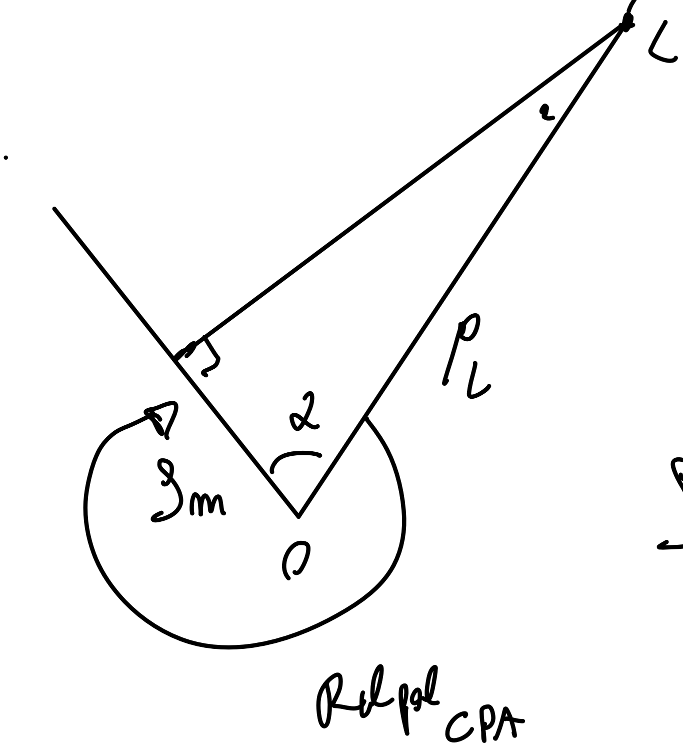
Per il calcolo delle distanze (che restano inviate indipendente dell'asse scelto come riferimento per il sistema polare) ed indicate con ρ_L e ρ_T



0

Per il calcolo di ρ_L consideriamo il triangolo rettangolo O $\hat{CPA}$ L di seguito riportato:





$$\rho_m = \rho_L \cos$$

$$\rho_L = \frac{\rho_m}{\cos\alpha}$$

Dove, considerata la relazione dell'angolo in O con il Rilevamento polare del CPA, e cioè:

$$\alpha = 360° - Ril\,pol_{CPA}$$

possiamo ricavare l'ipotenusa dalla relazione:

$$\rho_m = \rho_L \cos\alpha \Rightarrow \boxed{\rho_L = \frac{\rho_m}{\cos\alpha}}$$

Per il punto T ragioniamo in modo analogo ma sul triangolo $T\hat{O}L$ rettangolo in O essendo T al suo traverso.

Da semplici considerazioni geometriche si ha che l' angolo in T è proprio pari ad α

Possiamo quindi utilizzare la conoscenza di questo angolo per ricavare uno dei due cateti di questo triangolo grazie alla relazione

$$\rho_L = \rho_T \, Tg\alpha \Rightarrow \boxed{\rho_T = \frac{\rho_L}{Tg\alpha}}$$