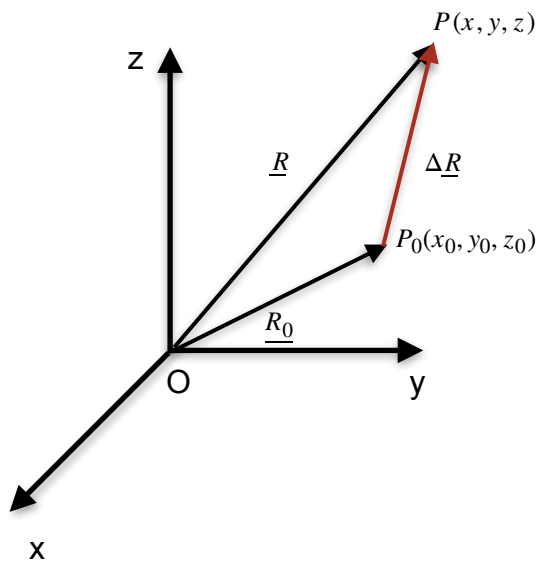


CINEMATICA NAVALE

Calcolo del Moto Assoluto (M.A.) di un mobile:

Si consideri un mobile in moto e il suo sistema di navigazione. Si supponga che quest'ultimo ci fornisca il posizionamento del mobile in un sistema di riferimento globale (o locale ma non solidale al mobile). Conoscere il moto assoluto del mobile significa conoscerne le caratteristiche cinematiche nel sistema globale e cioè ricavare il vettore velocità. Vediamo come è possibile ottenerlo.

Step I: Calcolo dello spostamento



**Sistema di Riferimento Globale
(o locale ma non solidale al Mobile)**

Nel sistema di riferimento si consideri:

\underline{R}_0 Vettore Posizione del Mobile situato in P_0 all'epoca t_0

\underline{R} Vettore Posizione del Mobile situato in P all'epoca t

$\underline{\Delta R}$ **Vettore Spostamento** del Mobile nell'intervallo $\Delta t = t - t_0$

$\underline{\Delta R}$ può essere ottenuto:

- geometricamente quale diagonale minore del parallelogramma costruito con i vettore \underline{R}_0 e \underline{R}
- algebricamente dalla formula seguente

$$\underline{\Delta R} (x - x_0, y - y_0, z - z_0)$$

Step II: Calcolo della velocità

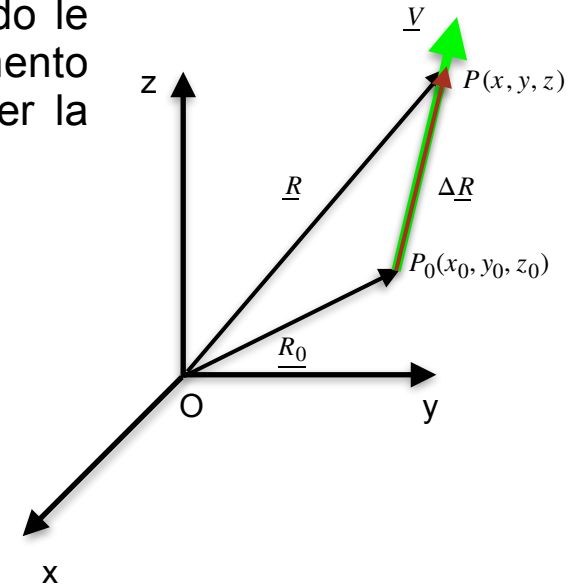
Dal vettore spostamento $\underline{\Delta R}$ si può ottenere il vettore velocità:

- geometricamente considerando il vettore con stessa di direzione di $\underline{\Delta R}$ stesso verso e modulo

$\underline{V} = \frac{\underline{\Delta R}}{\Delta t}$ (freccia verde in figura) calcolato utilizzando le informazioni del sistema di posizionamento assoluto e le misure di un cronometro (per la stima di Δt)

- oppure più semplicemente algebricamente utilizzando la formula

$$\underline{V} \left(\frac{x - x_0}{\Delta t}, \frac{y - y_0}{\Delta t}, \frac{z - z_0}{\Delta t} \right) = (V_x, V_y, V_z)$$



**Sistema di Riferimento Globale
(o locale ma non solidale al Mobile)**

Moto Relativo (M.R.) o Apparente di un mobile M_2 rispetto ad un mobile M_1 :

Si considerino due mobili M_1 ed M_2 in moto assoluto con velocità rispettivamente \underline{V}_1 e \underline{V}_2 .

Per semplicità si considerino moti bidimensionali (non si lede alla generalità in questo modo in quanto nel caso più generale possibile sarà necessario operare allo stesso modo ma aggiungendo solo una dimensione).

Il moto relativo del mobile M_2 rispetto ad M_1 , che si indica con V_{r2} si può ottenere:

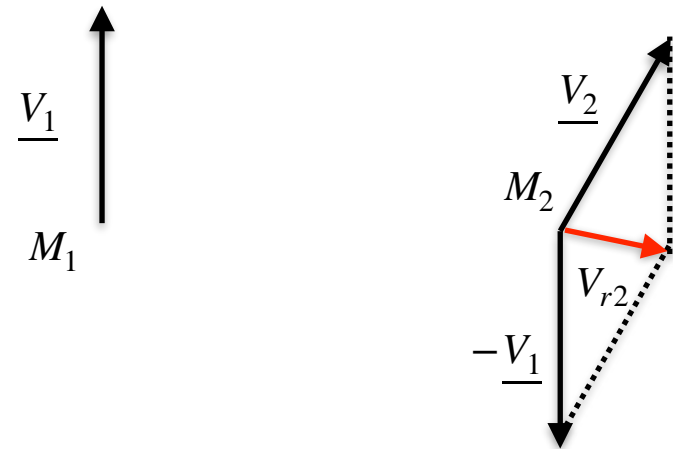
- geometricamente dalla risultante del vettore $-\underline{V}_1$ e \underline{V}_2
- algebricamente dall'espressione vettoriale:

$$\underline{V}_{r2} = \underline{V}_2 - \underline{V}_1$$

E cioè:

$$\underline{V}_{r2} \left(V_{x2} - V_{x1}, V_{y2} - V_{y1} \right)$$

con ovvi significati dei simboli



M.A. dei due Mobili in 2-D

Triangolo delle velocità

Si definisce triangolo delle velocità, il triangolo costruito in qualsiasi punto del foglio (in questo caso si consideri la posizione di M_1) ottenuto considerando entrambi i vettori \underline{V}_1 e \underline{V}_2 con lo stesso punto di applicazione (posizione M_1 in figura) e come terzo lato il vettore \underline{V}_{r2} che per come è definito avrà punto di applicazione coincidente con l'estremo libero di \underline{V}_1 e cuspide coincidente con l'estremo libero di \underline{V}_2 - la regola mnemonica per ricordare il verso di \underline{V}_{r2} è "VeRonica bacia VaNda", cioè la Velocità Relativa del mobile "Nemico" (terminologia che dipende dalle originarie militari di tale sviluppo scientifico) combacia con la cuspide della Velocità del "Nemico".

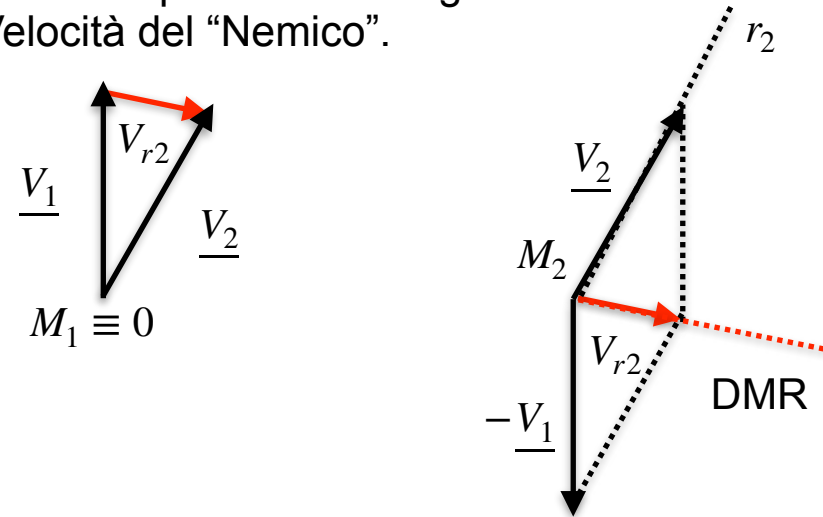
NB1: Un osservatore O solidale al mobile M_1 avrà moto relativo rispetto al mobile M_1 stesso dato da:

$$\underline{V}_{r1} = \underline{V}_1 - \underline{V}_1 = 0$$

cioè apparentemente si percepisce come fermo

NB2: Un osservatore O solidale al mobile M_1 vedrà il mobile M_2 muoversi di moto apparente \underline{V}_{r2}

cioè descriverà apparentemente una traiettoria (definita DMR Direttrice Moto Relativo) data dalla direzione del vettore \underline{V}_{r2} e non la reale traiettoria data dalla direzione di \underline{V}_2 (indicato con r_2 in figura)



STIMA M.A.

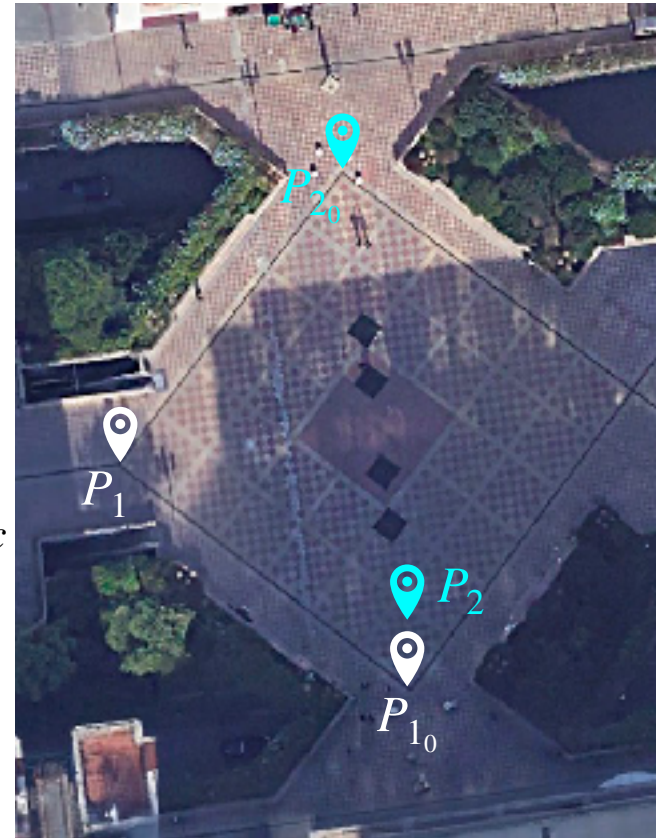
Si considerino due Mobili M_1 ed M_2 e due loro posizioni successive, rispettivamente P_{1_0} e P_1 per il mobile M_1 e P_{2_0} ed P_2 per M_2 ottenute da un sistema satellitare GNSS montato a bordo dei due mobili che supponiamo essere, in coordinate geografiche:

$$M_1 \quad \begin{aligned} P_{1_0} &= (40^\circ 51' .420N, 14^\circ 17' .059E) \\ P_1 &= (40^\circ 51' .430N, 14^\circ 17' .042E) \end{aligned} \quad \text{in un intervallo } \Delta t_1 = 17,6 \text{sec}$$

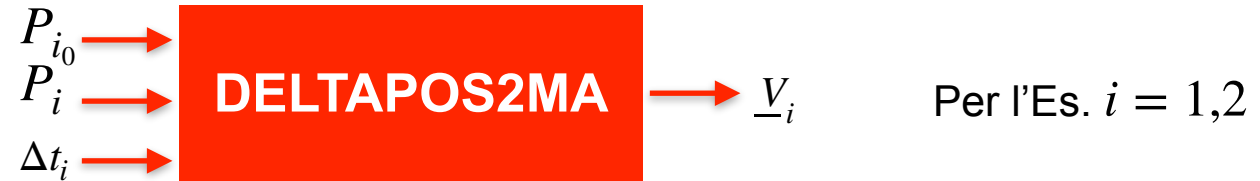
$$M_2 \quad \begin{aligned} P_{2_0} &= (40^\circ 51' .443N, 14^\circ 17' .055E) \\ P_2 &= (40^\circ 51' .420N, 14^\circ 17' .059E) \end{aligned} \quad \text{in un intervallo } \Delta t_2 = 19,0 \text{sec}$$

Calcolare M.A. $\underline{V}_1, \underline{V}_2$

Calcolare M.R. \underline{V}_{r2}



Calcolo del M.A.



Schema dell'Algoritmo in Coordinate Rettangolari ECEF

Step 1

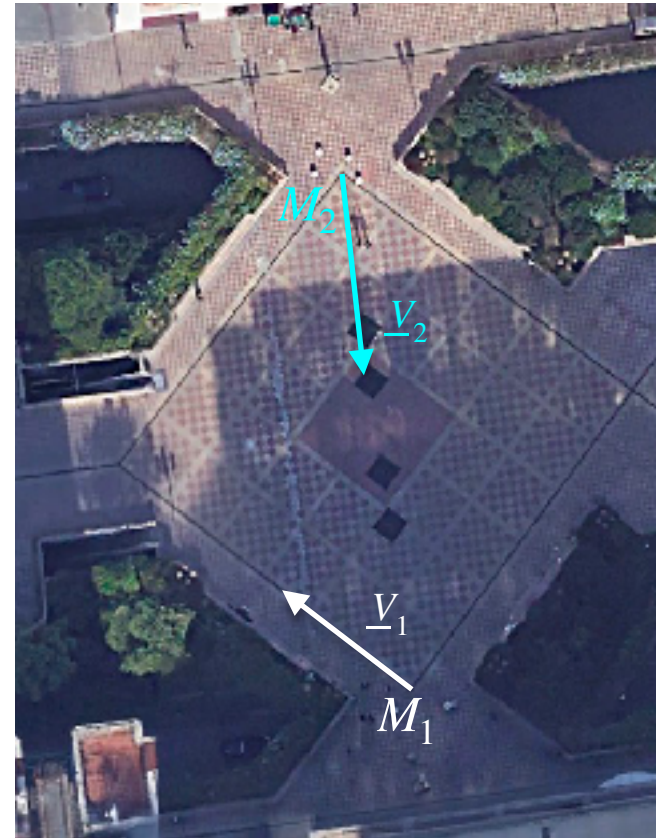


Step 2: Calcolo vettore spostamento $\underline{\Delta R}_i$

$$\underline{\Delta R}_i(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$$

Step 3: Calcolo vettore velocità \underline{V}_i

$$\underline{V}_i \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta y}{\Delta t}, \frac{\Delta z}{\Delta t} \right)$$



Schema dell'Algoritmo DELTAPOS2MA in Coordinate Geografiche (φ, λ)

Si consideri sulla sfera terrestre il triangolo mistilineo rettangolo ottenuto considerando il meridiano passante per il punto di partenza ed il parallelo passante per il punto di arrivo. Di tale triangolo, che è da considerarsi piano se i due punti appartengono allo stesso orizzonte, sono noti i cateti (vedi figura) e quindi dalla geometria piana, e cioè:

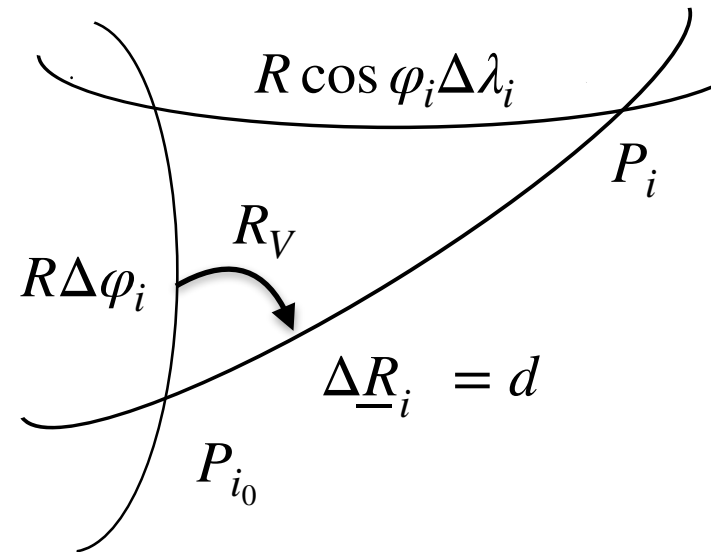
$$\Delta \underline{R}_i = d = R \sqrt{\Delta \varphi^2 + \cos^2 \varphi \Delta \lambda^2}$$

$$\Delta \underline{V}_i = \frac{\Delta \underline{R}_i}{\Delta t_i}$$

← **misura indiretta del percorso di M_i**

← **misura diretta di tempo**

$$R_V = \arctan \left(\frac{\cos \varphi \Delta \lambda}{\Delta \varphi} \right)$$



NB1: Se affrontiamo il problema in coordinate geografiche allora la soluzione sarà fornita in termini di modulo di V e di Rotta del mobile è cioè espressione in coordinate polari di un vettore

NB2: Se i due Mobili appartengono allo stesso orizzonte la soluzione in coordinate geografiche corrisponde alla soluzione in coordinate locali ENU . In fatti dalla figura si evince che l'arco di meridiano si riduca alla variazione di coordinata Nord tra i due punti e l'arco di appartamento in variazione di coordinata Est

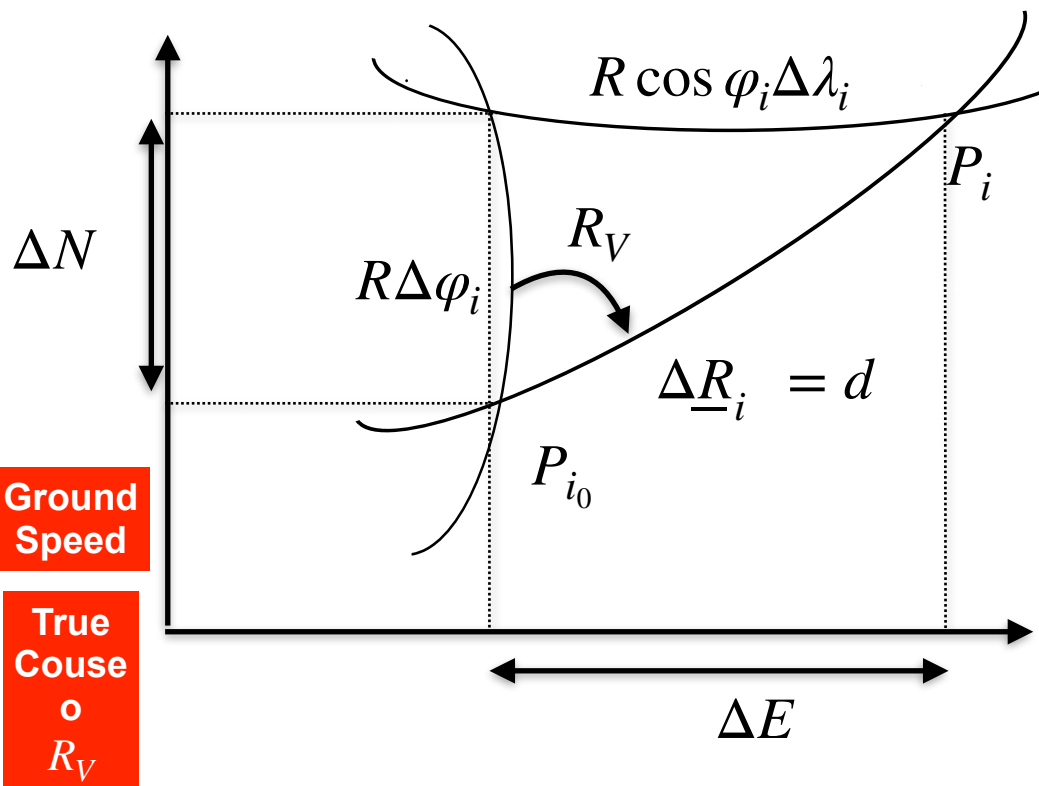
Si consideri sulla sfera terrestre il triangolo mistilineo rettangolo ottenuto considerando il meridiano passante per il punto di partenza ed il parallelo passante per il punto di arrivo. Di tale triangolo, che è da considerarsi piano se i due punti appartengono allo stesso orizzonte, sono noti i cateti (vedi figura) e quindi dalla geometria piana:

$$\Delta N = R\Delta\varphi$$

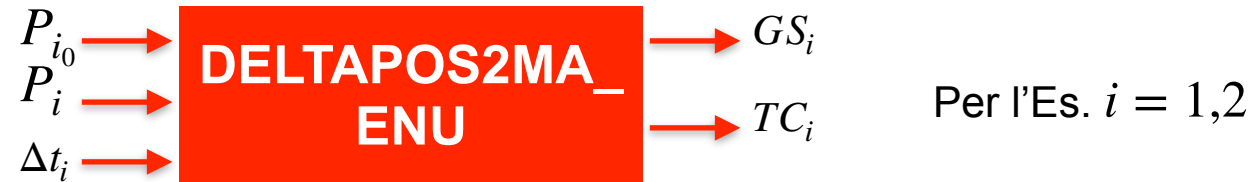
$$\Delta E = R\cos\varphi\Delta\lambda$$

Da cui è possibile ricavare:

$$\left. \begin{aligned} V_N &= \frac{\Delta N}{\Delta t} \\ V_E &= \frac{\Delta E}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \begin{cases} GS = \sqrt{V_E^2 + V_N^2} & \text{Ground Speed} \\ TC = \arctan\left(\frac{\Delta E}{\Delta N}\right) & \text{True Course} \\ & \text{o } R_V \end{cases}$$



Calcolo del M.A. in ENU



Schema dell'Algoritmo in Coordinate Rettangolari ENU

Step 1: Calcolo vettore modulo dello spostamento

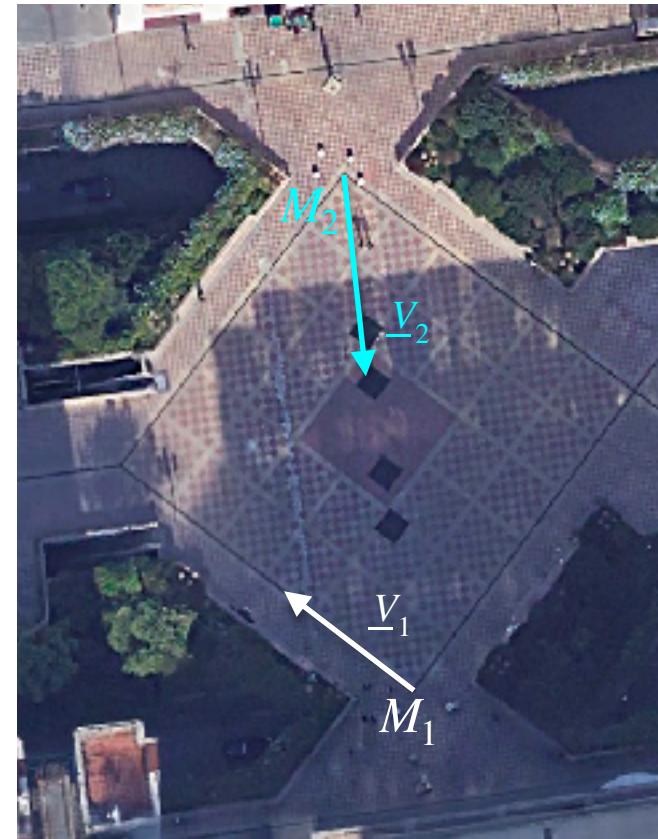
$$\Delta \underline{R}_i = d = R \sqrt{\Delta \varphi^2 + \cos^2 \varphi \Delta \lambda^2}$$

Step 2: Calcolo modulo della velocità

$$GS_i = \frac{\Delta \underline{R}_i}{\Delta t_i}$$

Step 3: Calcolo della Rotta

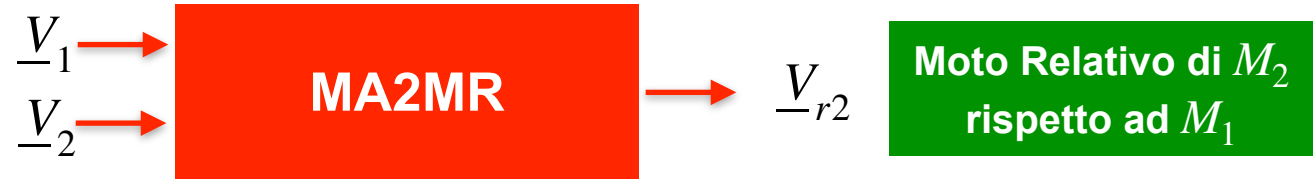
$$TC_i = \arctan \left(\frac{\cos \varphi \Delta \lambda_i}{\Delta \varphi_i} \right)$$



STIMA M.R.

Calcolo del M.R.

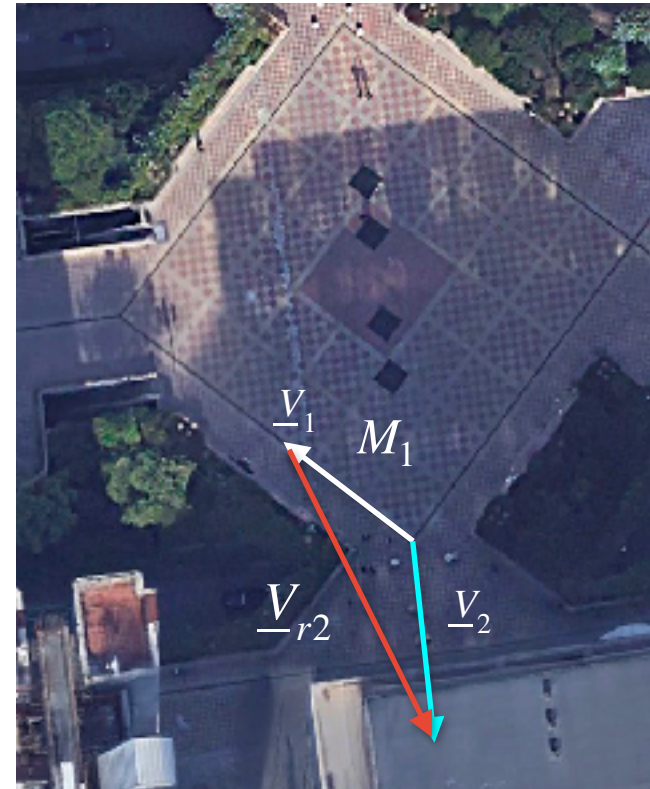
1° metodo: conosciamo i M.A. dei due mobili V_1 e V_2



NB3: Se il tipo di applicazione è una navigazione con piccole variazioni in quota allora possiamo limitarci a risolvere il problema nel piano orizzontale (E-N) con ovvie semplificazioni.

Schema dell'Algoritmo in Coordinate Rettangolari

$$\underline{V}_{r2} (V_{E2} - V_{E1}, V_{N2} - V_{N1})$$



Calcolo del M.R.

2° metodo (*Plotting*): Partendo dalla conoscenza del M.A. del proprio Mobile V_1 ed effettuando rilievi - distanza relativa e Rilevamenti prora o veri - in almeno due epoche del secondo mobile dal bordo



Il modulo di \underline{V}_{r2} si calcola

$$\underline{V}_{r2} = \frac{\Delta \underline{P}}{\Delta t}$$

La direzione di \underline{V}_{r2} si misura rispetto alla direzione di riferimento (goniometro)

