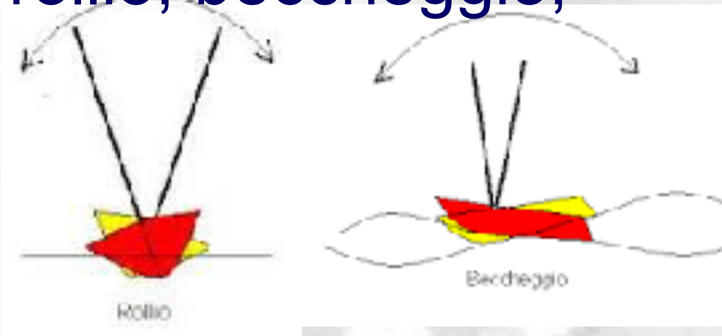
DEVIAZIONI DELLA GIROBUSSOLA

Comportamento di Una Girobussola a bordo di una Nave

- variazioni di velocità,
- variazioni di rotta,
- rollio, beccheggio;



Fenomeni da Trascurare

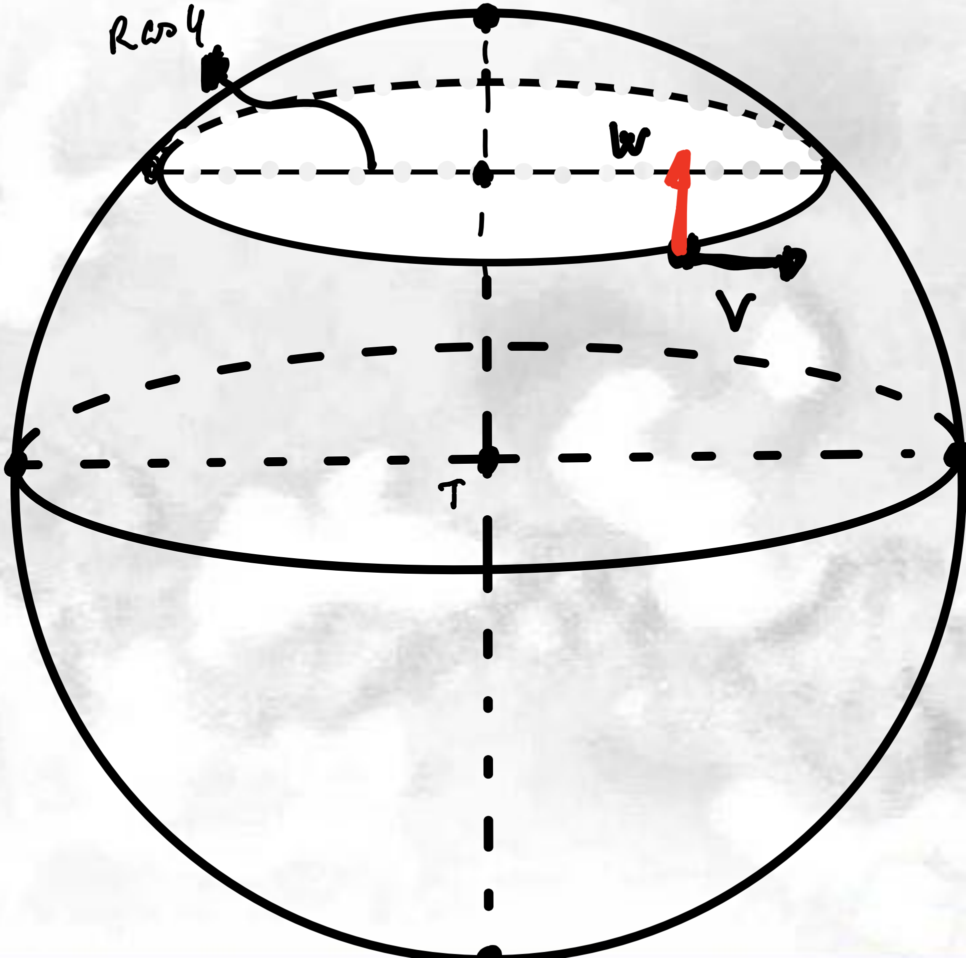
- variazione di velocità del rotore della girobussola,
- le vibrazioni della nave,
- accelerazioni applicabili sul baricentro della girobussola.

DEVIAZIONE PRODOTTA DAL MOTO DELLA NAVE

- In condizioni di equilibrio l'asse di spin di una girobussola, situato in un punto qualsiasi della terra , si dispone lungo la direzione della linea meridiana ed ortogonalmente alla linea E-W;

- lungo quest'ultima direzione è orientata invece, la velocità periferica del punto O dovuto alla velocità angola $\underline{w}$ della rotazione terrestre;
- il suo valore è espresso dal seguente vettore:

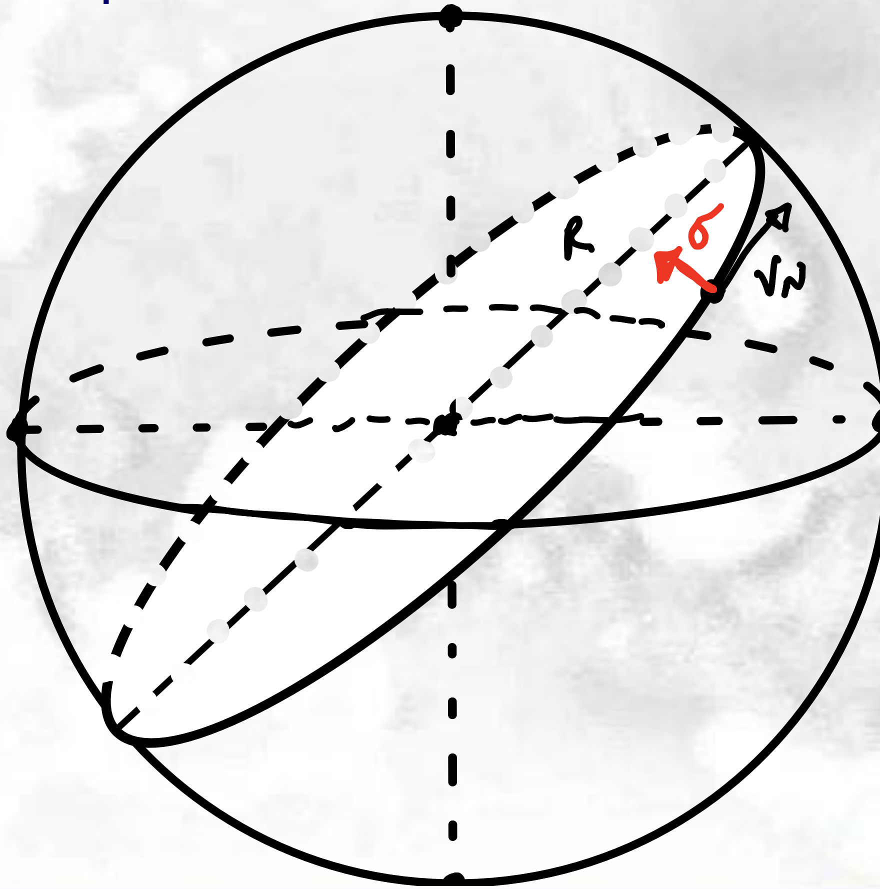
$$v = wRcos\varphi$$



- Se la girobussola è installata su di una nave in moto , definito dal vettore di modulo v_N di direzione e verso fornito dalla rotta R_v, occorrerà tener conto della velocità angolare ($\underline{\sigma}$) che compete alla nave per il fatto di muoversi su una superficie sferica .

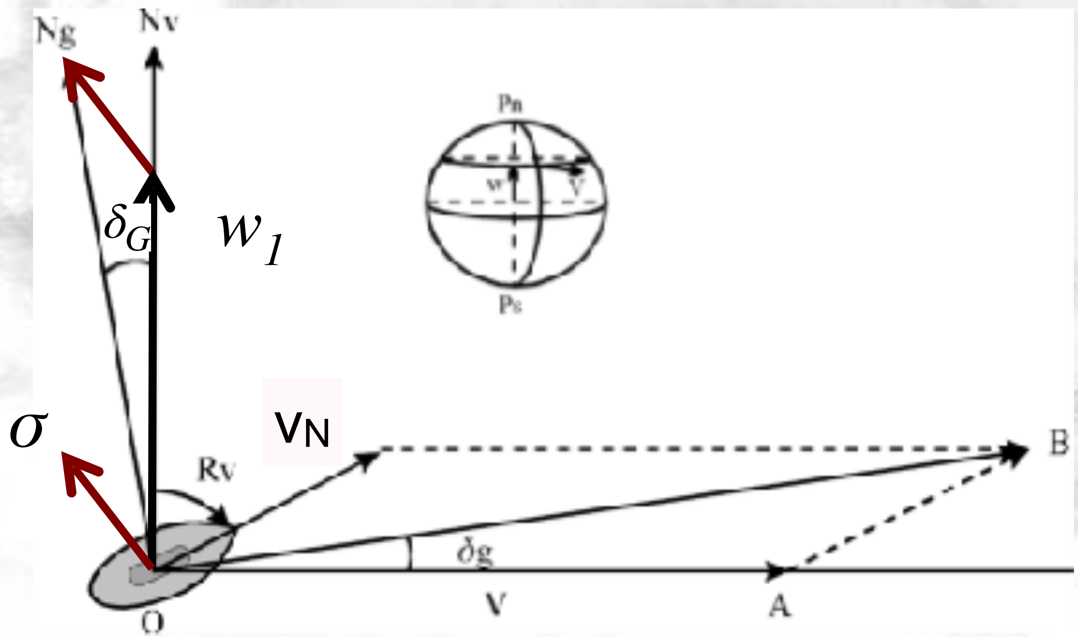
- La velocità *periferica* del mobile, legata alla velocità angolare $\underline{\sigma}$ avrà quindi modulo:

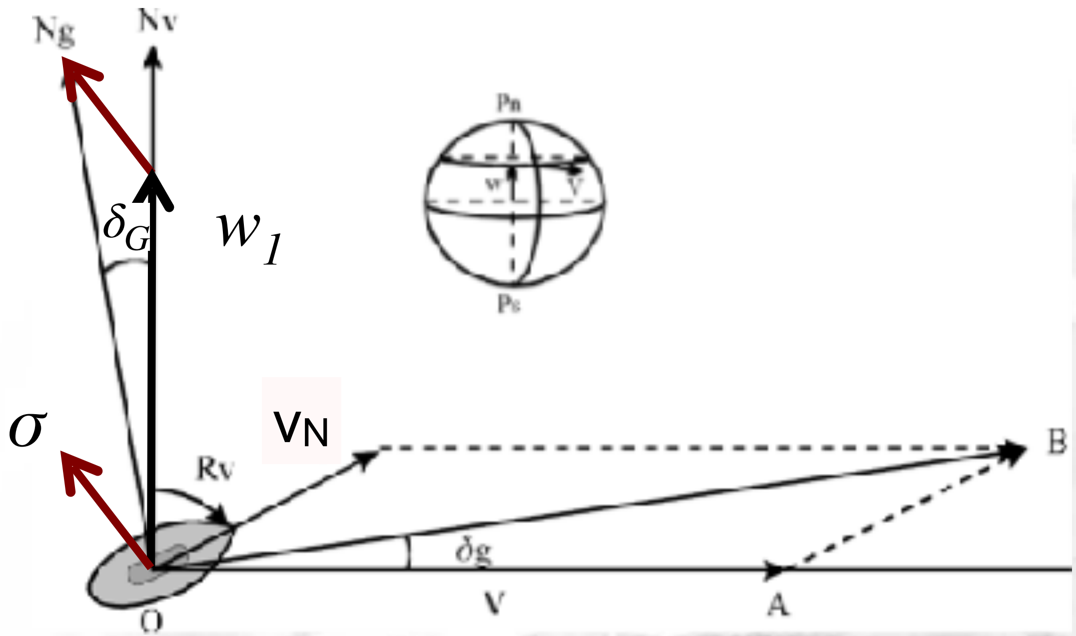
$$v_N = \sigma R$$



L'asse del giroscopio non si orienta parallelamente alla linea meridiana rappresentata da w_1

- Ma lungo la <u>risultante tra</u> w_1 e σ fornendo quindi la direzione Ng deviata rispetto al Nv dell'angolo δ_G





Dal Teorema dei seni applicato al triangolo OAB si ha:

$$\frac{\sin\delta_G}{v_N} = \frac{\sin[\frac{\pi}{2} - (R_v + \delta_G)]}{v}$$

$$\Downarrow$$

$$\delta_G = \tan^{-1}\left[\frac{\sigma\cos R_V}{w_1 + \sigma\sin R_V}\right] \Leftrightarrow \delta_G = \tan^{-1}\left[\frac{v_N\cos R_V}{v + v_N\sin R_V}\right]$$

Deviazione Prodotta dal moto nave (Moto Uniforme con Velocità non nulla)

$$\delta_G = \tan^{-1}\left[\frac{v_N \cos R_V}{v + v_N \sin R_V}\right]$$

mettiamo in evidenza v al denominatore

$$\delta_G = \tan^{-1}\left[\frac{v_N \cos R_V}{v\left(1 + \frac{v_N}{v}\sin R_V\right)}\right]$$

consideriamo il rapporto $\frac{v_N}{v}$ quando $v_N \leq 30kt$ e cioè $\frac{v_N}{v} = \frac{v_N}{\sigma R} = \frac{30kt}{0{,}26\frac{rad}{h} \cdot 3{,}4 \cdot 10^3 Nm} \simeq \frac{30}{900}kt \simeq 0{,}03$

sostituendo nella relazione precedente

$$\delta_G = \tan^{-1}\left[\frac{v_N \cos R_V}{v\left(1 + 0{,}03 \sin R_V\right)}\right]$$

dove $0{,}03 \sin R_V$ può essere trascurato rispetto all'unità

$$\delta_G = \tan^{-1}\left[\frac{v_N \cos R_V}{v}\right]$$

sostituendo $v = Rw_1$

$$\boxed{\delta_G = \tan^{-1}\left[\frac{v_N \cos R_V}{Rw_1}\right]} \quad (*)$$

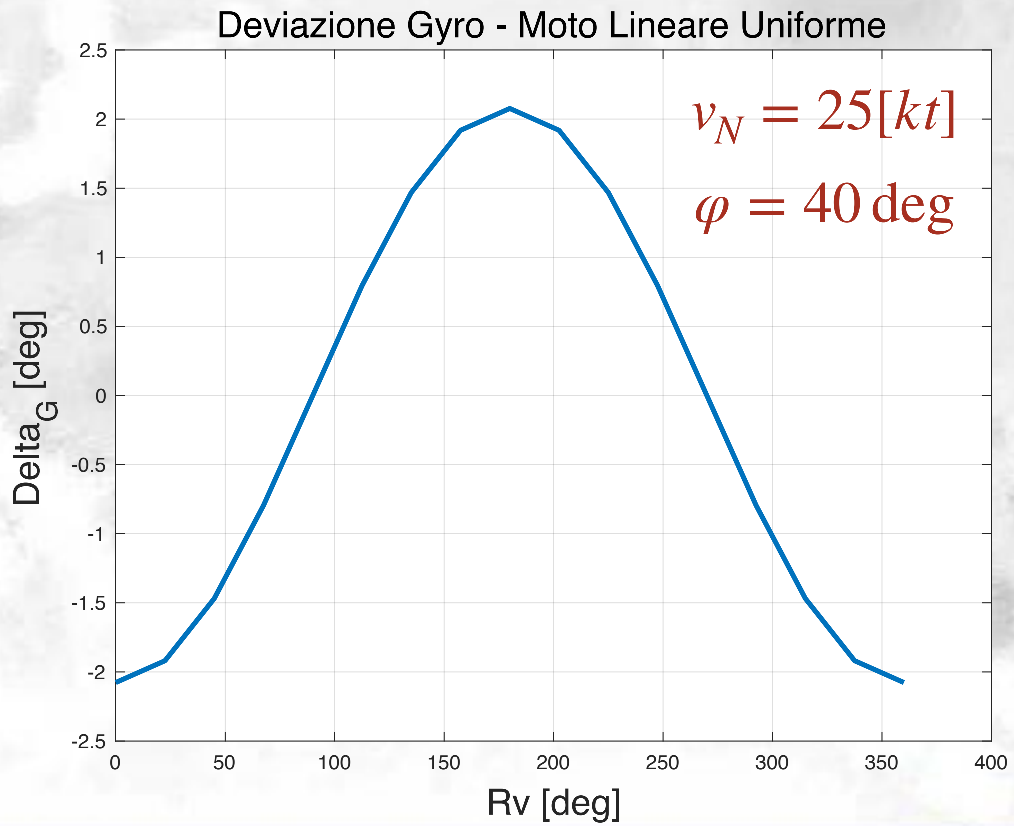
v_N, Rv, φ → **Dev_Gyro** → $$\delta_G = \tan^{-1}\left[\frac{v_N \cos R_v}{R w_1}\right]$$

NB I: Attenzione al Segno di δ_G che per convenzione deve essere

$$R_V < 90 \quad R_V > 270 \longrightarrow \delta_G < 0$$

$$90 < R_V < 270 \longrightarrow \delta_G > 0$$

NB II: Attenzione unità di misura scelte per v_N, w_1 e R



DEVIAZIONI BALISTICHE

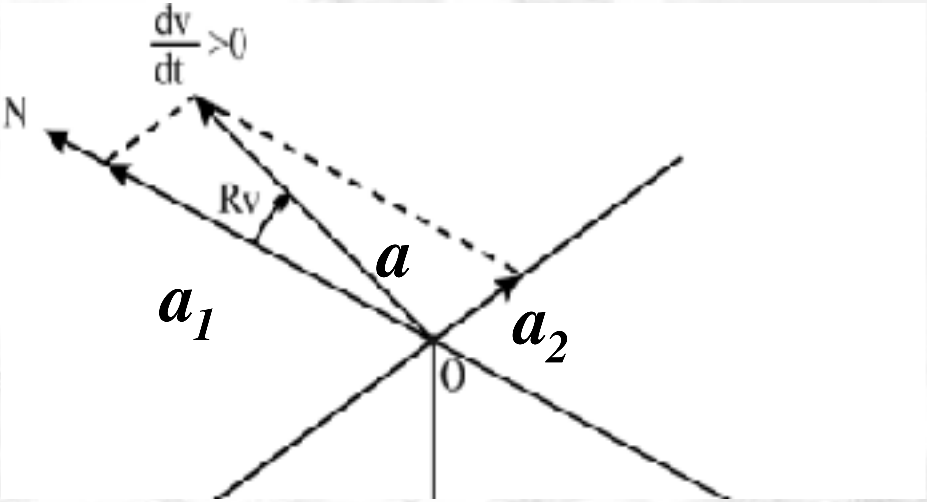
Deviazioni Balistiche

- Variazione di velocità
- Variazione di rotta
- Rollio
- Beccheggio

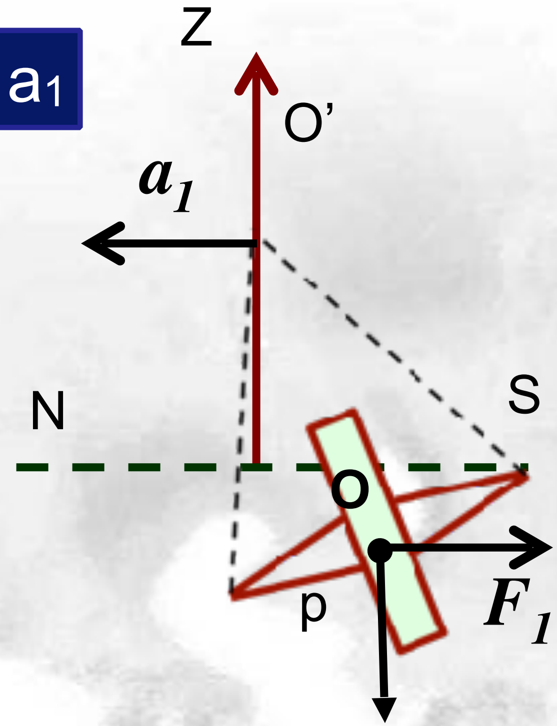
Forze (Coppie)

Interferiscono con la Coppia direttrice della Gyro

Variazione di Velocità (moto accelerato)



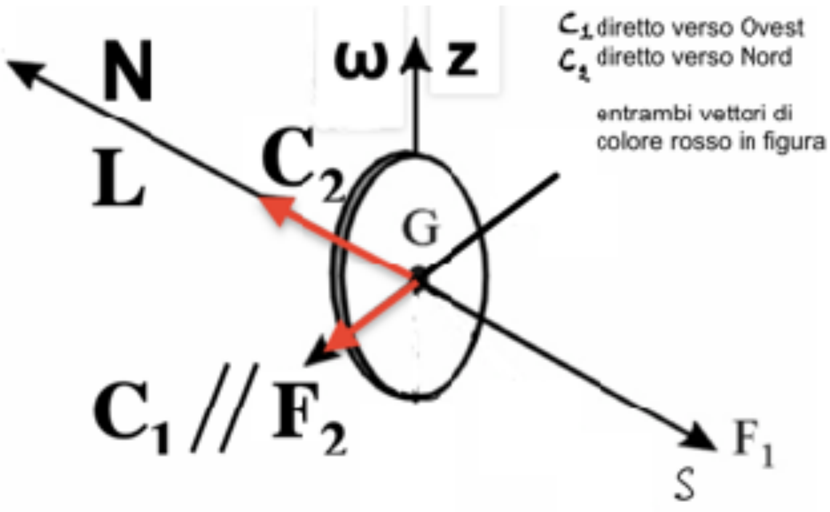
Giroscopio Pendolare → F_1 verso opposto a_1



$$F_1 = -ma_1 = -\frac{p}{g} a\cos R v$$ diretta per meridiano

$$F_2 = -ma_2 = -\frac{p}{g} a\sin R v$$ diretta per parallelo

F_1 → C_1 Che direzione ha???



C_2 Non ha effetto deviante

C_1 avrà effetto deviatore creando una precessione lungo l'asse z

Precessione → $$\omega = \frac{d\delta'_G}{dt}$$

Calcoliamola

$$C_1 = \frac{d\delta'_G}{dt} \times L \quad \Rightarrow \quad \frac{d\delta'_G}{dt} = \frac{C_1}{L}$$

essendo perpendicolari

Moto di Precessione
Variazione Temporale della Deviazione Bussola

$$\frac{d\delta'_G}{dt} = \frac{C_1}{L}$$

- Sostituiamo la definizione di Coppia e di Momento delle Quantità di moto

$$F_1 = -ma_1$$

$$\frac{d\delta'_G}{dt} = \frac{F_1 b}{L} = \frac{-ma_1 b}{I\Omega}$$

$$C_1 = F_1 b \qquad L = I\Omega$$

$$\frac{d\delta'_G}{dt} = \frac{-ma_1 b}{I\Omega}$$

$$-ma_1 = -\frac{p}{g} a \cos R_v$$

(**)
$$\frac{d\delta'_G}{dt} = \frac{-pab}{gI\Omega} cosR_v$$

Precessione per Deviazione Balistica (PDB)

- Passando da incrementi infinitesimi ad incrementi finiti

$$\Delta\delta'_G = \frac{-pa\Delta tb}{gI\Omega} cosR_v$$

$$\Delta\delta'_G = \frac{-pb}{gI\Omega} a\Delta t cos R_v$$

$t = 0 \quad , \quad \delta'_{G0} = 0$ $\Rightarrow$ $\Delta\delta'_G = \delta'_G - \delta'_{G0} = \delta'_G$

$$\delta'_G = \frac{-pb}{gI\Omega} a\Delta t cos R_v$$

$$\Delta V = a\Delta t$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{\delta'_G = \frac{-pb}{I\Omega}\frac{\Delta V}{g} cos R_v}$$

Angolo di Deviazione Balistica

$$\delta'_G = \frac{-pb}{I\Omega}\frac{\Delta V}{g} cos R_v$$

Periodo di Oscillazione del Gyro Pendolare

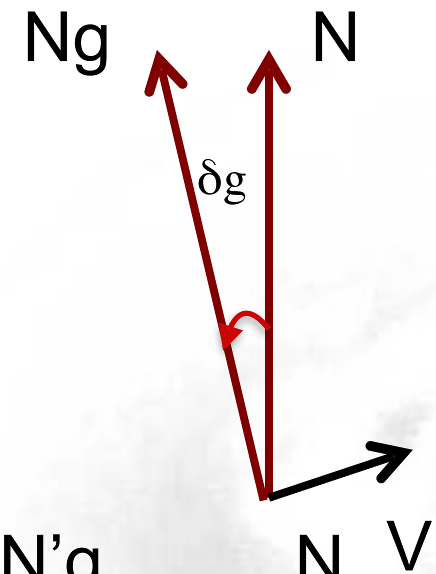
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I\Omega}{pbw\cos\varphi}} \Rightarrow \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{I\Omega}{pb}\frac{1}{w\cos\varphi} \Rightarrow \frac{pb}{I\Omega} = \frac{4\pi^2}{T^2}\frac{1}{w\cos\varphi} \quad (***)$$

$$\boxed{\delta'_G = \frac{4\pi^2}{gw_1}\frac{\Delta V}{T^2} cos R_v}$$

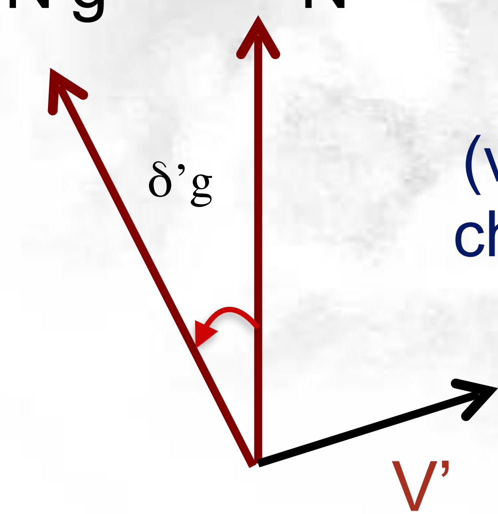
Angolo di Deviazione Balistica

*segno trascurato

COMPENSAZIONE DEVIAZIONE BALISTICA



Istante Iniziale



Istante Finale
(variazione di moto
che ha portato a V’)

Precessione per
Variazione di Moto
(PVM)

Bilanciato
(Uguale modulo verso opposto)

$$\delta_g^{'} - \delta_g$$

$$\delta_g^{''} - \delta_g$$

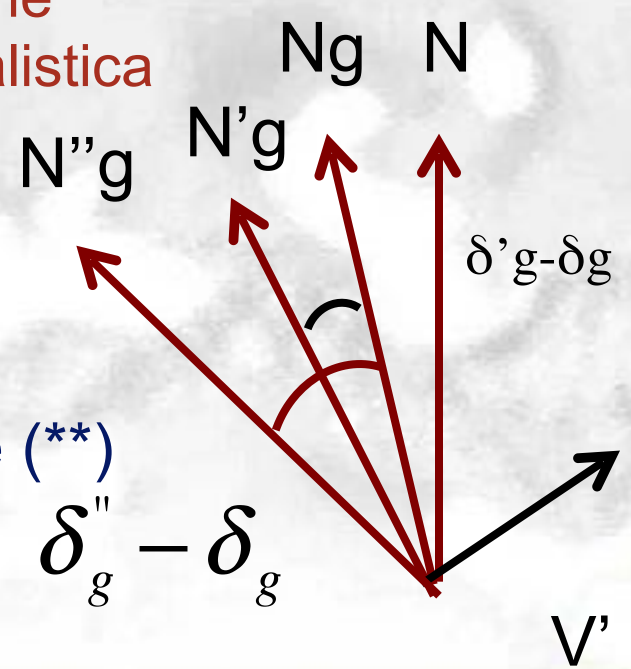
Precessione dovuta alla Variazione di Moto (PVM)

Precessione Deviazione Balistica (PDB)

Derivando la relazione (*)

dalla relazione (**)

$$\delta_g^{''} - \delta_g$$



Dalla derivata della (*) si ha:

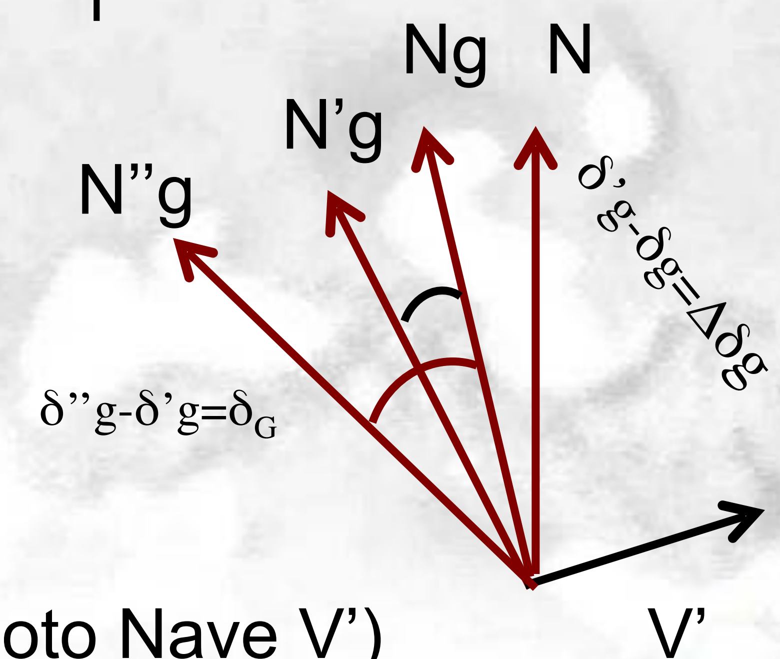
$$\frac{d\delta_G}{dt} = \boxed{\frac{1}{1+\frac{v_N^2 \cos^2 R_v}{R^2 w_1^2}}} \frac{\cos R_v}{R w_1} \frac{dV}{dt}$$

$$\Downarrow$$

1

Da cui, sapendo che $a = \frac{dv}{dt}$

PVM $$\frac{d\delta_G}{dt} = \frac{\cos R_v}{R w_1} a$$



(Precessione dovuta al nuovo moto Nave V')

Quindi

- Derivando

$$\delta_G = \tan^{-1}\left[\frac{v_N \cos R_v}{Rw_1}\right]$$

- si ha

$$\frac{d\delta_G}{dt} = \frac{cosR_v}{Rw_1}a$$

PVM

Dalla teoria sulle Deviazioni Balistiche, considerando la relazione (**), si ha

$$\frac{d\delta'_G}{dt} = \frac{-pab}{gI\Omega}cosR_v$$

PDB

- Per farsi che i due “fenomeni precessivi” si <u>compensino</u> dobbiamo far sì che abbiano uguale modulo e verso opposto e cioè:

$$\frac{pab}{gI\Omega}\cos R_v = \frac{\cos R_v}{Rw_1}a$$

PVM

PDB

- Ricordando che

(***) $\frac{pbw_1}{I\Omega} = \frac{4\pi^2}{T^2}$ $\longrightarrow$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}}$$

Periodo di Shuler

FENOMENI DIRETTIVI DEL GIROSCOPIO

Quindi per minimizzare l’effetto di tali deviazioni bisogna far precessionare l’asse di spin con il famoso periodo di schuler **periodo di Schuler** (circa 84.4 min) e cioè il periodo di un moto armonico di un pendolo di lunghezza pari a R (raggio terrestre) e di massa M coincidente con la massa della superficie terrestre.

$$R = 6373044.737 \text{ m}$$

$$g = 9.804 \text{ m/sec}^2$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

$$T = 84.4 \text{ min}$$

REFERENCE

- Navigazione Aerea, V. Nastro edizione Hoepli (Cap.1,Par 1.1-1.4)
- Piattaforma e-learning
- La moderna navigazione, M. Vultaggio (Cap.10)