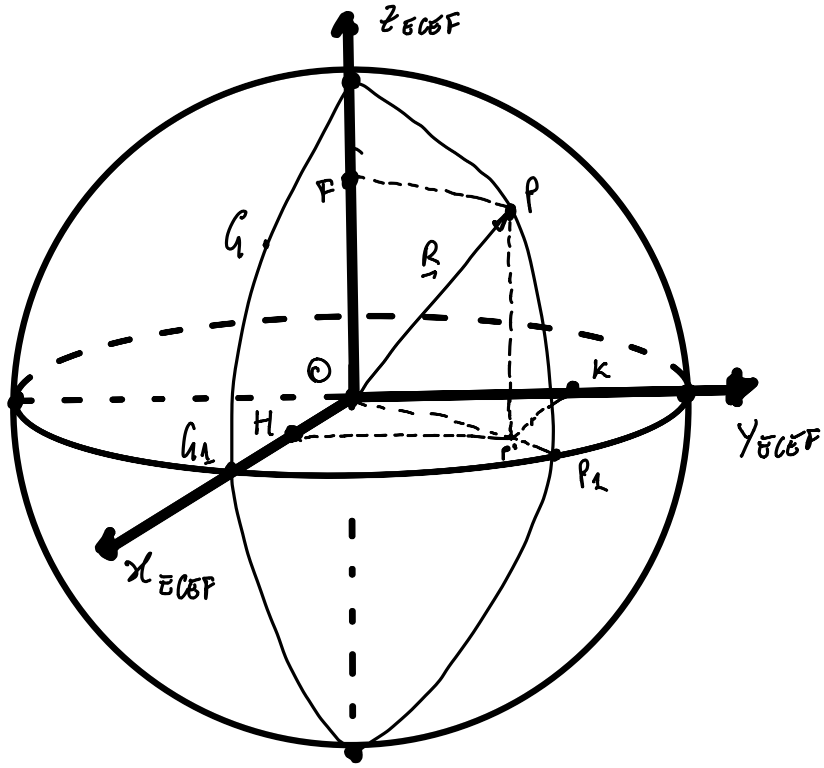
SISTEMA DI RIFERIMENTO E.C.E.F. (Earth Centered and Earth Fixed)

Si consideri la Sfera Terrestre (miglior approssimazione della forma della terra per scopi navigazionali), si definisce ECEF un sistema di riferimento centrato nel centro geometrico di questa figura con asse Z coincidente con l’asse di rotazione terrestre, piano x-y appartenente al piano equatoriale ed asse X diretto verso il piede del meridiano di Greenwich (di conseguenza asse Y diretto verso il piede del meridiano 90° EST).
Tale sistema è “solidale” con la terra in quanto ruota con esso per il moto di “rotazione” Terrestre. Questo sarà l’unico moto terrestre che considereremo per scopi navigazionali. Saranno infatti trascurati il moto di rivoluzione, nutazione e precessione terrestre essendo moti periodici con periodo (rispettivamente 1 anno, 18,6 anni e 25800 anni) non confrontabile con il periodo di osservazione del nostro fenomeno (moto di un mobile che sarà osservato per poche ore).



$\underset{\sim}{R}$ è il raggio vettore che esprime la posizione di P

$\underset{\sim}{R}(x, y, z)$ che sono le coordinate ECEF di P

Per costruzione ricaviamoci le coordinate ECEF:

1. Proiettiamo P sul piano equatoriale ottenendo P’;
2. da P’ tracciamo le parallele agli assi coordinati x e y ottenendo H e K
3. da P tracciamo la parallela a OP’ ottenendo F

Si ha:

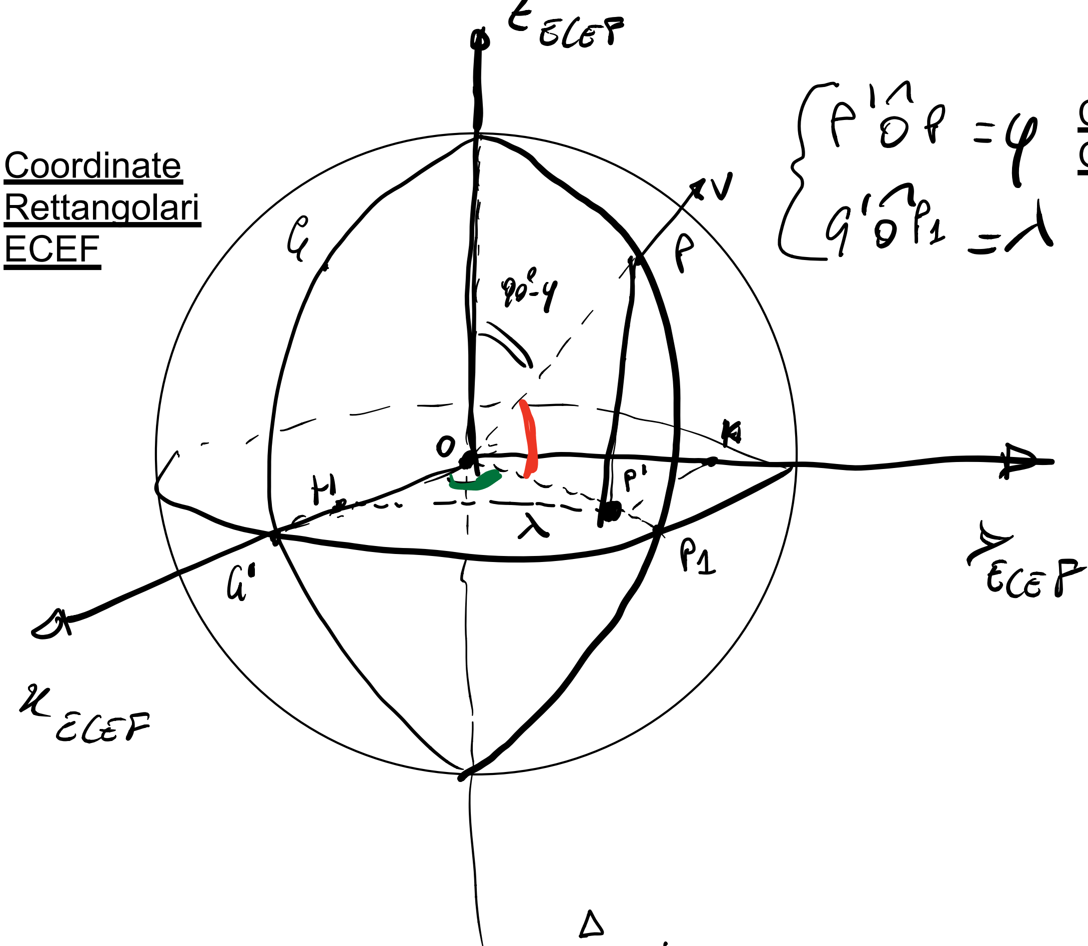
$$\left.\begin{aligned} \overline{OH} &= x \\ \overline{OK} &= y \\ \overline{PF} = \overline{PP'} &= z \end{aligned}\right| \Rightarrow$$

<u>Coordinate Rettangolari ECEF</u>

PASSAGGIO DA COORDINATE GEOGRAFICHE A COORDINATE ECEF E VICEVERSA

Di un punto P della sfera terrestre si considerino simultaneamente le coordinate rettangolari ECEF e le coordinate geografiche

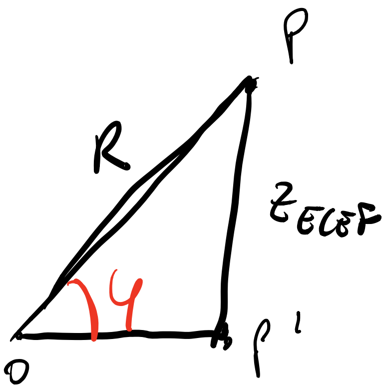
$\begin{cases} \overline{OH} = x \\ \overline{OK} = y \\ \overline{PP'} = z \end{cases}$ Coordinate Rettangolari ECEF



$\begin{cases} P'\hat{O}P = \varphi \\ G'\hat{O}P_1 = \lambda \end{cases}$ Coordinate Geografiche

$\varphi - \lambda$

Nel piano meridiano di P consideriamo il triangolo: $\overset{\triangle}{OPP'}$

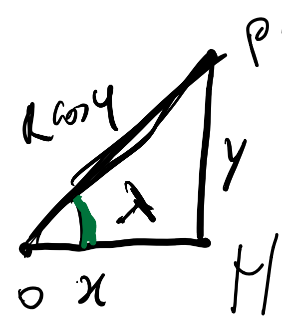


Dalla trigonometria piana si ha:

$$\overline{OP'} = R\cos\varphi$$

$$\overline{PP'} = R\sin\varphi = z \Rightarrow \boxed{z = R\sin\varphi} \quad (1)$$

Nel piano equatoriale consideriamo il triangolo $O\hat{P}'H$



$$\overline{OH} = \overline{OP'}\cos\lambda = R\cos\varphi\cos\lambda \qquad (2)$$

$$\overline{P'H} = \overline{OP'}\sin\lambda = R\cos\varphi\sin\lambda \qquad (3)$$

Consideriamo simultaneamente le equazioni (1), (2) e (3) ottenendo

$$(*)\quad \begin{cases} x_{ECEF} = R\cos\varphi\cos\lambda \\ y_{ECEF} = R\cos\varphi\sin\lambda \\ z_{ECEF} = R\sin\varphi \end{cases}$$

Il sistema di equazioni (*) esprime il passaggio desiderato e quindi la struttura dell'algoritmo che costruiremo (fig.2)

$$(\varphi, \lambda) \rightarrow \boxed{\text{FILAM2ECEF}} \rightarrow (x, y, z)$$

Per il passaggio <u>inverso</u>, e cioè da ECEF alle coordinate geogragfiche, si consideri il sistema di equazioni (*);

Quadrando e sommando le prime due relazioni si ha (trascurando il pedice ECEF per brevità):

$$x^2 + y^2 = R^2\cos^2\varphi\cos^2\lambda + R^2\cos^2\varphi\sin^2\lambda = R^2\cos^2\varphi\underbrace{\left(\sin^2\lambda + \cos^2\lambda\right)}_{=1}$$

dividendo il quadrato della 3a relazione di (*) con l'equazione precedente si ha:

$$\frac{z^2}{x^2+y^2} = \frac{\cancel{R^2} \sin^2\varphi}{\cancel{R^2} \cos^2\varphi} \Rightarrow \operatorname{tg}\varphi = \sqrt{\frac{z^2}{x^2+y^2}} \Rightarrow \boxed{\varphi = \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{z^2}{x^2+y^2}}} \quad (1')$$

Dal rapporto tra la seconda equazione e la prima equazione del sistema (*) si ha:

$$\frac{Y}{x} = \frac{R\cos\varphi \sin\lambda}{R\cos\varphi \cos\lambda} \Rightarrow \operatorname{tg}\lambda = \frac{Y}{x} \Rightarrow \boxed{\lambda = \operatorname{arctg}\left(\frac{Y}{x}\right)} \quad (2')$$

Il sistema di equazioni (1’) e (2’) esprimo il passaggio dalle coordinate rettangolari ECEF alle coordinate geografiche:

$$(**)\begin{cases} \varphi = \operatorname{arctg}\sqrt{\dfrac{z^2}{x^2+y^2}} \\ \lambda = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{Y}{x}\right) \end{cases} \qquad (x, y, z) \Rightarrow \boxed{\text{ECEF 2 FILAM}} \Rightarrow (\varphi, \lambda)$$