

ALLINEAMENTO INIZIALE

Navigazione Inerziale

Le misure effettuate dai sensori (esprese nella terna di piattaforma) di un IMU **fermo** e avente **assetto qualsiasi** sono:

$$f_b = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} \quad \sigma_b = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix}$$

Queste stesse misure espresse nella **terna NED** sono:

$$f_{n'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \quad \sigma_{n'} = \begin{bmatrix} \sigma \cos \varphi \\ 0 \\ -\sigma \sin \varphi \end{bmatrix}$$

Attraverso le equazioni:

$$\begin{aligned} f_b &= C_{n'}^b f_{n'} \\ \sigma_b &= C_{n'}^b \sigma_{n'} \end{aligned}$$

È possibile ricavare le componenti della matrice dei coseni direttori...

Navigazione Inerziale

Attraverso le accelerazioni si ricava il **terzo** vettore colonna di $C_{n'}^b$:

$$f_b = C_{n'}^b f_{n'}$$

In forma estesa:

$$\begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \mathbf{C_{13}} \\ C_{21} & C_{22} & \mathbf{C_{23}} \\ C_{31} & C_{32} & \mathbf{C_{33}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}$$

Da cui:

$$C_{13} = -\frac{g_x}{g} ; C_{23} = -\frac{g_y}{g} ; C_{33} = -\frac{g_z}{g}$$

Attraverso le accelerazioni e le velocità angolari si ricava il **primo** vettore colonna di $C_{n'}^b$:

$$\sigma_b = C_{n'}^b \sigma_{n'}$$

In forma estesa:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C_{11}} & C_{12} & C_{13} \\ \mathbf{C_{21}} & C_{22} & C_{23} \\ \mathbf{C_{31}} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma \cos \varphi \\ 0 \\ -\sigma \sin \varphi \end{bmatrix}$$

Da cui:

$$C_{11} = \frac{\sigma_x}{\sigma \cos \varphi} - \frac{g_x}{g} \tan \varphi$$
$$C_{21} = \frac{\sigma_y}{\sigma \cos \varphi} - \frac{g_y}{g} \tan \varphi$$
$$C_{31} = \frac{\sigma_z}{\sigma \cos \varphi} - \frac{g_z}{g} \tan \varphi$$

Navigazione Inerziale

Il secondo – ed ultimo – vettore colonna di $C_{n'}^b$, si può ottenere attraverso il prodotto vettoriale delle colonne appena determinate:

$$C_{n'}^b = \begin{bmatrix} C_{11} & \mathbf{C_{12}} & C_{13} \\ C_{21} & \mathbf{C_{22}} & C_{23} \\ C_{31} & \mathbf{C_{32}} & C_{33} \end{bmatrix}$$



$$C_{12} = C_{23}C_{31} - C_{21}C_{33}$$

$$C_{22} = C_{11}C_{33} - C_{13}C_{31}$$

$$C_{32} = C_{13}C_{21} - C_{11}C_{23}$$

In questa fase abbiamo quindi calcolato la MCD $C_{n'}^b$. Notiamo che per la meccanizzazione dobbiamo calcolare la trasposta in quanto abbiamo la necessità di trasformare le misure (accelerazioni e velocità angolari) dalla terna body (b) a quella NED (n').

Quindi :

$$C_b^{n'} = [C_{n'}^b]^T$$

Noti tutti gli elementi della MCD - $C_b^{n'}$ è possibile ricavare gli angoli di Eulero attraverso le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} \phi &= \arctan\left(\frac{C_{32}}{C_{33}}\right) \\ \theta &= \arctan\left[-\frac{C_{31}}{(C_{32}^2 + C_{33}^2)^{\frac{1}{2}}}\right] \quad (*) \\ \psi &= \arctan\left(\frac{C_{21}}{C_{11}}\right) \end{aligned}$$

ESERCITAZIONE C_02_02: ALLINEAMENTO INIZIALE

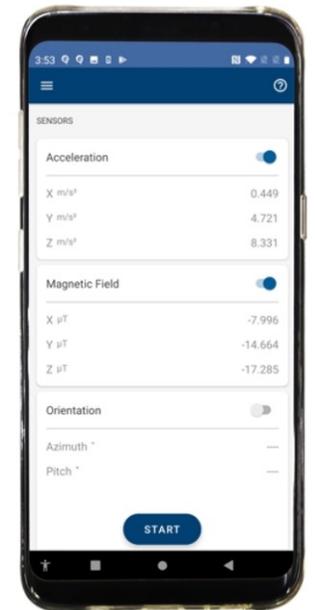
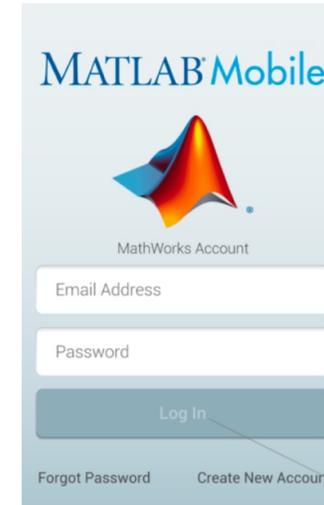


Navigazione Inerziale

Obiettivo:

Effettuare l'**allineamento iniziale** dello smartphone a partire dalle misure, raccolte attraverso l'app MATLAB Mobile, degli accelerometri e dei giroscopi (sensori IMU) a cellulare fermo. L'algoritmo dovrà pertanto:

- 1) **Sincronizzare** le misure IMU (effettuando il trasporto visto nell'esercitazione precedente (Es. C02_1);
- 2) Fare la media dei primi n campioni (n a scelta);
- 3) Calcolare la MCD a partire dalle misure IMU (**task_1**);
- 4) Ortogonalizzare la MCD;
- 5) Stima dell'orientamento dello Smartphone a partire dalla MCD (**task_2**);
- 6) Verificare la bontà della stima ottenuta degli angoli di Eulero confrontando i risultati dell'allineamento iniziale con l'assetto dello smartphone ottenuto con misure diverse dalle IMU (**task_3**).



Navigazione Inerziale

TASK 2

Stimare l'orientamento dello Smartphone a partire dalla MCD per una qualsiasi epoca k :



Scrivere una function (MCD2Euler) che, a partire dagli elementi della MCD - attraverso le relazioni (*) - determina gli angoli di Eulero dello smartphone.

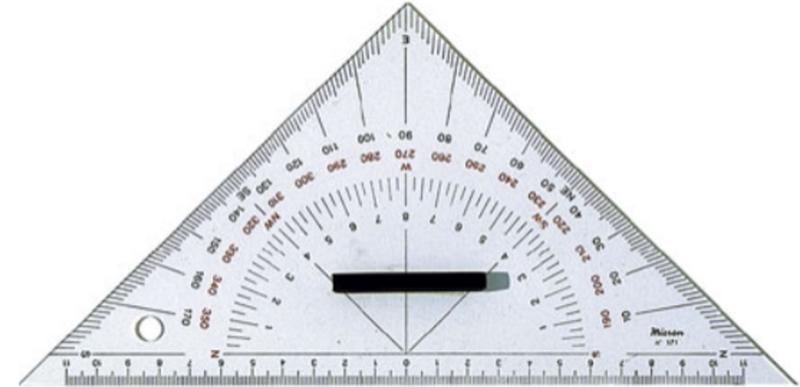
Navigazione Inerziale

2. Stima dell'assetto dello smartphone attraverso misure diverse da IMU per la verifica dell'algoritmo



Rollio: $0^\circ \rightarrow$ Non vi è alcuna rotazione attorno all'asse x

Beccheggio:



Imbardata Utilizzare app
Compass del telefono*:



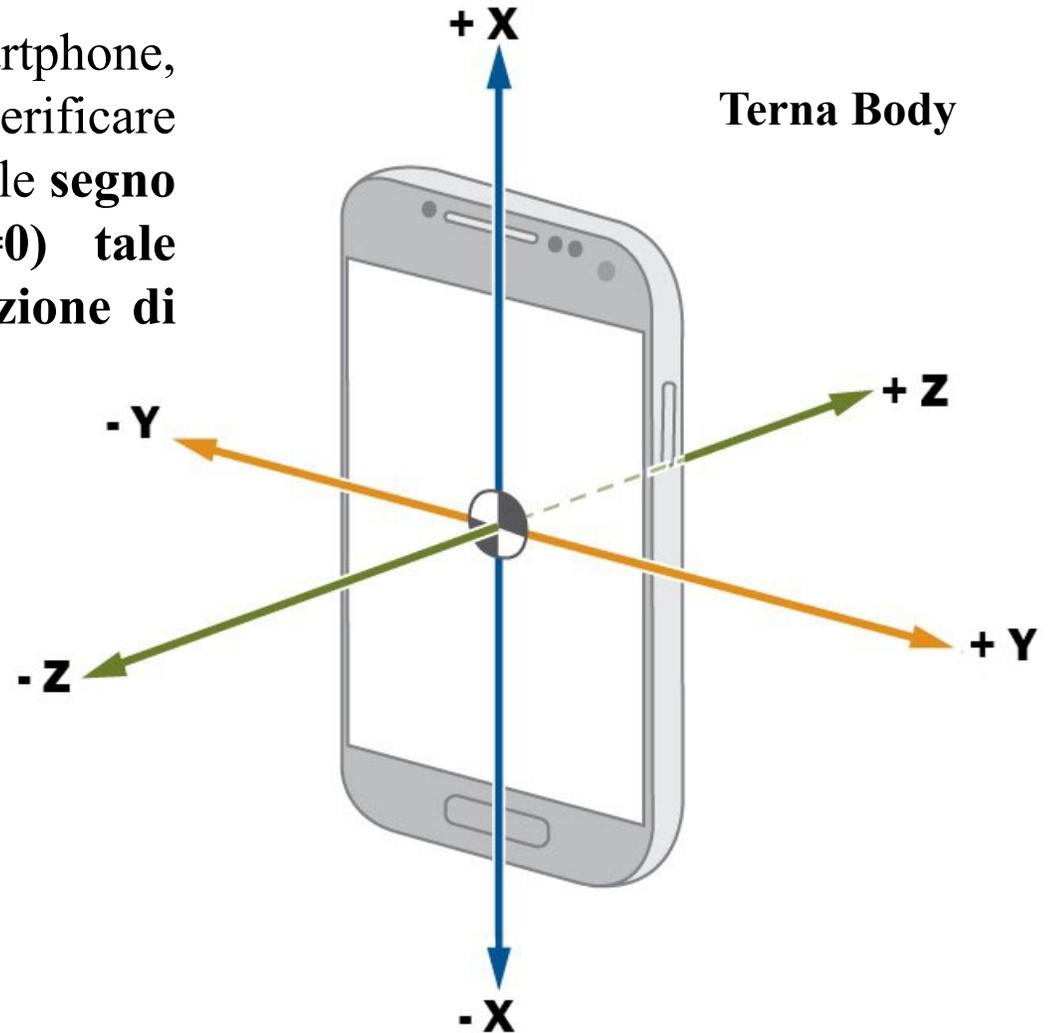
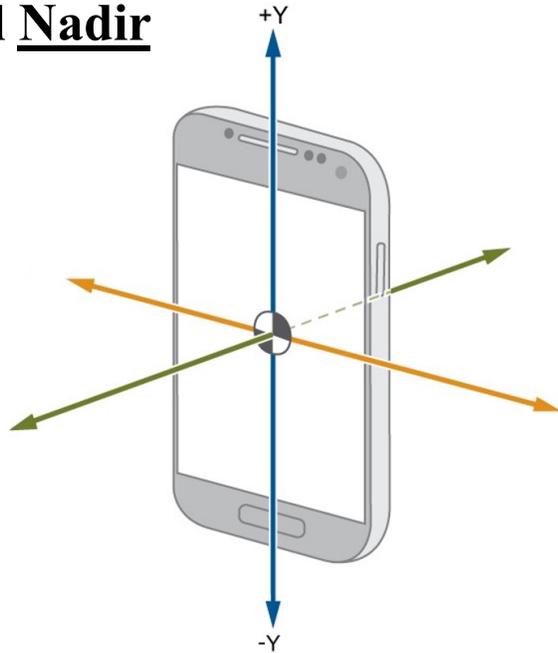
* L'App Compass utilizza misure dei tre magnetometri IMU del cellulare. Esercizio complementare sarà scrivere un algoritmo che processi le misure dei magnetometri (ottenuti sempre da Matlab Mobile) per ottenere la Prora Magnetica del dispositivo (**task_4**)

Navigazione Inerziale

NB_1. Verifica dell'orientamento degli assi della terna di misura (detta anche di piattaforma)

Per verificare l'orientamento degli assi del SdR dello smartphone, bisogna poggiare i suoi lati su una superficie orizzontale e verificare quale accelerometro misura (circa) l'accelerazione g e con quale segno ricordando che in queste condizioni di misura ($a=0$) tale accelerometro misura $f=a-G \cong a-g=-g$ opposto dell'accelerazione di gravità se diretto verso il Nadir

Ad esempio: se, posizionando il telefono in verticale, l'accelerometro y misura g , vuol dire che l'asse y sarà diretto nel modo mostrato:



Una volta determinata la Terna di Piattaforma convertirla nella terna body cambiando analiticamente segno o «significato» degli assi della terna di piattaforma

Navigazione Inerziale

NB_2. Per l'Allineamento Iniziale si consideri:

Se effettuiamo misure per uno smartphone all'interno della sede dell'Università del CDN allora si consideri: $\varphi = 40.516433 \text{ N}$.

Per la velocità angolare terrestre si consideri: $\sigma = 7.27 * 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

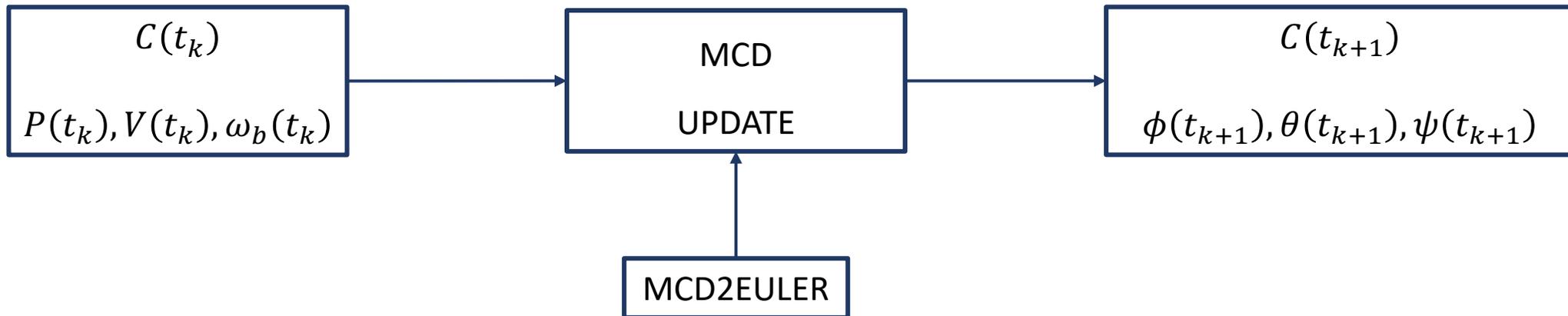
Come modulo dell'accelerazione di: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

NB_3. Ortogonalizzazione della MCD:

La MCD ottenuta attraverso il processo descritto non è una matrice ortogonale, per questo motivo sarà necessario renderla tale (**task_5**)

Navigazione Inerziale

NB_4. Possiamo usare la *data-collection* del cellulare fermo sia per l'allineamento iniziale (obiettivo di questa esercitazione) ma anche per vedere come variano gli angoli di Eulero stimati epoca per epoca (**task_6**), e cioè considerando ogni singola misura degli accelerometri e dei giroscopi per aggiornare la MCD (Calcolo diretto o mediante i quaternioni) e graficare l'evoluzione nel tempo di ogni angolo di assetto. Per questo task si utilizzi come assetto iniziale i valori di rollio, beccheggio e imbardata dati da Matlab Mobile alla prima epoca e costruire la function:



Dove:

$P(t_k)$ = posizione iniziale,
 $V(t_k)$ = velocità iniziale

ESERCITAZIONE C_02_03: MECCANIZZAZIONE UN SISTEMA STRAPDOWN

Navigazione Inerziale

Obiettivo:

Effettuare la Meccanizzazione di misure IMU strapdown collezionate durante una sessione cinematica.

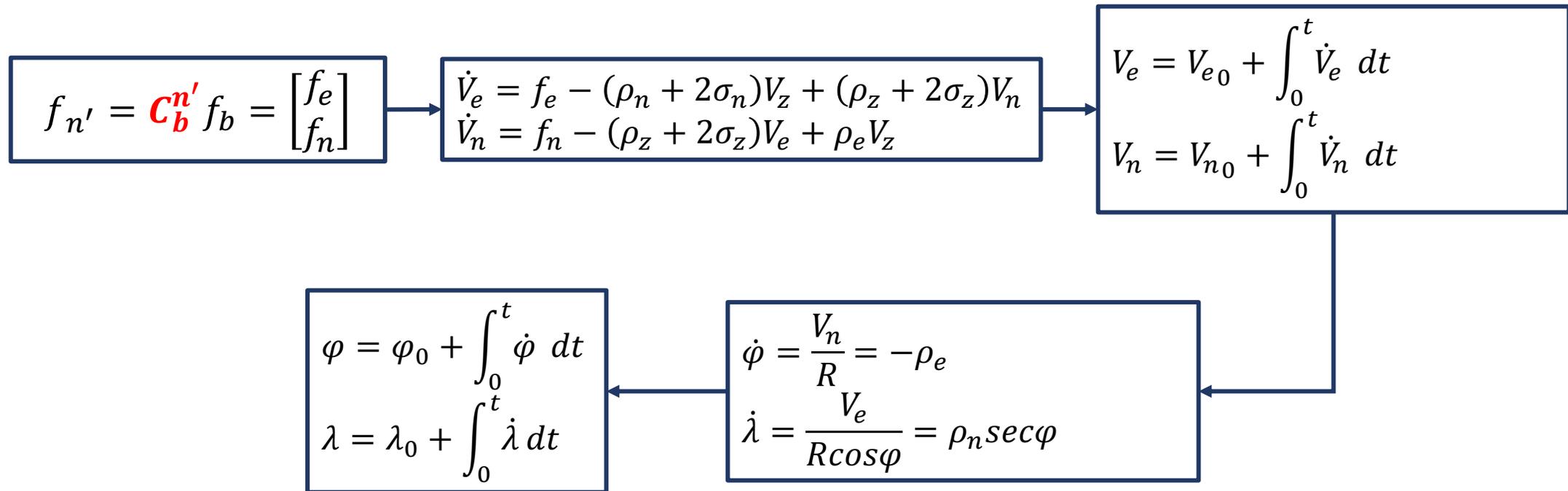
L'algoritmo dovrà pertanto:

- 1) Effettuare l'allineamento iniziale (Es. C02_2) e calcolare la MCD (**task 1**);
- 2) Aggiornare la MCD nelle diverse epoche di misura (utilizzando il metodo diretto o i quaternioni) e calcolare per ogni epoca gli angoli di Eulero (**task 2**);
- 3) Trasformare le misure degli accelerometri attraverso la MCD per ogni epoca di misura;
- 4) Stimare Velocità e la Posizione dello Smartphone per ogni epoca di misura. (**task 3**)

NB la posizione e la velocità stimati dall'algoritmo (che simula un sistema di navigazione strapdown) saranno utilizzati come posizione e velocità iniziali all'epoca successiva.

Navigazione Inerziale

Schema della meccanizzazione



È necessario conoscere all'epoca iniziale posizione (φ_0, λ_0) e la velocità iniziali (V_{e0}, V_{n0})

(φ, λ) e (V_e, V_n) diventeranno, rispettivamente la posizione e le velocità iniziali da impiegare nel calcolo della posizione e velocità all'epoca successiva.

Navigazione Inerziale

Descrizione della *datacollection*

- 1) Porsi su un punto di coordinate note
- 2) Raccogliere in modalità statica 10 secondi di dati (corrispondenti a 100 campioni impostando un data rate di 10 Hz) (**) utile per l'allineamento iniziale
- 3) Spostarsi lungo il percorso indicato

Per il (**task_3**):

Ottenute le posizioni, plottare su Google Maps attraverso il comando *kmlwrite*

(**)

La **posizione iniziale** del punto Start è nota grazie alla mappa (google map)

La **velocità iniziale** è nota (è nulla, in quanto inizialmente fermi)

L'**assetto iniziale** sarà imposto: rollio e beccheggio nulli perché appoggeremo lo smartphone su una superficie orizzontale, $\psi = 37^\circ$ perché «punteremo» lo smartphone lungo la direzione da percorrere. Potremo verificare che l'allineamento iniziale (**task 1**) ci dia proprio l'assetto imposto.

