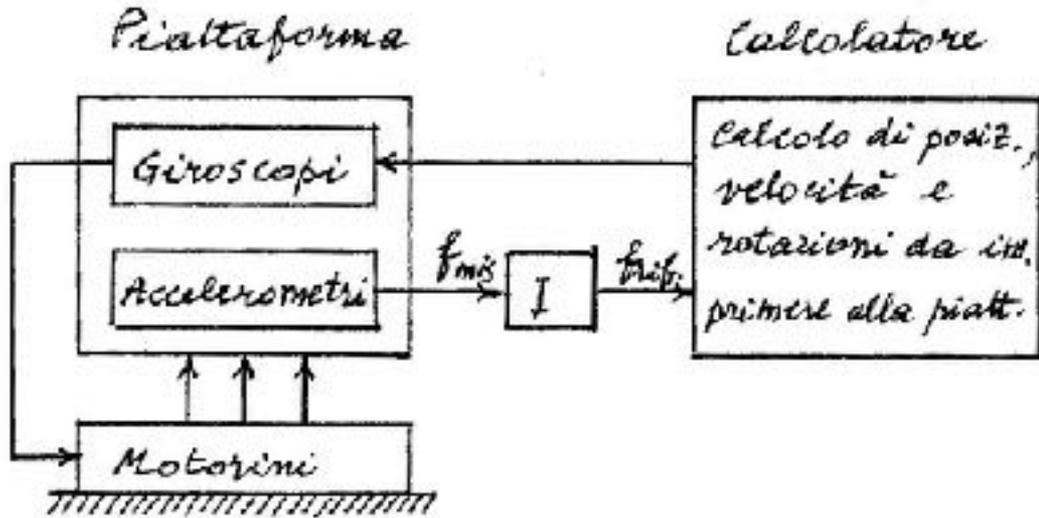


NAVIGAZIONE INTEGRATA

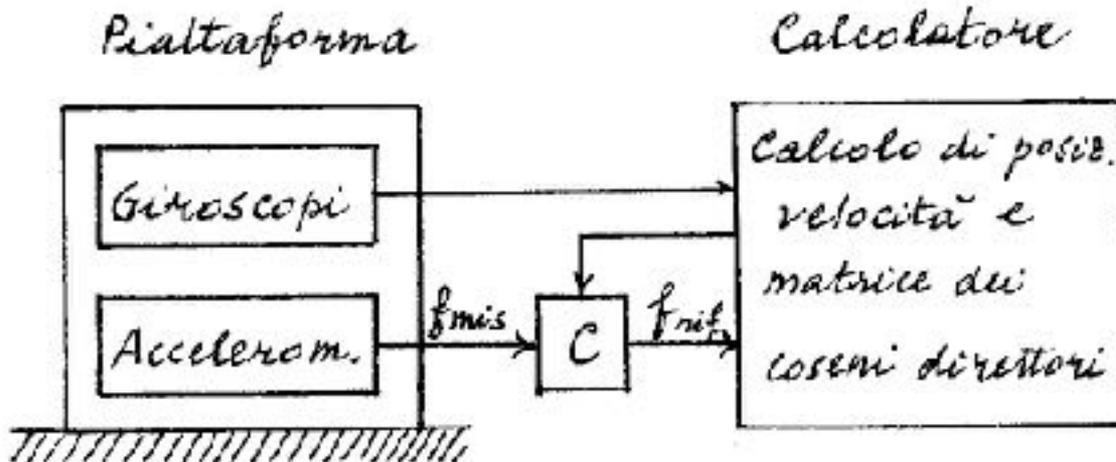
Piatt Ass. Vs Strapdown

Sistema a Piattaforma Asservita



Terna di Misura coincide Meccanicamente con terna di calcolo

Sistema Strapdown



Terna di Misura coincide analiticamente con terna di calcolo

FUNZIONE DELLA PIATTAFORMA

Navigazione Inerziale

- ◆ Lo scopo dei sistemi a piattaforma asservita è quello di realizzare una terna di riferimento:
 1. **stabile,**
 2. **indipendente dai moti del veicolo, rispetto alla quale posizionare gli assi degli accelerometri e dei giroscopi.**
- ◆ Nei sistemi per la **navigazione spaziale** gli assi della piattaforma sono fatti coincidere con gli assi di **una terna inerziale**

- ◆ Nei sistemi per la **Navigazione Marittima o Aerea** la piattaforma è mantenuta **orizzontalmente** allo scopo di conseguire i seguenti **vantaggi**:
 1. Una **Piattaforma Stabile** è di grande utilità in quanto essa permette di dare agli **accelerometri un assegnato orientamento che facilita il lavoro del calcolatore**;
 2. inoltre i sensori possono essere collocati in un ambiente **Privo di Accelerazioni spurie** in quanto la piattaforma assicura assenza di vibrazioni.

Navigazione Inerziale

- viene individuato un piano di grande utilità nella pratica della navigazione, specie per la definizione della direzione e dell'assetto;
- l'accelerazione di gravità \mathbf{g} è costantemente normale alla piattaforma per cui, nel caso di una terna *ENU*:

$$g_x = g_y = 0; \quad g_z = -g$$

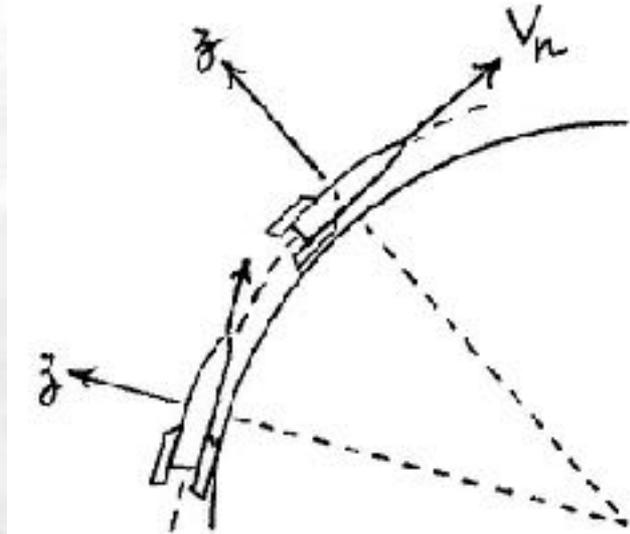
- si possono effettuare misure di azimut con elevata precisione.

Navigazione Inerziale

- ◆ Per mantenere la piattaforma stabile occorre affidarla ad ***una sospensione cardanica*** e sottoporla ad opportune rotazioni con l'ausilio di **motori posti sugli assi dei cardani** affinché l'assetto desiderato venga mantenuto.
- ◆ Le rotazioni alle quali la piattaforma deve essere sottoposta per conservare un assetto orizzontale devono tenere conto:
 - ◆ della rotazione terrestre,
 - ◆ **dello spostamento del veicolo sulla superficie terrestre.**

MOTO LUNGO UN MERIDIANO

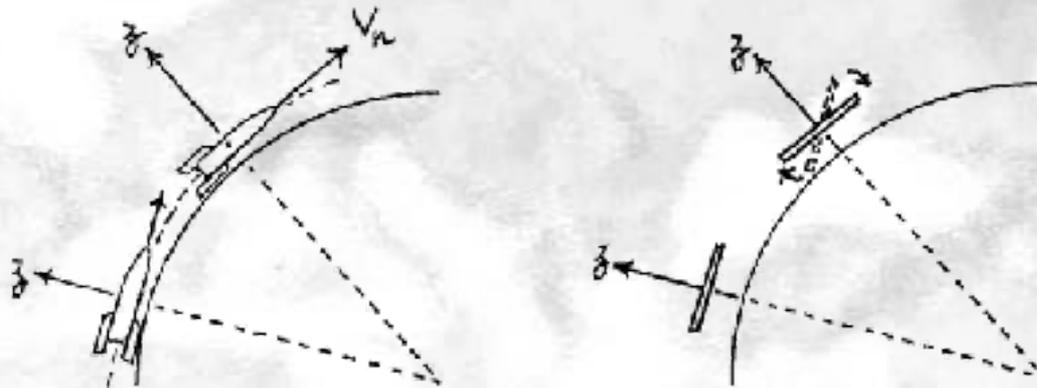
- ◆ Si consideri un caso semplice ipotizzando un veicolo che si sposta lungo un meridiano con velocità costante V_n nell'ipotesi:
- ◆ di Terra sferica di raggio R
- ◆ ed inerzialmente fissa e
- ◆ facendo astrazione dal campo gravitazionale.
- ◆ Il veicolo si sposta quindi con velocità angolare:



$$\rho_x = -V_n/R$$

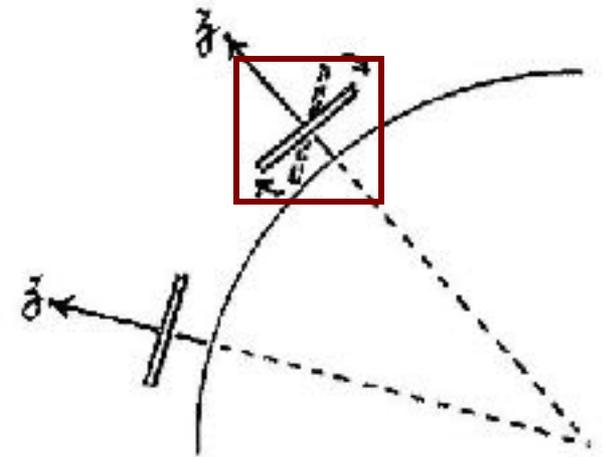
Navigazione Inerziale

- ◆ Supponiamo inoltre che il mobile può avere soltanto **un moto di beccheggio** ma nessun moto di rollio o di imbardata.
- ◆ **Per mantenere la piattaforma orizzontale** ad essa deve essere data la possibilità di poter ruotare liberamente intorno all'asse x di una terna ENU .



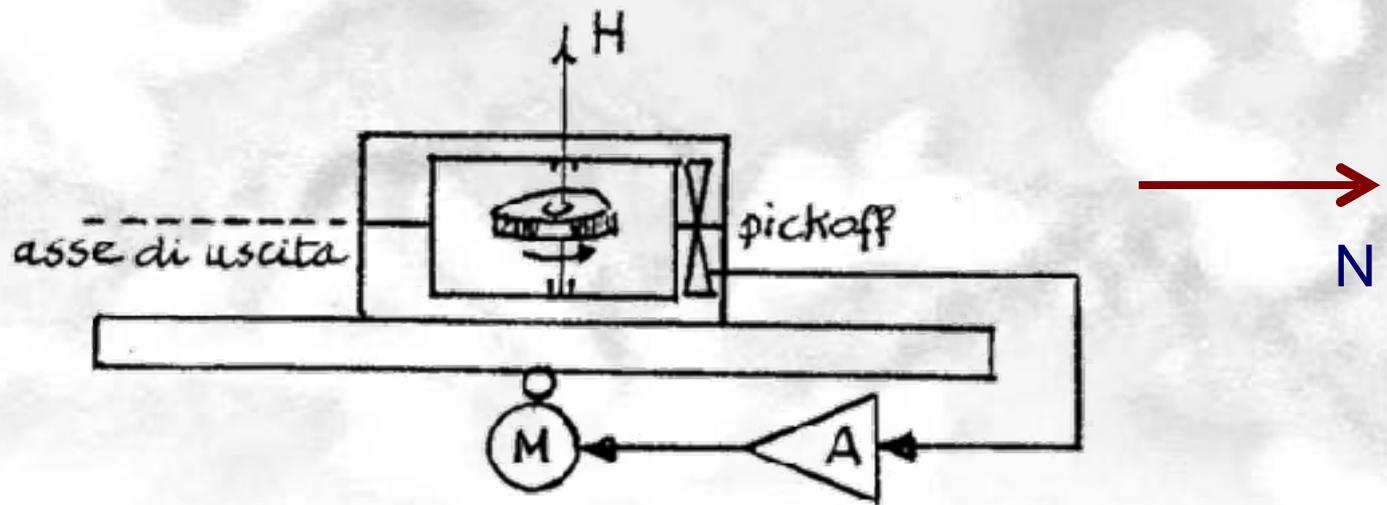
Navigazione Inerziale

- ◆ Pertanto, se non vi è alcun moto angolare, la piattaforma manterrà un riferimento **inerziale fisso**,
- ◆ **se invece è sottoposta allo stesso moto angolare** del veicolo ed è inizialmente orizzontale essa **conserverà l'assetto desiderato** a meno che non intervengano coppie perturbatrici.

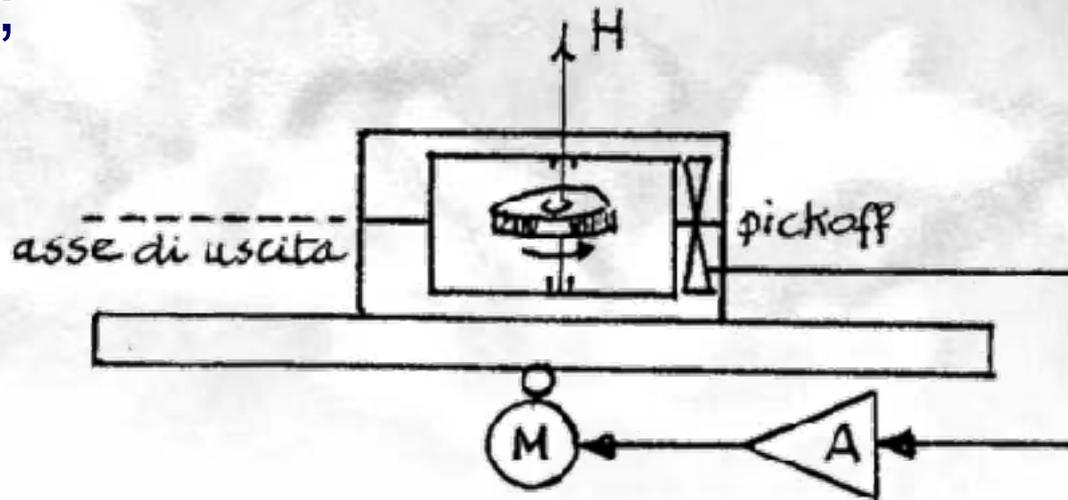


Navigazione Inerziale

- ◆ Un miglioramento delle prestazioni si consegue dotando la piattaforma di un **giroscopio integratore** con **asse di ingresso parallelo all'asse x della terna ENU**
- ◆ **asservendo l'uscita del pickoff** ad un motorino che, calettato sull'asse del cardano, trascina in rotazione la piattaforma.



- ◆ **Se la piattaforma deve essere mantenuta orizzontale**, essa deve essere ruotata alla stessa velocità angolare ρ_x con cui ruota la verticale.
- ◆ A tal fine:
- ◆ viene calcolata la coppia $H\rho_x$
- ◆ e la si applica al torquer (asse di ingresso) del giroscopio;



Navigazione Inerziale

- ◆ La **precisione** con cui la piattaforma mantiene o raggiunge la posizione desiderata dipende dalle **prestazioni del giroscopio**;
- ◆ se questo è sottoposto all'azione di una **coppia parassita** C_p la piattaforma subirà una velocità angolare indesiderata (**deriva**) pari a C_p/H .

PIATTAFORMA A TRE ASSI

Navigazione Inerziale

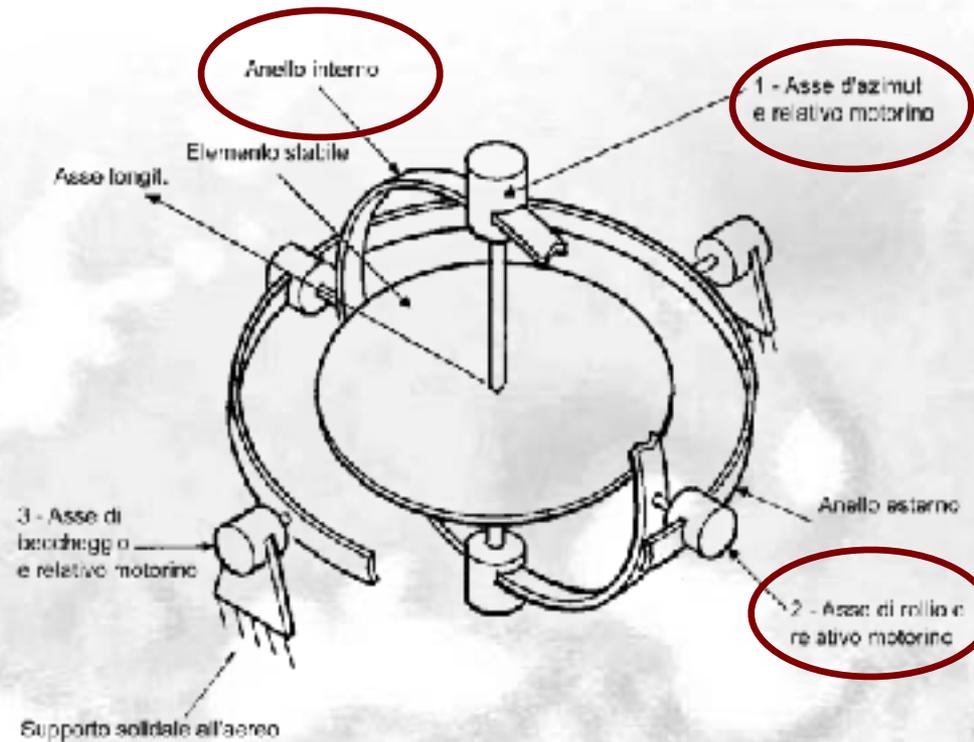
- ◆ Nel caso di un veicolo non sottoposto ad alcuna limitazione dei gradi di libertà (un **aeromobile**),
- ◆ affinché la piattaforma **assuma l'assetto desiderato**, indipendentemente dal moto del velivolo, è necessario ricorrere ad una sospensione cardanica a tre assi.



La piattaforma vera e propria (**elemento stabile**) sulla quale vengono collocati i sensori (accelerometri e giroscopi) è libera di ruotare intorno ad un **asse verticale**, detto **asse d'azimut (asse 1)**,

Tale asse è portato da un anello (**anello interno**)

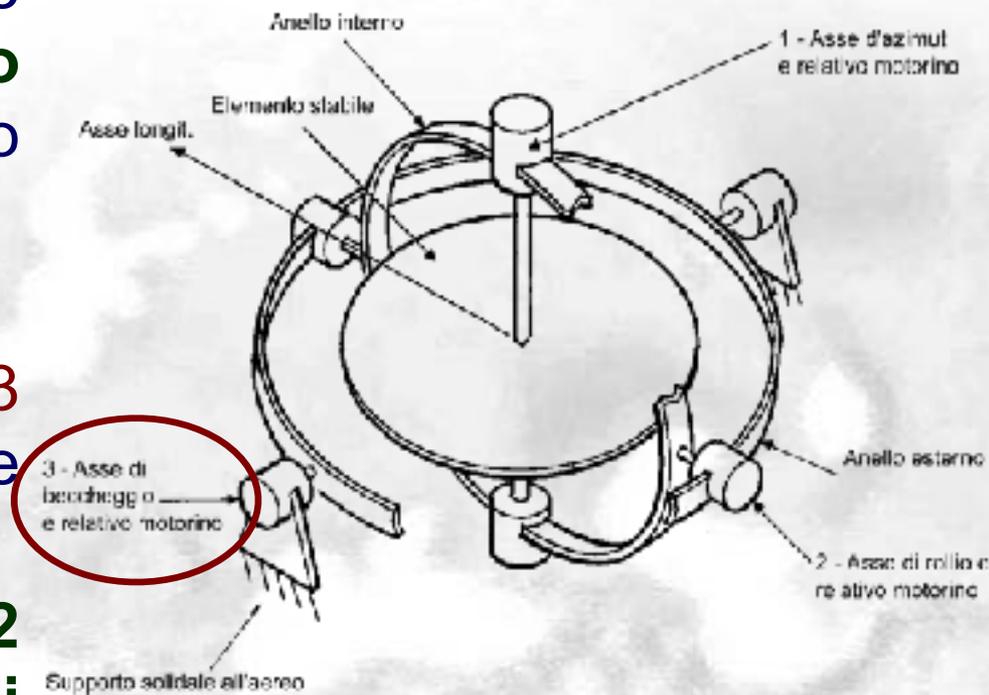
Tale anello ruota intorno ad un asse posto lungo **l'asse longitudinale dell'aeromobile** e detto **di rollio (asse 2)** perpendicolare all'asse 1.



Un **anello esterno**, a sua volta, assicura il movimento angolare intorno **all'asse di beccheggio (asse 3)** affidato ad un supporto solidale all'aereo.

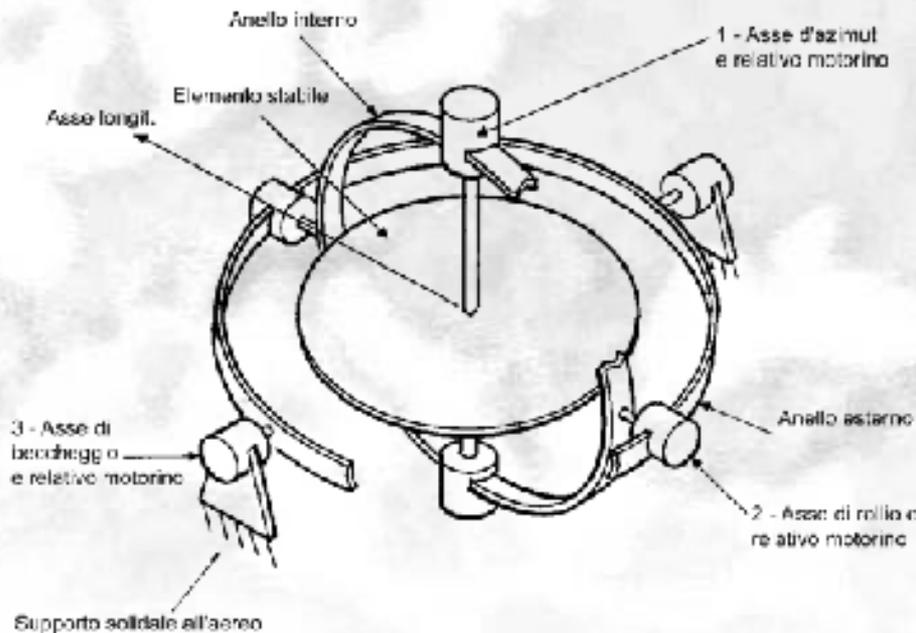
La posizione degli **assi 2 e 3** potrebbe anche essere **invertita**;

In tal caso **l'asse 2** coinciderebbe con **l'asse di beccheggio** e **l'asse 3** col **quello di rollio**.



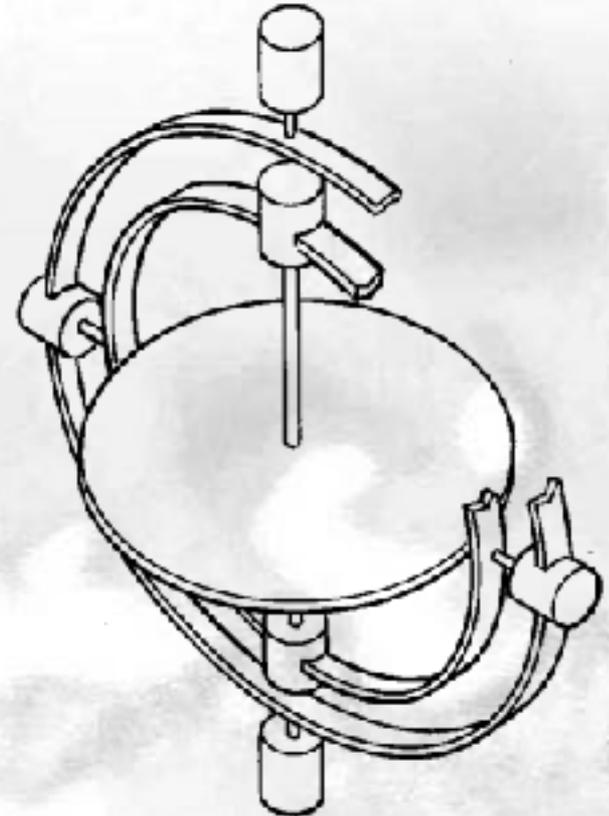
Navigazione Inerziale

- ◆ La posizione degli assi, così come in figura, è detta **posizione canonica**.
- ◆ Per il modo con cui è costruita la sospensione cardanica l'asse 1 è sempre perpendicolare all'asse 2 e questo all'asse 3 mentre gli assi 1 e 3 possono formare tra loro un angolo qualsiasi. **Indicando con α tale angolo**, si ha che quando $\alpha \neq 90^\circ$ si perde la posizione canonica.



Navigazione Inerziale

- ◆ Di conseguenza, per particolari manovre del veicolo, per esempio per un **angolo di rollio di 90°** , l'angolo α raggiunge il valore zero e gli **assi 1 e 3 vengono a coincidere** diventando complanari con l'asse 2.
- ◆ La piattaforma perde allora un grado di libertà
- ◆ Se il veicolo è sottoposto, nella posizione di rollio di 90° , **ad un moto di beccheggio**, non è più libera di ruotare intorno all'asse perpendicolare al piano definito dai tre assi.
- ◆ Tale posizione è detta **GIMBAL LOCK**.



Navigazione Inerziale

- ◆ Nel caso di inversione degli assi 2 e 3, il *gimbal lock* si verificherebbe nel corso di una manovra di **looping** quando **l'angolo di beccheggio raggiunge il valore di 90°**.
- ◆ Sugli **aerei civili** è preferibile avere una piattaforma a tre assi ponendo **l'asse 3 coincidente con l'asse longitudinale** in modo che le limitate variazioni di assetto longitudinale mantengono la piattaforma lontana dalle condizioni di *gimbal lock*.



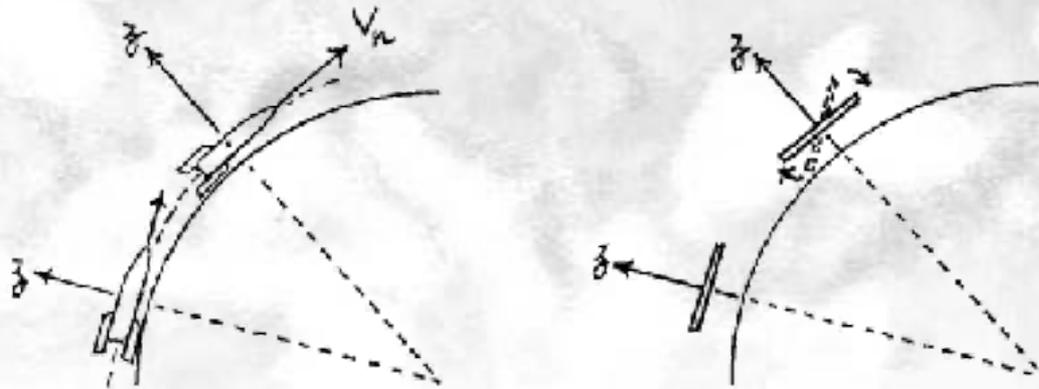
**PIATTAFORMA DI SCHULER
COMPORTAMENTO ED ERRORI
RELATIVI**

Navigazione Inerziale

- ◆ La **piattaforma asservita** deve conservare un determinato orientamento rispetto alla superficie terrestre indipendentemente dai movimenti dell'aeromobile; si è visto che **l'assetto migliore per applicazioni di navigazione superficiale è quello orizzontale.**
- ◆ Il problema si riduce, pertanto, alla **determinazione della verticale**, cosa semplice per un aereo fermo ma non per un aereo in movimento per la presenza di altre accelerazioni oltre quella di gravità.

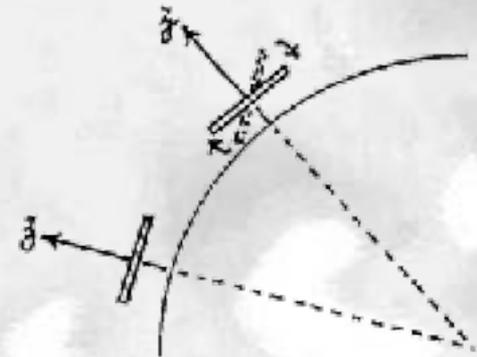
Navigazione Inerziale

- ◆ Riferendosi sempre al caso dell'aereo che si sposta lungo il meridiano di una Terra di forma sferica, **affinchè la piattaforma si mantenga orizzontale**, nonostante il moto dell'aereo, occorre imporre le seguenti condizioni:



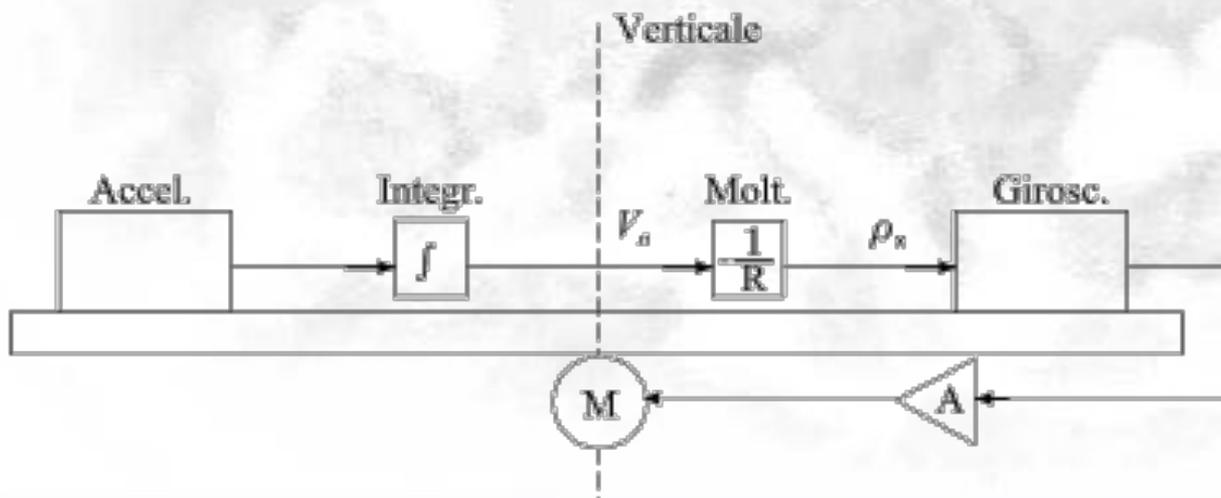
Navigazione Inerziale

- ◆ la piattaforma all'istante iniziale deve essere perfettamente orizzontale;
- ◆ la **velocità angolare alla quale deve essere precessionata** la piattaforma intorno all'asse x deve essere uguale alla **velocità ρ_x con cui ruota la verticale.**



La piattaforma è equipaggiata di:

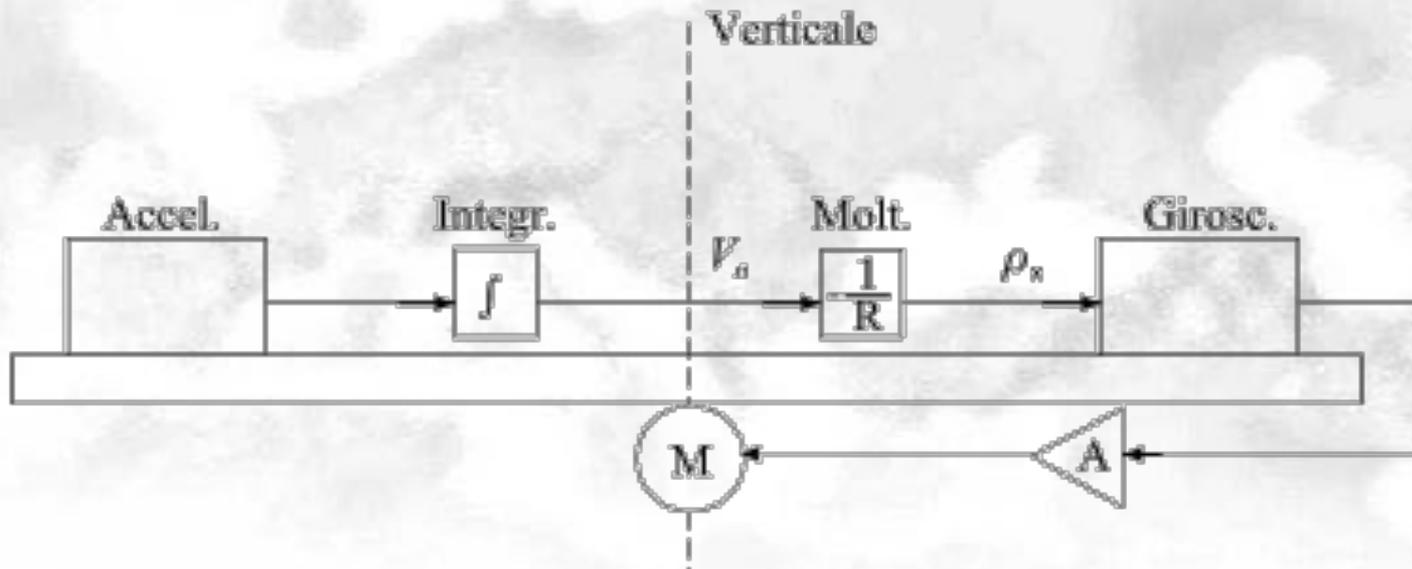
- ◆ un **accelerometro** il cui asse sensibile è diretto secondo l'asse Nord (nel piano del meridiano);
- ◆ un **integratore** che trasforma l'accelerazione misurata nella velocità V_n ;
- ◆ un **moltiplicatore** che trasforma la velocità V_n nella **velocità angolare ρ_x da applicare al giroscopio** affinché controlli il motorino della piattaforma.



$$\rho_x = - \frac{V_n}{R}$$

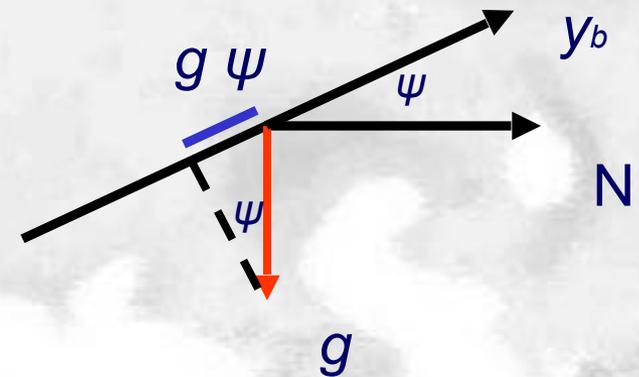
Navigazione Inerziale

- ◆ Se le condizioni poste sono tutte verificate e l'accelerometro ed il giroscopio **sono esenti da errori**, la piattaforma rimarrà esattamente nel piano orizzontale;
- ◆ di conseguenza non vi sarà alcuna componente dell'accelerazione di gravità che verrà rilevata dall'accelerometro
- ◆ La sola accelerazione misurata sarà quella dovuta al moto dell'aereo.



Navigazione Inerziale

- ◆ Se la piattaforma per un qualsiasi motivo è ruotata intorno all'asse x di un angolo ψ ,
- ◆ l'accelerometro misurerà una componente dell'accelerazione di gravità pari a $g \sin \psi = g \psi$
- ◆ **che, integrata, si tradurrà in una velocità (V_n) fittizia che provocherà un segnale di coppia per il giroscopio.**



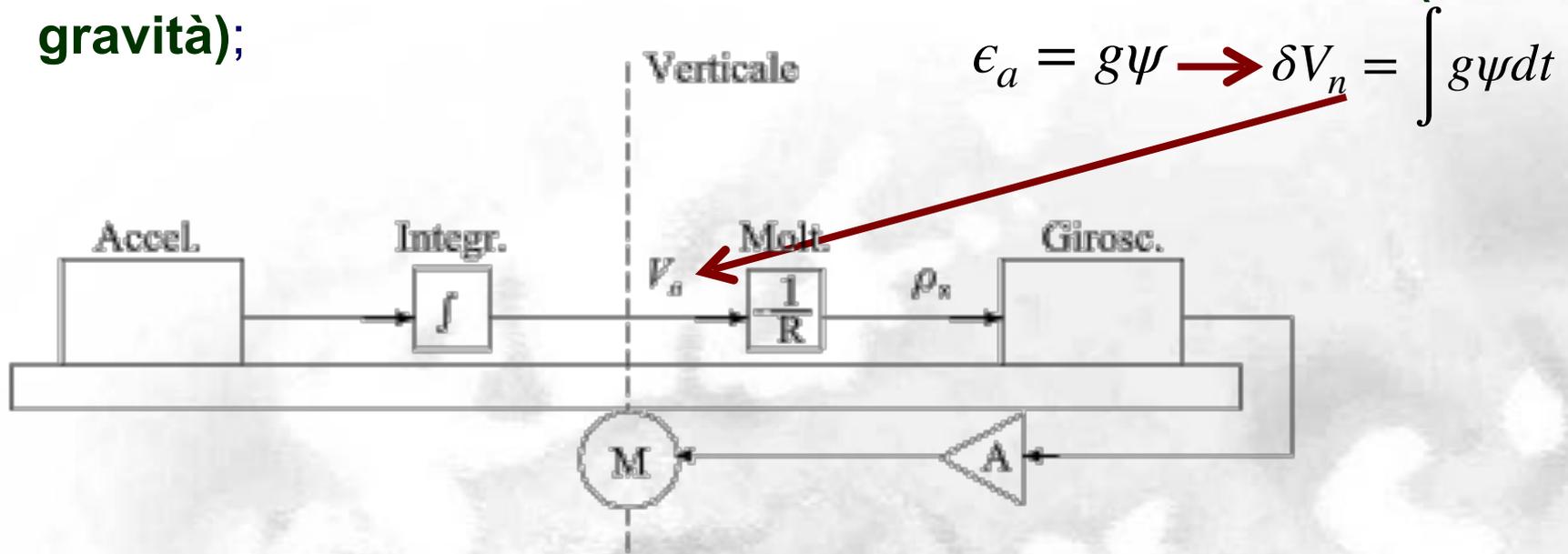
$$g_y = g \sin \psi = g \psi$$



$$\int g \psi dt = V_n$$

Navigazione Inerziale

- L'accelerometro non è in grado di distinguere tra accelerazioni dovute al moto dell'aereo ed altre accelerazioni (acc. di gravità);



pertanto la piattaforma verrà sottoposta ad una **velocità angolare diversa rispetto alla rotazione della verticale.**

- La **velocità angolare di disallineamento della piattaforma** sarà data da:

$$\dot{\psi} = -\frac{1}{R} \int_0^t g\psi dt = -\frac{g}{R} \int_0^t \psi dt$$

Navigazione Inerziale

- ◆ Derivando

$$\ddot{\psi} + \omega_0^2 \psi = 0$$

- ◆ avendo posto

$$\omega_0^2 = \frac{g}{R}$$

- ◆ Questa è l'equazione di un moto oscillatorio e precisamente l'equazione del moto di un pendolo semplice privo di smorzamento di lunghezza pari al raggio terrestre R sottoposto all'azione dell'accelerazione di gravità g il cui periodo, essendo $\omega_0 = 2\pi/T$ è dato dall'equazione:

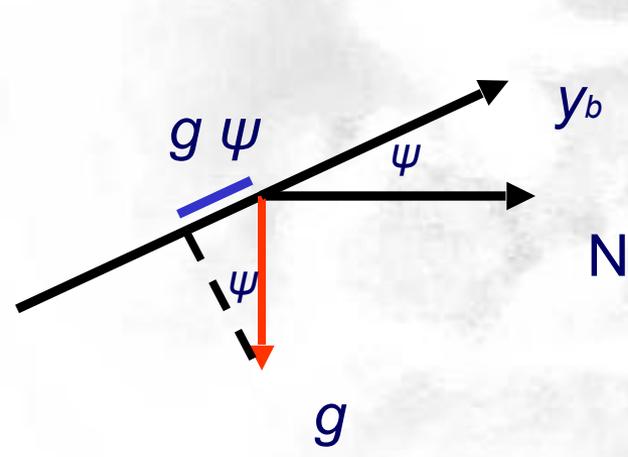
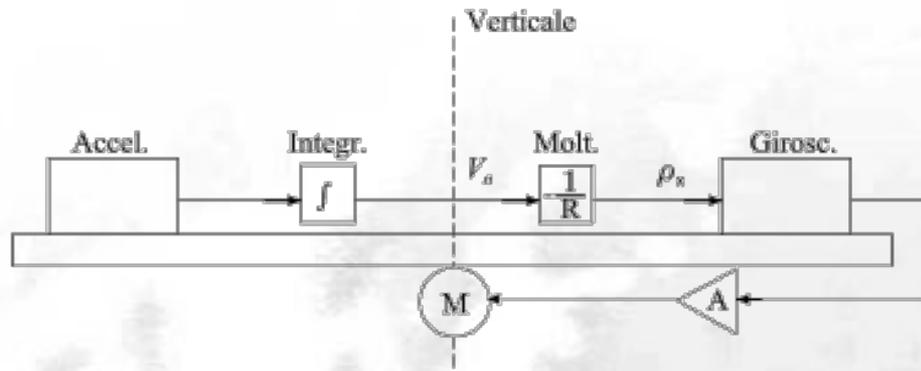
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$

- ◆ ed è **uguale a 84.4 minuti**. Il detto periodo è noto come **periodo di Schuler** dal nome del fisico Maximilian Schuler.

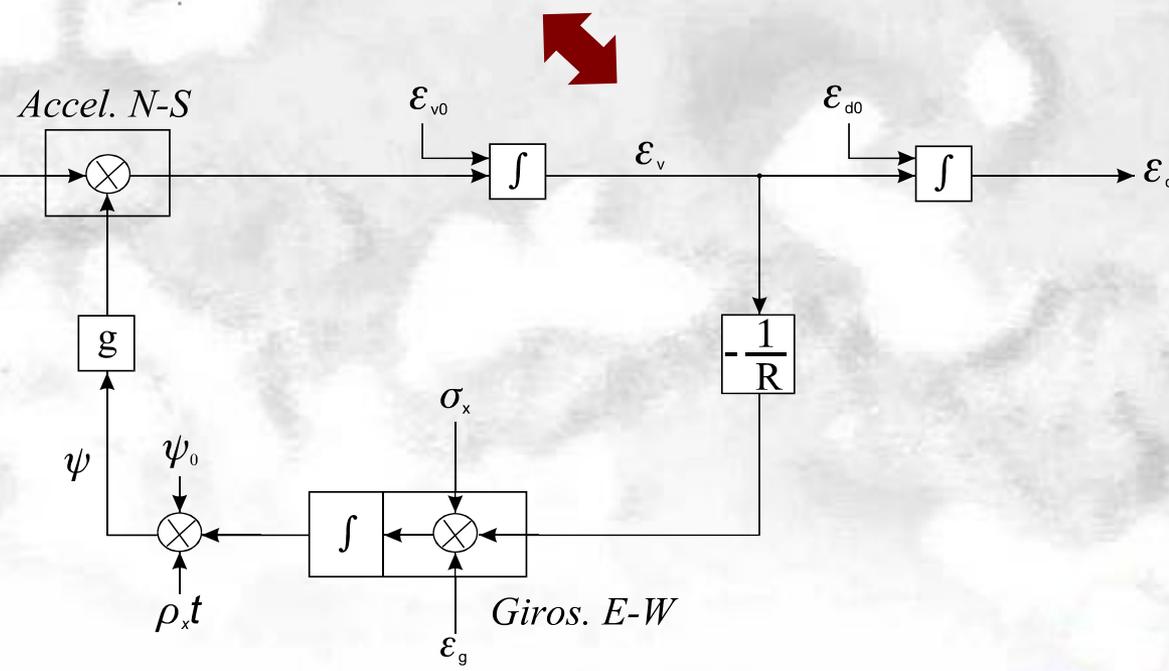


**COMPORAMENTO DELLA
PIATTAFORMA DI SCHULER
ERRORI RELATIVI**

Navigazione Inerziale

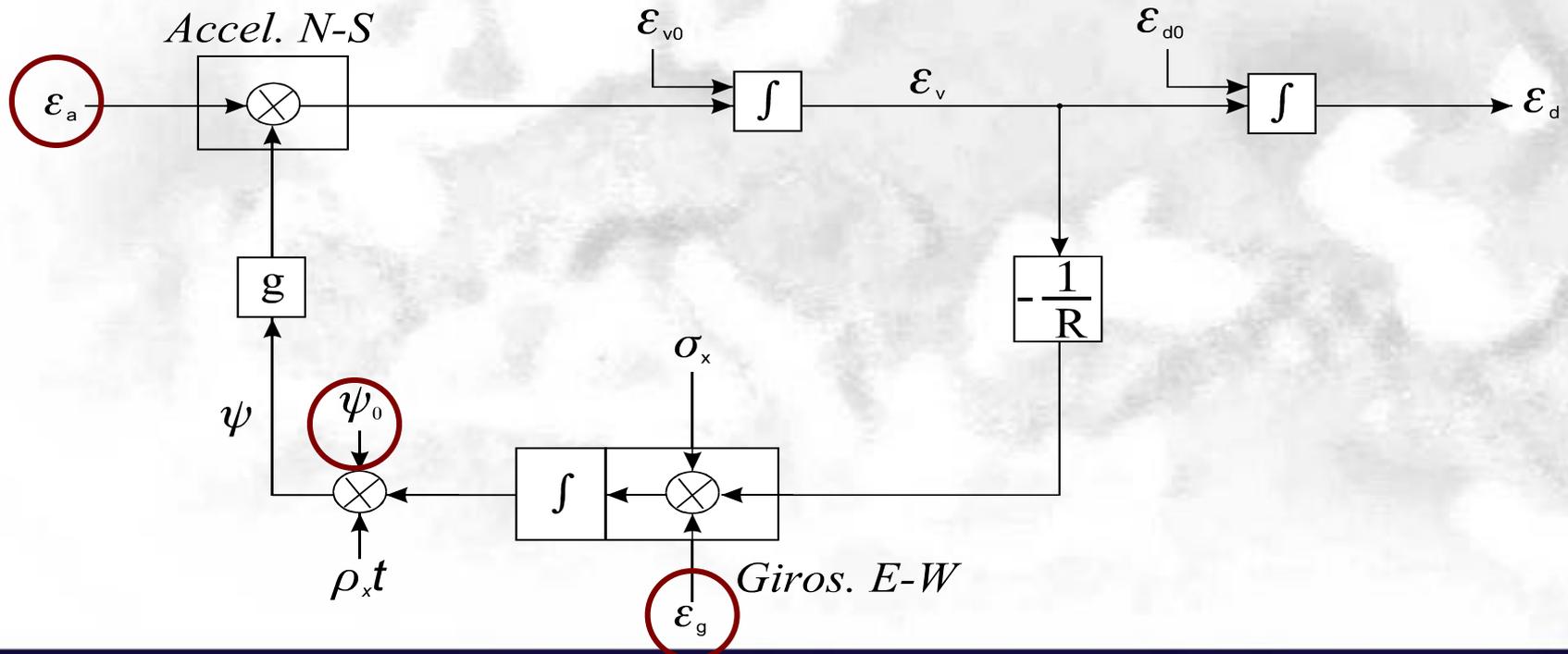


$$g_y = g \sin \psi \approx g \psi$$



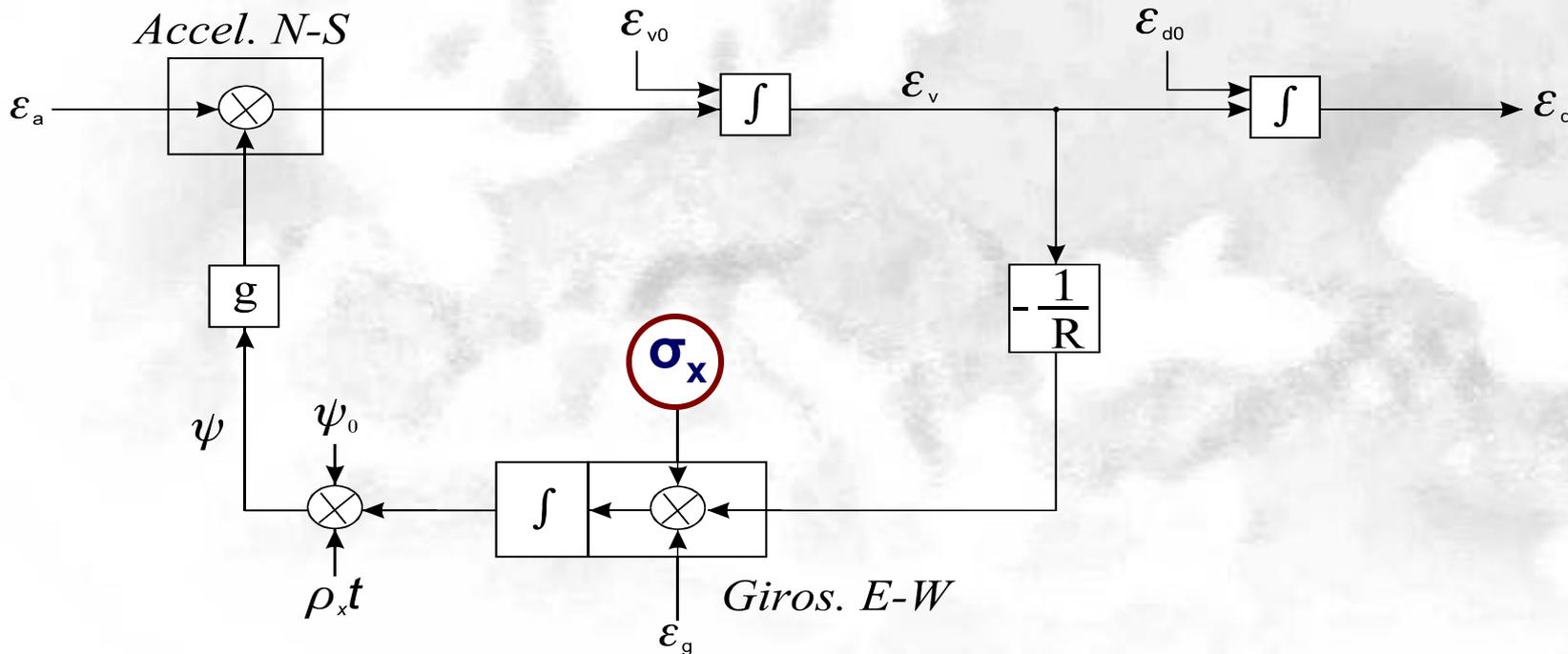
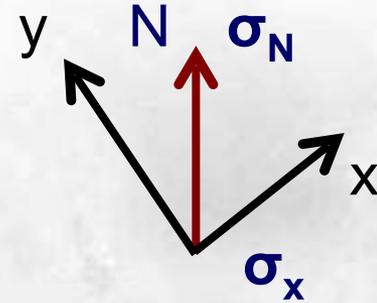
Navigazione Inerziale

- ◆ I motivi per cui la piattaforma **si allontana dal piano orizzontale** possono essere individuati osservando lo schema in cui:
 - ◆ la piattaforma è, all'istante iniziale t_0 , disallineata dell'angolo ψ_0 ;
 - ◆ l'accelerometro ha un errore sistematico (**bias**) pari a ε_a ;
 - ◆ il giroscopio E-W è sottoposto ad una **deriva** ε_g ;



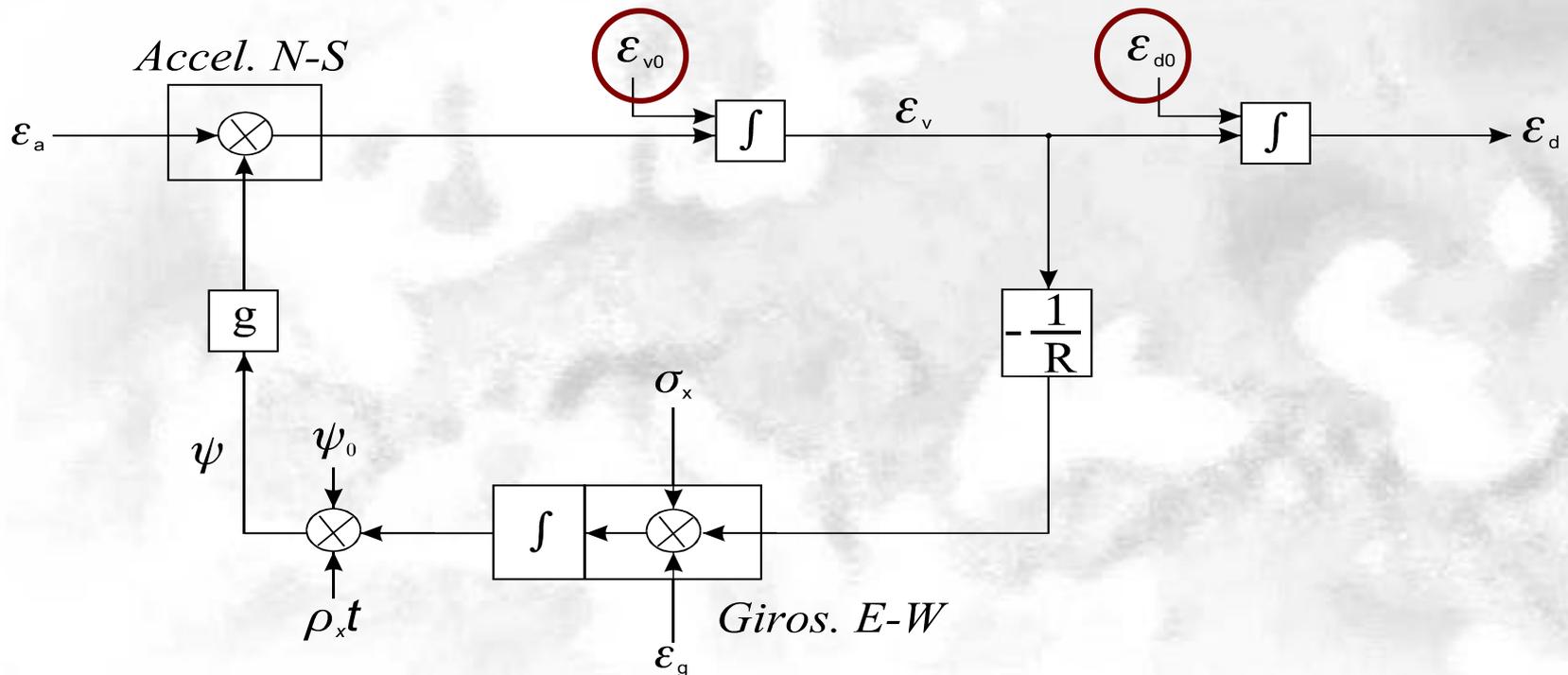
Navigazione Inerziale

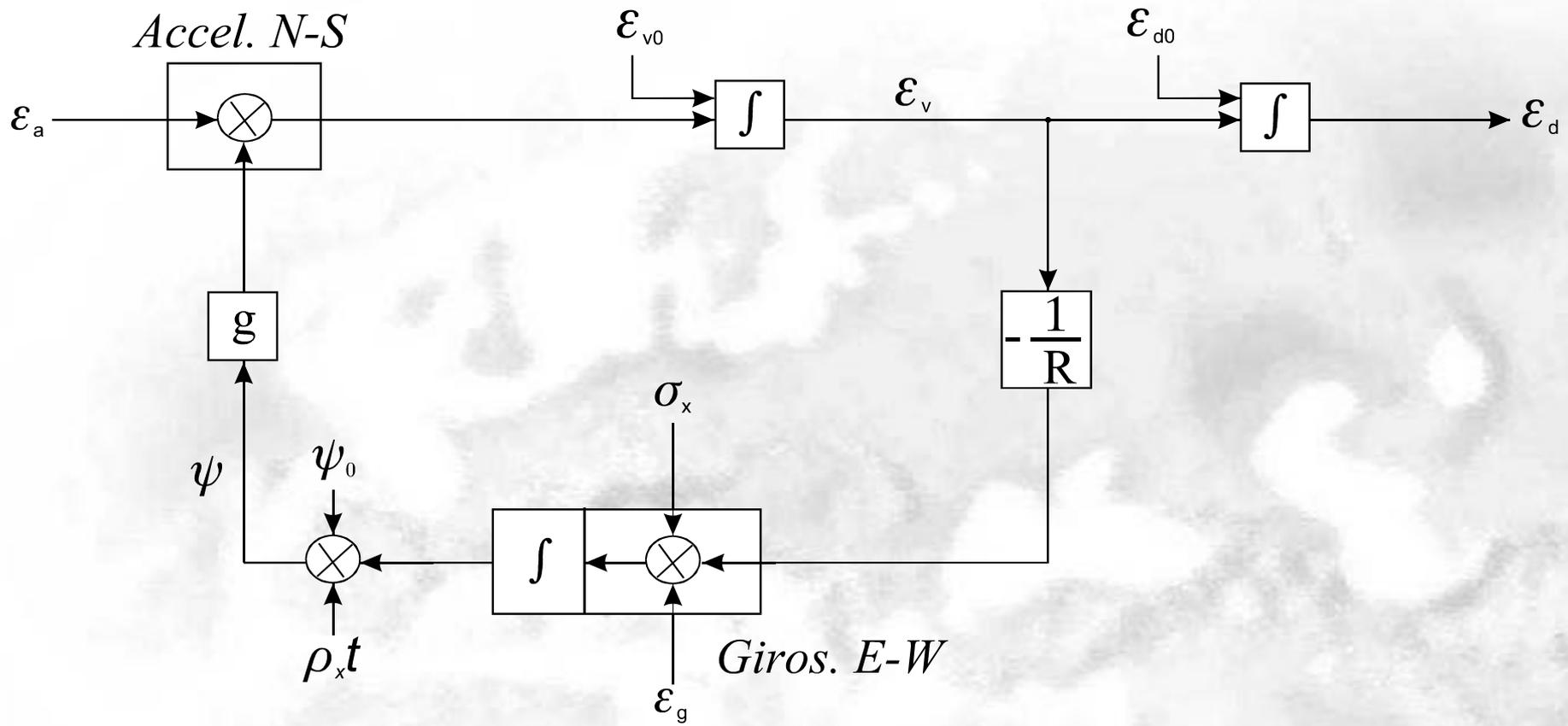
L'asse y della piattaforma è deviato, rispetto alla **linea meridiana**, di un angolo ψ_z e pertanto il giroscopio sarà sollecitato da una componente σ_x della velocità angolare terrestre σ .



Navigazione Inerziale

- ◆ si è in presenza di un errore ε_{d0} nella posizione iniziale ed ε_{v0} nella velocità iniziale.





- ♦ **La velocità angolare di disallineamento della piattaforma sarà data da:**

$$\dot{\psi} = -\frac{1}{R} \int_0^t g \psi dt = -\frac{g}{R} \int_0^t \psi dt$$

DERIVANDO

- ♦ Consideriamo la trasformata di Laplace dell'equazione:

$$\ddot{\psi} + \omega_0^2 \psi = 0$$



$$s^2 \psi(s) - s\psi(0) - \dot{\psi}(0) + \omega_0^2 \psi(s) = 0$$

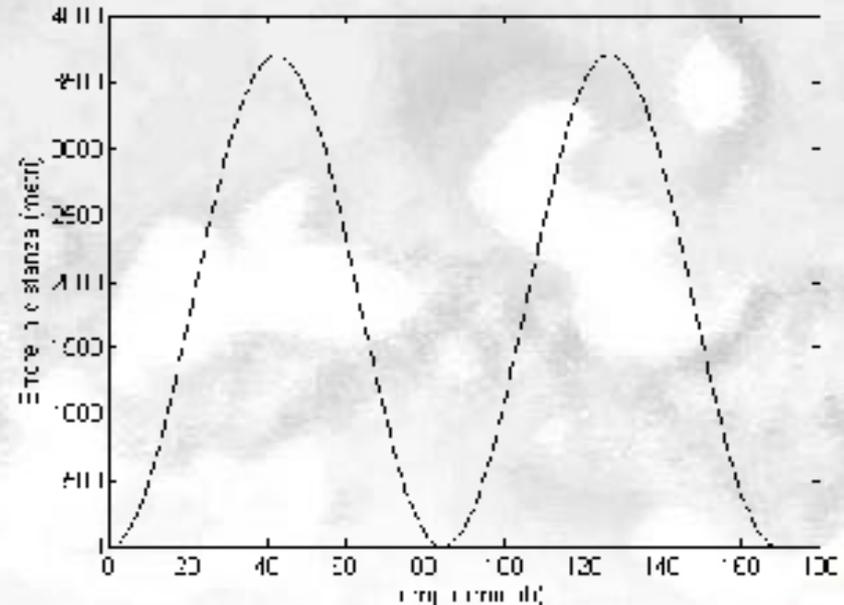
RISOLUZIONE EQUAZIONE DIFFERENZIALE
si veda dispensa 16_C02_A04_2

Navigazione Inerziale

DISALLINEAMENTO INIZIALE o Misura di Accelerometro errata

$$\varepsilon_d = \frac{g\psi_0}{\omega_0^2} (1 - \cos\omega_0 t) = R\psi_0 (1 - \cos\omega_0 t)$$

- ◆ Per un valore di $\psi_0 = 1'$ si hanno errori in distanza, fino ad un massimo di 2 NM, di carattere periodico (84.4 min).
- ◆ Tali errori sono meno temibili rispetto ad altri errori il cui andamento è crescente nel tempo e per tale motivo vengono detti;
- ◆ ERRORI DI PRIMA CLASSE.

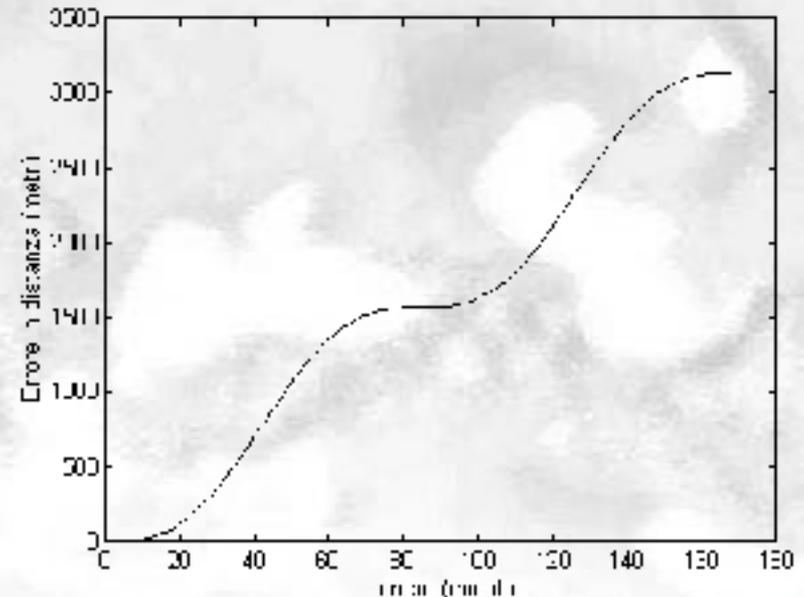


Navigazione Inerziale

DERIVA DEL GIROSCOPIO E-W

$$\varepsilon_d = R\varepsilon_g \left(t - \frac{\sin \omega_0 t}{\omega_0} \right)$$

- ◆ Errore proporzionale alle ore di volo;
- ◆ Per esempio, per una deriva di $0.01^\circ/\text{h}$, si ha un errore di distanza di circa **0.6 NM/h**, con oscillazioni di $\pm 0.13 \text{ NM}$.
- ◆ ERRORI DI SECONDA CLASSE.

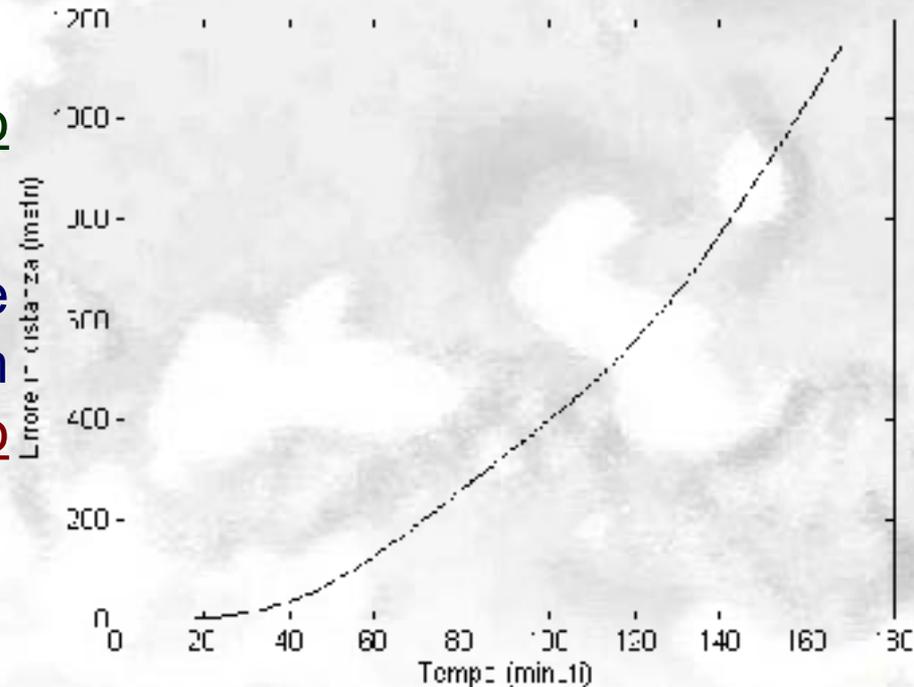


Navigazione Inerziale

DERIVA DEL GIROSCOPIO VERTICALE

$$\varepsilon_d = R\sigma\varepsilon_g \cos\varphi \left(\frac{t^2}{2} - \frac{1 - \cos\omega_0 t}{\omega_0^2} \right)$$

- ◆ Errore proporzionale al quadrato delle ore di volo;
- ◆ Per un valore deriva di 0.01 °/h e alle latitudini equatoriali si ha un errore di 0,16 NM dopo un tempo uguale a T e 0.62 NM per $t=2T$.
- ◆ **ERRORI DI SECONDA CLASSE.**



Navigazione Inerziale

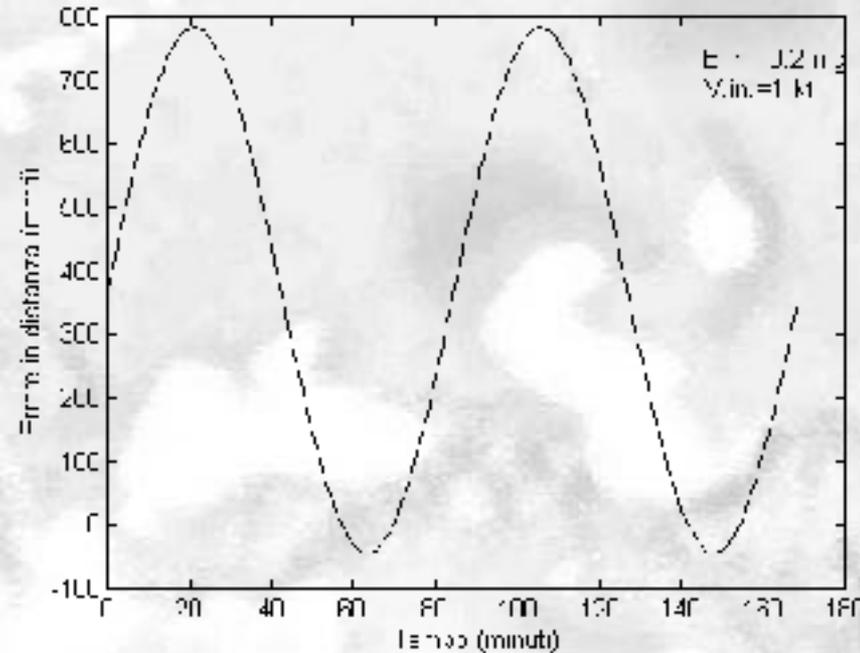
Valutazione Errata della velocità iniziale

ε_{v0}



$$\varepsilon_d = \frac{\varepsilon_{v0}}{\omega_0} \sin \omega_0 t$$

- ◆ Nel caso in cui si ha anche una sbagliata valutazione iniziale di distanza ε_{d0}
- ◆ Il sistema sarà affetto da un errore di carattere periodico come mostrato in figura.



ERRORI DI PRIMA CLASSE

Navigazione Inerziale

- ◆ In conclusione può dirsi che gli **errori più importanti vengono dai giroscopi ed essi sono detti di II classe**;
- ◆ si comprende quindi come la precisione della navigazione inerziale sia legata essenzialmente alla tecnologia dei giroscopi.
- ◆ La presenza di oscillazioni non smorzate della piattaforma comporta **errori nella determinazione della verticale** e, di conseguenza, nella posizione dell'aeromobile.
- ◆ È necessario, pertanto, che le oscillazioni **vengano smorzate**;