

Continuità

Definizione di continuità in un punto

Siano $X \subseteq \mathbb{R}$, $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ e $x_0 \in X$. Si dice che la funzione f è *continua* in x_0 se

$$\forall I \in I(f(x_0)), \exists J \in J(x_0) : f(J \cap X) \subseteq I$$

Definizione di continuità in un punto

Siano $X \subseteq \mathbb{R}$, $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ e $x_0 \in X$. Si dice che la funzione f è **continua** in x_0 se

$$\forall I \in I(f(x_0)), \exists J \in J(x_0) : f(J \cap X) \subseteq I$$

Si può dimostrare che f è continua in x_0 , se e soltanto se è valida una delle seguenti alternative:

- 1 x_0 punto di accumulazione per X . f è regolare in x_0 e

$$\lim_{x_0} f(x) = f(x_0);$$

- 2 x_0 punto isolato di X .

Si può dimostrare che f è continua in x_0 , se e soltanto se è valida una delle seguenti alternative:

- 1 x_0 punto di accumulazione per X . f è regolare in x_0 e

$$\lim_{x_0} f(x) = f(x_0);$$

- 2 x_0 punto isolato di X .

Si può dimostrare che f è continua in x_0 , se e soltanto se è valida una delle seguenti alternative:

- 1 x_0 punto di accumulazione per X . f è regolare in x_0 e

$$\lim_{x_0} f(x) = f(x_0);$$

- 2 x_0 punto isolato di X .

Si può dimostrare che f è continua in x_0 , se e soltanto se è valida una delle seguenti alternative:

- 1 x_0 punto di accumulazione per X . f è regolare in x_0 e

$$\lim_{x_0} f(x) = f(x_0);$$

- 2 x_0 punto isolato di X .

Definizione di continuità

Siano $X \subseteq \mathbb{R}$ e $f : X \rightarrow \mathbb{R}$

Si dice che f è continua in X se essa è continua in tutti i punti di X .

Definizione di continuità

Siano $X \subseteq \mathbb{R}$ e $f : X \rightarrow \mathbb{R}$

Si dice che f è continua in X se essa è continua in tutti i punti di X .

Teorema

Le funzioni elementari sono continue nei rispettivi insiemi di definizione.

Teorema

Somma algebrica, prodotto, rapporto e composta di funzioni continue è continua.

Teorema

Le funzioni elementari sono continue nei rispettivi insiemi di definizione.

Teorema

Somma algebrica, prodotto, rapporto e composta di funzioni continue è continua.

Punti di discontinuità

Siano $X \subseteq \mathbb{R}$, $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ e x_0 un punto di accumulazione per X .

Se f non è continua in x_0 , si dice che x_0 è un punto di discontinuità

- **eliminabile** se $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \in \mathbb{R}$;
- **non eliminabile** altrimenti. In particolare la discontinuità è
 - **di I specie** se

$$\begin{aligned} \exists \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l_1, \quad \exists \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l_2 \\ l_1, l_2 \in \mathbb{R}, \quad l_1 \neq l_2; \end{aligned}$$

- **di II specie** negli altri casi.

Siano $X \subseteq \mathbb{R}$, $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ e x_0 un punto di accumulazione per X .

Se f non è continua in x_0 , si dice che x_0 è un punto di discontinuità

- **eliminabile** se $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \in \mathbb{R}$;
- **non eliminabile altrimenti**. In particolare la discontinuità è
 - **di I specie** se

$$\begin{aligned} \exists \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l_1, \quad \exists \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l_2 \\ l_1, l_2 \in \mathbb{R}, \quad l_1 \neq l_2; \end{aligned}$$

- **di II specie** negli altri casi.

Siano $X \subseteq \mathbb{R}$, $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ e x_0 un punto di accumulazione per X .

Se f non è continua in x_0 , si dice che x_0 è un punto di discontinuità

- **eliminabile** se $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \in \mathbb{R}$;
- **non eliminabile altrimenti**. In particolare la discontinuità è
 - di I specie se

$$\begin{aligned} \exists \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l_1, \quad \exists \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l_2 \\ l_1, l_2 \in \mathbb{R}, \quad l_1 \neq l_2; \end{aligned}$$

- di II specie negli altri casi.

Punti di discontinuità

Siano $X \subseteq \mathbb{R}$, $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ e x_0 un punto di accumulazione per X .

Se f non è continua in x_0 , si dice che x_0 è un punto di discontinuità

- **eliminabile** se $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \in \mathbb{R}$;
- **non eliminabile** altrimenti. In particolare la discontinuità è
 - di I specie se

$$\begin{aligned} \exists \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l_1, \quad \exists \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l_2 \\ l_1, l_2 \in \mathbb{R}, \quad l_1 \neq l_2; \end{aligned}$$

- di II specie negli altri casi.

Siano $X \subseteq \mathbb{R}$, $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ e x_0 un punto di accumulazione per X .

Se f non è continua in x_0 , si dice che x_0 è un punto di discontinuità

- **eliminabile** se $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \in \mathbb{R}$;
- **non eliminabile altrimenti**. In particolare la discontinuità è
 - di I specie se

$$\begin{aligned} \exists \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l_1, \quad \exists \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l_2 \\ l_1, l_2 \in \mathbb{R}, \quad l_1 \neq l_2; \end{aligned}$$

- di II specie negli altri casi.

Punti di discontinuità

Siano $X \subseteq \mathbb{R}$, $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ e x_0 un punto di accumulazione per X .

Se f non è continua in x_0 , si dice che x_0 è un punto di discontinuità

- **eliminabile** se $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \in \mathbb{R}$;
- **non eliminabile altrimenti**. In particolare la discontinuità è
 - **di I specie** se

$$\begin{aligned} \exists \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l_1, \quad \exists \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l_2 \\ l_1, l_2 \in \mathbb{R}, \quad l_1 \neq l_2; \end{aligned}$$

- **di II specie** negli altri casi.

Punti di discontinuità

Siano $X \subseteq \mathbb{R}$, $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ e x_0 un punto di accumulazione per X .

Se f non è continua in x_0 , si dice che x_0 è un punto di discontinuità

- **eliminabile** se $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \in \mathbb{R}$;
- **non eliminabile altrimenti**. In particolare la discontinuità è
 - **di I specie** se

$$\exists \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l_1, \quad \exists \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l_2$$
$$l_1, l_2 \in \mathbb{R}, \quad l_1 \neq l_2;$$

- **di II specie** negli altri casi.

Punti di discontinuità

Siano $X \subseteq \mathbb{R}$, $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ e x_0 un punto di accumulazione per X .

Se f non è continua in x_0 , si dice che x_0 è un punto di discontinuità

- **eliminabile** se $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \in \mathbb{R}$;
- **non eliminabile altrimenti**. In particolare la discontinuità è
 - **di I specie** se

$$\begin{aligned} \exists \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l_1, \quad \exists \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l_2 \\ l_1, l_2 \in \mathbb{R}, \quad l_1 \neq l_2; \end{aligned}$$

- **di II specie** negli altri casi.

Punti di discontinuità

Siano $X \subseteq \mathbb{R}$, $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ e x_0 un punto di accumulazione per X .

Se f non è continua in x_0 , si dice che x_0 è un punto di discontinuità

- **eliminabile** se $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$;
- **non eliminabile altrimenti**. In particolare la discontinuità è
 - **di I specie** se

$$\begin{aligned} \exists \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \ell_1, \quad \exists \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \ell_2 \\ \ell_1, \ell_2 \in \mathbb{R}, \quad \ell_1 \neq \ell_2; \end{aligned}$$

- **di II specie** negli altri casi.

Punti di discontinuità

Siano $X \subseteq \mathbb{R}$, $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ e x_0 un punto di accumulazione per X .

Se f non è continua in x_0 , si dice che x_0 è un punto di discontinuità

- **eliminabile** se $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$;
- **non eliminabile altrimenti**. In particolare la discontinuità è
 - **di I specie** se

$$\begin{aligned} \exists \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \ell_1, \quad \exists \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \ell_2 \\ \ell_1, \ell_2 \in \mathbb{R}, \quad \ell_1 \neq \ell_2; \end{aligned}$$

- **di II specie** negli altri casi.