

I NUMERI INDICI

Sono particolari **rapporti statistici (variazioni relative)** che consentono un confronto fra misure riferite a diversi tempi, luoghi o altre differenti situazioni.

I numeri indici temporali consentono di esaminare la dinamica temporale di un fenomeno attraverso l'esame delle variazioni relative

I numeri indici spaziali consentono di analizzare l'andamento di un fenomeno in luoghi diversi

I NUMERI INDICI

Sono fondamentali per la misura delle oscillazioni dei prezzi e della produzione

Servono, pertanto, per descrivere l'andamento di un sistema economico

Si distinguono:

- ✓ Indici dei prezzi "P"
- ✓ Indici delle quantità "Q"
- ✓ Indici dei valori "V"

I NUMERI INDICI

Rispetto alle quantità dei fenomeni investigati si distinguono:

- ❑ **Numeri Indici Semplici (elementari):** confrontano le intensità di uno stesso fenomeno in due o più situazioni diverse (es. *variazione del prezzo dei biscotti "galletti" in due anni* oppure confronto tra *prezzi correnti* di due marche di biscotti; *variazione della produzione nazionale di biscotti in due anni* oppure confronto della *produzione di biscotti tra due regioni*)
- ❑ **Numeri Indici Complessi (ponderati):** misurano simultaneamente e sinteticamente le variazioni di n grandezze osservate in due o più intervalli di tempo o spazio (es. *prezzi correnti di n beni in più città* oppure *variazione nel tempo dei prezzi di n beni nella stessa città*)

I NUMERI INDICI COMPLESSI

Si dividono in:

- ❖ **Numeri Indici Complessi Sintetici:** sono combinazioni di Indici Semplici, le cui componenti sono della stessa specie (indici dei prezzi, indici della produzione ...)
- ❖ **Numeri Indici Complessi Compositi:** sono combinazioni di più Indici Sintetici, le cui componenti sono di natura diversa (indice industriale = insieme di più **indici sintetici** della produzione, dei prezzi, delle ore di lavoro...)

FASI DI COSTRUZIONE

- 1) **SCELTA DEI BENI**
 - a) Esaustiva
 - b) Campionaria
- 2) **SCELTA DELLA BASE** (denominatore del rapporto)
 - a) Fissa
 - b) Mobile
- 3) **CRITERIO DI AGGREGAZIONE**
 - a) Rapporto di medie
 - b) Media di rapporti

Come si costruiscono?

EFFETTUANDO IL RAPPORTO TRA UN FENOMENO OSSERVATO IN UN DETERMINATO TEMPO (SPAZIO) E LO STESSO FENOMENO IN UN TEMPO BASE (SPAZIO DI RIFERIMENTO)

$$I_{n m} = \frac{m}{n}$$

→ intensità del fenomeno osservato

→ intensità di riferimento o **BASE**

vengono moltiplicati per 100...

NUMERI INDICI

$${}_n I_m = \frac{m}{n} \times 100$$

- Se il numero indice è =100 allora il fenomeno risulta costante
- Se il numero indice è >100 allora il fenomeno registra un incremento (o variazione positiva)
- Se il numero indice è <100 allora il fenomeno registra un decremento (o variazione negativa)

BASE DEI NUMERI INDICI

BASE FISSA = stesso DENOMINATORE per tutti i numeri indici

BASE MOBILE = il DENOMINATORE cambia per ogni numero indice

I NUMERI INDICI TEMPORALI SEMPLICI

Indicando, in una serie storica dei prezzi, con

p_0 = prezzo di un bene nell'anno base

p_t = prezzo dello stesso bene nell'anno t-esimo

Il prezzo al tempo t rispetto al tempo 0 del **singolo bene** è:

$${}_0I_t = \frac{p_t}{p_0} \times 100$$

Base fissa

Indicando, in una serie storica dei prezzi, con

p_{t-1} = prezzo di un bene nell'anno precedente quello di stima

p_t = prezzo dello stesso bene nell'anno t-esimo

Il prezzo al tempo t rispetto al tempo t-1 del **singolo bene** è:

$${}_{t-1}I_t = \frac{p_t}{p_{t-1}} \times 100$$

Base mobile

Indici semplici a base fissa e mobile

Anno	Prezzi medi di una bottiglia acqua	Indici dei prezzi a base fissa ('85)	Indici dei prezzi a base mobile
1985	P_1	$P_1 / P_1 * 100$	$P_1 / P_1 * 100$
1986	P_2	$P_2 / P_1 * 100$	$p_2 / P_1 * 100$
1987	P_3	$P_3 / P_1 * 100$	$p_3 / P_2 * 100$
.		.	.
.		.	.
1999	P_n	$P_n / P_1 * 100$	$P_n / P_{n-1} * 100$

NUMERI INDICI TEMPORALI A BASE FISSA

Disponendo dei seguenti dati riportati in tabella:

Anni	Prezzo ingresso in un parco-giochi
2000	18,397
2001	19,405
2002	20,405
2003	20,676
2004	22,820

ESEMPIO NUMERI INDICI A BASE FISSA

Per conoscere la variazione del prezzo pagato per l'ingresso nei 5 anni considerati rispetto all'anno 2000, è possibile fare riferimento al calcolo dei numeri indici con base fissa all'anno 2000.

Anno 2000 →

$${}_{2000}I_{2000} = \frac{18,397}{18,397} \times 100 = 1 \times 100 = 100$$

Anno 2001 →

$${}_{2000}I_{2001} = \frac{19,405}{18,397} \times 100 = 1.05 \times 100 = 105$$

I risultati vengono riportati nella seguente tabella:

Anni	Prezzo ingresso parco	Numeri indici (base=2000)	
2000	18,397	100	
2001	19,405	105	→ +5%
2002	20,405	111	→ +11%
2003	20,676	112	
2004	22,820	124	→ +24%

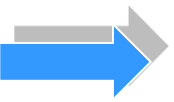
TASSO DI VARIAZIONE

Perché si utilizza?

per calcolare la variazione relativa di un fenomeno nel tempo

Come si costruisce?

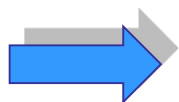
$$\text{Tasso di variazione} = \frac{\text{intensità}_t - \text{intensità}_{\text{base}}}{\text{intensità}_{\text{base}}} \times 100$$

 indica la variazione del fenomeno al tempo t rispetto all'intensità del fenomeno al tempo base

TASSO DI VARIAZIONE

Ritornando all'esempio sul prezzo per l'ingresso al parco, supponiamo di volere calcolare il tasso di variazione tra l'anno 2000 e il 2004.

$$\text{Tasso di variazione} = \frac{22,820 - 18,397}{18,397} \times 100 = 24\%$$

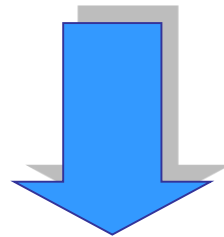


Il prezzo è aumentato in 4 anni del 24%. Il corrispondente numero indice è pari a 124, e la sua interpretazione è altrettanto immediata

$$\left(\frac{22,820}{18,397} - \frac{18,397}{18,397} \right) \times 100 = (1,24 - 1) \times 100 = 124 - 100 = 24$$

ESEMPIO: NUMERI INDICI TEMPORALI A BASE MOBILE

Se si è interessati a conoscere la variazione del prezzo d'ingresso al parco rispetto all'anno precedente.



È NECESSARIO UTILIZZARE I NUMERI
INDICI A BASE MOBILE

ESEMPIO: NUMERI INDICI TEMPORALI A BASE MOBILE

Disponendo dei seguenti dati riportati in
tabella:

Anni	Prezzo ingresso parco
2000	18,397
2001	19,405
2002	20,405
2003	20,676
2004	22,820

NUMERI INDICI A BASE MOBILE

Anno 2000

$${}_{2000}I_{2000} = \frac{18,397}{18,397} \times 100 = 100$$

Anno 2001

$${}_{2000}I_{2001} = \frac{19,405}{18,397} \times 100 = 1.05 \times 100 = 105$$

Anno 2002

$${}_{2001}I_{2002} = \frac{20,405}{19,405} \times 100 = 1.05 \times 100 = 105$$

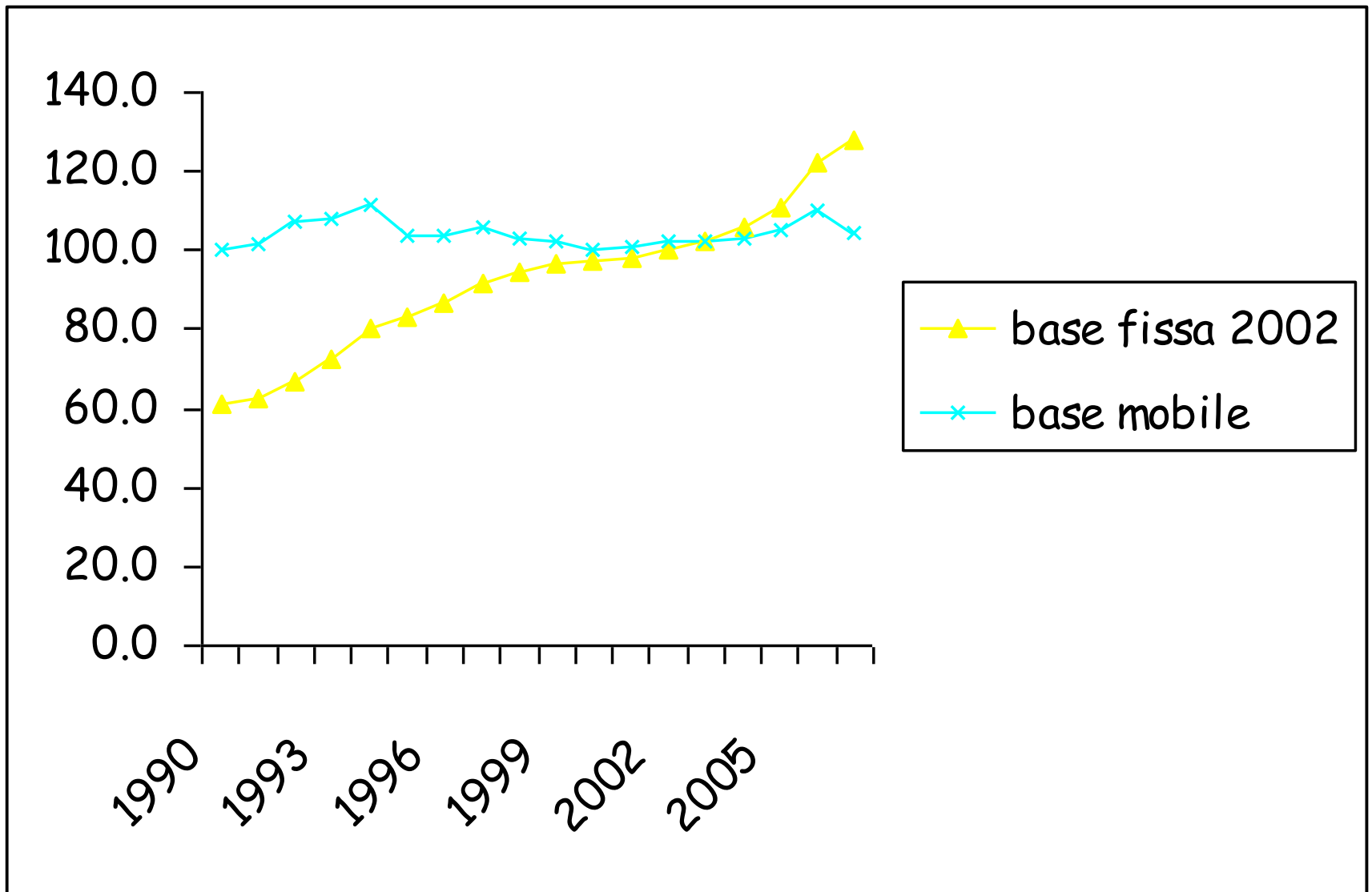
Anno 2003

$${}_{2002}I_{2003} = \frac{20,676}{20,405} \times 100 = 1.01 \times 100 = 101$$

I risultati vengono riportati nella seguente tabella:

Anni	Prezzo ingresso parco	Numeri indici (base mobile)
2000	18,397	100
2001	19,405	105
2002	20,405	105
2003	20,676	101
2004	22,820	110

anno	jeans	base fissa 2002	base mobile
1990	55	61.1	100.0
1991	56	62.2	101.8
1992	60	66.7	107.1
1993	65	72.2	108.3
1994	72.5	80.6	111.5
1995	75	83.3	103.4
1996	78	86.7	104.0
1997	82.4	91.6	105.6
1998	85	94.4	103.2
1999	87	96.7	102.4
2000	87.4	97.1	100.5
2001	88	97.8	100.7
2002	90	100.0	102.3
2003	92	102.2	102.2
2004	95	105.6	103.3
2005	100	111.1	105.3
2006	110	122.2	110.0
2007	115	127.8	104.5



L'andamento della curva degli indici a base mobile evidenzia una crescita meno marcata di quella presentata dall'andamento degli indici a base fissa

I NUMERI INDICI

questo metodo è adottato per i confronti su un unico tipo di bene...ma per calcolare un indice generale (complesso) delle variazioni del livello dei prezzi nel tempo di tutti i beni???

In primo luogo è necessario disporre di tutte le serie storiche dei prezzi dei beni considerati.

È possibile calcolare la media aritmetica dei corrispondenti prezzi relativi (o di un loro campione)?

Quale metodo di aggregazione è opportuno, adottare?

SERIE STORICA DEI PREZZI DI S BENI

	BENI				
Tempi	1	2	3	i	s
0	p_{01}	p_{02}	p_{03}	p_{0i}	p_{0s}
1	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{1i}	p_{1s}
2	p_{21}	p_{22}	p_{23}	p_{2i}	p_{2s}
.
.
n	p_{n1}	p_{n2}	p_{n3}	p_{ni}	p_{ns}

I NUMERI INDICI COMPLESSI

In particolare, si costruisce una serie di **indici complessi** mediante sintesi degli indici semplici dei prezzi delle singole merci...

1° metodo di aggregazione

RAPPORTO TRA MEDIE (dei prezzi rilevati su s beni in due tempi 0 e n):

Indice dei prezzi di s beni al tempo n rispetto ai prezzi al tempo 0

$$\frac{\sum_{i=1}^s P_{in}}{\cancel{s}} \bigg/ \frac{\sum_{i=1}^s P_{i0}}{\cancel{s}}$$

Solo se si opera con grandezze additive!!!

I NUMERI INDICI COMPLESSI

2° metodo di aggregazione

MEDIE DI RAPPORTI (medie dei numeri indici a base fissa al tempo 0):

Medie degli indici semplici di ciascuna merce al tempo n rispetto al tempo zero

$$\frac{\sum_{i=1}^s P_{in}}{s}$$

SERIE STORICA DELLE QUANTITA' DI S BENI

Tempi	BENI				
	1	2	3	i	s
0	q_{01}	q_{02}	q_{03}	q_{0i}	q_{0s}
1	q_{11}	q_{12}	q_{13}	q_{1i}	q_{1s}
2	q_{21}	q_{22}	q_{23}	q_{2i}	q_{2s}
.
.
n	q_{n1}	q_{n2}	q_{n3}	q_{ni}	q_{ns}

SERIE STORICA DEI VALORI (SPESA) DI S BENI

Tempi	BENI				
	1	2	3	i	s
0	$p_{01} q_{01}$	$p_{02} q_{02}$	$p_{03} q_{03}$	$p_{0i} q_{0i}$	$p_{0s} q_{0s}$
1	$p_{11} q_{11}$	$p_{12} q_{12}$	$p_{13} q_{13}$	$p_{1i} q_{1i}$	$p_{1s} q_{1s}$
2	$p_{21} q_{21}$	$p_{22} q_{22}$	$p_{23} q_{23}$	$p_{2i} q_{2i}$	$p_{2s} q_{2s}$
.
.
n	$p_{n1} q_{n1}$	$p_{n2} q_{n2}$	$p_{n3} q_{n3}$	$p_{ni} q_{ni}$	$p_{ns} q_{ns}$

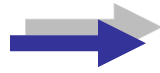
Valori REALI della spesa (aggregato)

In generale



$$V = P \times Q$$

A prezzi correnti al tempo n



$$V_n = P_n \times Q_n$$

A prezzi del tempo base



$$V_0 = P_0 \times Q_0$$

INDICE DEL VALORE REALE



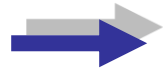
$${}_0V_n = {}_0P_n \times {}_0Q_n = \frac{P_n}{P_0} \times \frac{Q_n}{Q_0}$$



$${}_0V_n = \frac{P_n \times Q_n}{P_0 \times Q_0}$$

Valori TEORICI della spesa (aggregato)

A prezzi base e
quantità correnti



$$V_{0n} = P_0 \times Q_n$$

A prezzi correnti e
quantità base



$$V_{n0} = P_n \times Q_0$$

Ma il peso da utilizzare...?...è lo stesso per tutti i beni...??



È necessario ponderare sulla base del peso che ciascun bene ha sulla spesa totale...

Facendo riferimento ad un **RAPPORTO TRA MEDIE** dei prezzi **PONDERATE** con le quantità del tempo base!

$$PL = \frac{\sum_{i=1}^s P_{in} q_{i0}}{\sum_{i=1}^s P_{i0} q_{i0}}$$

INDICE DEI
PREZZI DI
LASPEYRES

Oppure ponderate rispetto alle quantità del periodo corrente:

$$PP = \frac{\sum_{i=1}^s P_{in} q_{in}}{\sum_{i=1}^s P_{i0} q_{in}}$$

INDICE DEI
PREZZI DI
PAASCHE

Facendo riferimento alle **MEDIE ARITMETICHE DEI RAPPORTI**, cioè degli indici semplici di prezzo di s beni, ponderate con i valori del periodo di **base**:

$$P_L = \frac{\sum_{i=1}^s \frac{P_{in}}{P_{i0}} P_{i0} Q_{i0}}{\sum_{i=1}^s P_{i0} Q_{i0}} = \frac{\sum_{i=1}^s P_{in} Q_{i0}}{\sum_{i=1}^s P_{i0} Q_{i0}}$$

INDICE DEI
PREZZI DI
LASPEYRES

Oppure considerando la **media aritmetica** degli indici semplici di prezzo degli s beni, ponderata con i valori teorici **a quantità correnti**:

$$P_P = \frac{\sum_{i=1}^s \frac{P_{in}}{P_{i0n}} P_{i0n} Q_{in}}{\sum_{i=1}^s P_{i0n} Q_{in}} = \frac{\sum_{i=1}^s P_{in} Q_{in}}{\sum_{i=1}^s P_{i0n} Q_{in}}$$

INDICE DEI
PREZZI DI
PAASCHE

Gli indici si possono calcolare anche sulle quantità:



È necessario ponderare sulla base del PREZZO di ciascun bene...

Facendo riferimento ad un **RAPPORTO TRA MEDIE** delle quantità **PONDERATE** con i prezzi del tempo base!

$$Q^L = \frac{\sum_{i=1}^s q_{in} (p_{i0})}{\sum_{i=1}^s q_{i0} (p_{i0})}$$

INDICE DELLE
QUANTITA' DI
LASPEYRES

Oppure ponderate rispetto ai prezzi correnti:

$$Q^P = \frac{\sum_{i=1}^s q_{in} (p_{in})}{\sum_{i=1}^s q_{i0} (p_{in})}$$

INDICE DELLE
QUANTITA' DI
PAASCHE

LIMITI DEGLI INDICI DEI PREZZI

Tendenziosità dovuta ai sistemi di ponderazione

Se i prezzi aumentano le quantità correnti diminuiscono ...e pertanto...

Laspeyres (prezzi) > **Paasche**(prezzi) errore sistematico verso l'alto per il primo e verso il basso per il secondo

—————→
L'ERRORE è funzione della correlazione e della dispersione dei rapporti di prezzo e di quantità

...Meglio utilizzare **Laspeyres** se la correlazione tra p e q è **negativa!!!**

Il contrario accade, naturalmente, considerando gli indici di quantità:

Paasche > **Laspeyres** (è preferibile utilizzare Paasche)

LIMITI DEGLI INDICI DEI PREZZI

LIMITE CONCETTUALE

POSSONO ESSERE POSTI A CONFRONTO SOLO
PER DUE PREFISSATE UNITA' DI TEMPO!

LIMITE PRATICO

LIMITATA DISPONIBILITA' DI SERIE
STORICHE DI PREZZI E QUANTITA'
ERGO...SI ADOTTA PIU' FREQUENTEMENTE
L'INDICE DI **LASPEYRES**

INDICE DI FISHER (indice della spesa)

Media geometrica degli indici di Laspeyres e di Paasche

$$P^F = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^s P_{in} q_{i0}}{\sum_{i=1}^s P_{i0} q_{i0}} \times \frac{\sum_{i=1}^s P_{in} q_{in}}{\sum_{i=1}^s P_{i0} q_{in}}}$$

Fornisce uno strumento utile ad eliminare la tendenziosità implicita nella scelta di uno dei due indici

Esempio: calcolo indici

QUOTAZIONI TITOLI (prezzi)

	win	vod	tin	tris
apr-06	20	105	250	170
apr-07	10	70	200	130

TITOLI trattati sul mercato (quantità)

	win	vod	tin	tris
apr-06	200	150	250	120
apr-07	240	180	170	100

	valori effettivi		valori teorici	
	p1q1	p2q2	p1q2	p2q1
win	4,000	2,400	4,800	2,000
vod	15,750	12,600	18,900	10,500
tin	62,500	34,000	42,500	50,000
tris	20,400	13,000	17,000	15,600
totali	102,650	62,000	83,200	78,100

Indice dei valori (effettivi) = $V = 62,000/102,650 = 0.60$

Indice dei prezzi di **Laspeyres** = $78,100/102,650 = 0.76$

Indice dei prezzi **Paasche** = $62,000/83,200 = 0.75$

Indice dei prezzi di **Fisher** = $(0.76*0.75)^{0.5} = 0.75$

	valori effettivi		valori teorici	
	p1q1	p2q2	p1q2	p2q1
win	4,000	2,400	4,800	2,000
vod	15,750	12,600	18,900	10,500
tin	62,500	34,000	42,500	50,000
tris	20,400	13,000	17,000	15,600
totali	102,650	62,000	83,200	78,100

Indice di quantità di **Laspeyres** = $83,200/102,650 = 0.81$

Indice di quantità di **Paasche** = $62,000/78,100 = 0.79$

Indice di quantità di **Fisher** = $(0.81*0.79)^{0.5} = 0.80$

Dall'indice dei valori effettivi si ricava che:

Il valore delle contrattazioni ad aprile 2007 rispetto allo stesso mese dell'anno precedente è stato inferiore del 40% = $(1-0.60)*100$, in parte determinato da una riduzione delle quotazioni dei titoli

Infatti l'indice dei prezzi di **Laspeyres** rileva una diminuzione delle quotazioni pari al 24% = $(1-0.76)*100$, con riferimento ai titoli trattati nel 2006 (VARIAZIONE CHE SI SAREBBE VERIFICATA SE LA QUANTITA' DI TITOLI SCAMBIATI FOSSE RIMASTA LA STESSA!);

mentre l'indice di **Paasche** evidenzia una contrazione del 25%, considerando i titoli trattati in aprile 2007.

Gli indici di quantità rilevano una riduzione delle quantità scambiate rispettivamente del 19% e del 21% (assumendo costanti le quotazioni del 2006 e del 2007)