

Pop. Normale, varianza nota

$$X \sim N(\mu; \sigma^2) \implies \bar{X} \sim N\left(\mu; \frac{\sigma^2}{n}\right) \implies Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0;1)$$

Ad un livello di confidenza $1-\alpha=0,95$

Qual è un insieme di valori "plausibili" per Z?

$$P(-z \leq Z \leq z) = 0,95$$

dalla tavola Z $\implies P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95$

Qual è un insieme di valori "plausibili" per \bar{X} ?

$$P\left(-1,96 \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq 1,96\right) = 0,95$$

L'obiettivo è scrivere un intervallo casuale per μ , i cui estremi dipendono dal campione

Supponiamo di estrarre un campione casuale, di numerosità $n=100$, da una popolazione normale con σ pari a 5,1. Data la media campionaria pari a 21,6 costruire un intervallo di confidenza al 95% per la media μ della popolazione.

$$P\left(-1,96 \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq 1,96\right) = 0,95$$

$$P(21,6 - 1,96 * (5,1/10) < \mu < 21,6 + 1,96 * (5,1/10)) = 95\%$$

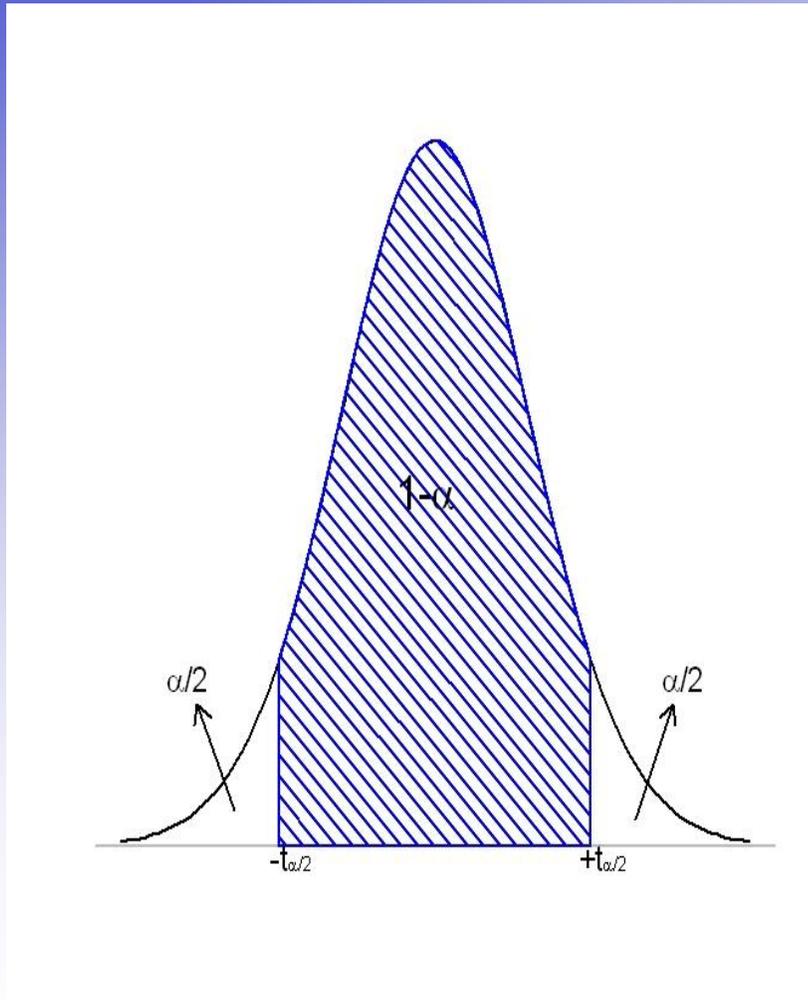
$$P(20,6 < \mu < 22,6) = 95\%$$

Esercizio 2

Si effettuano 60 misurazioni sperimentali da cui si evince una media campionaria pari a 33.

Costruire un intervallo di confidenza al 90% per la media della popolazione che si distribuisce normalmente con una varianza pari a 115.

Pop. Normale, varianza non nota



Per un generico livello di confidenza $1-\alpha$

$$P(-t_{\alpha/2} \leq T \leq t_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$$

da cui

$$P\left(-t_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \leq t_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\bar{X} - t_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

$\bar{X} \pm t_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}$ è la stima per intervallo di μ

Esercizio 3

Supponiamo che la perdita di peso di $n=16$ pezzi di metallo, dopo un certo intervallo di tempo, sia di 3,42 grammi con una varianza campionaria corretta di 0,4624.

Costruire in intervallo di confidenza al 99% per la media della perdita di peso dei pezzi di metallo.

$$P(3,42 - 2,947 * (0,68/4) < \mu < 3,42 + 2,947 * (0,68/4)) = 99\%$$

$$P(2,92 < \mu < 3,92) = 99\%$$

Esercizio 4

Il tempo medio di risposta a una batteria di quiz psicoattitudinali registrato su un campione di 18 individui è pari a 24 minuti. La variabilità è stata pari a 9.

Costruire un intervallo al 95%.

Esercizio 5

L'età media di un gruppo di 10 studenti che hanno appena conseguito un diploma di laurea breve è 22 anni.

Costruire un intervallo del 95% per la media della popolazione, sapendo che essa è distribuita normalmente con varianza pari a 45.

Esercizio 6

Da un campione di 14 pezzi di stoffa risulta che la lunghezza media è pari a 130,5 cm ,con una varianza di 36.

Costruire un intervallo di confidenza al 95% per la media della popolazione dei pezzi di stoffa da cui è stato estratto il campione.