



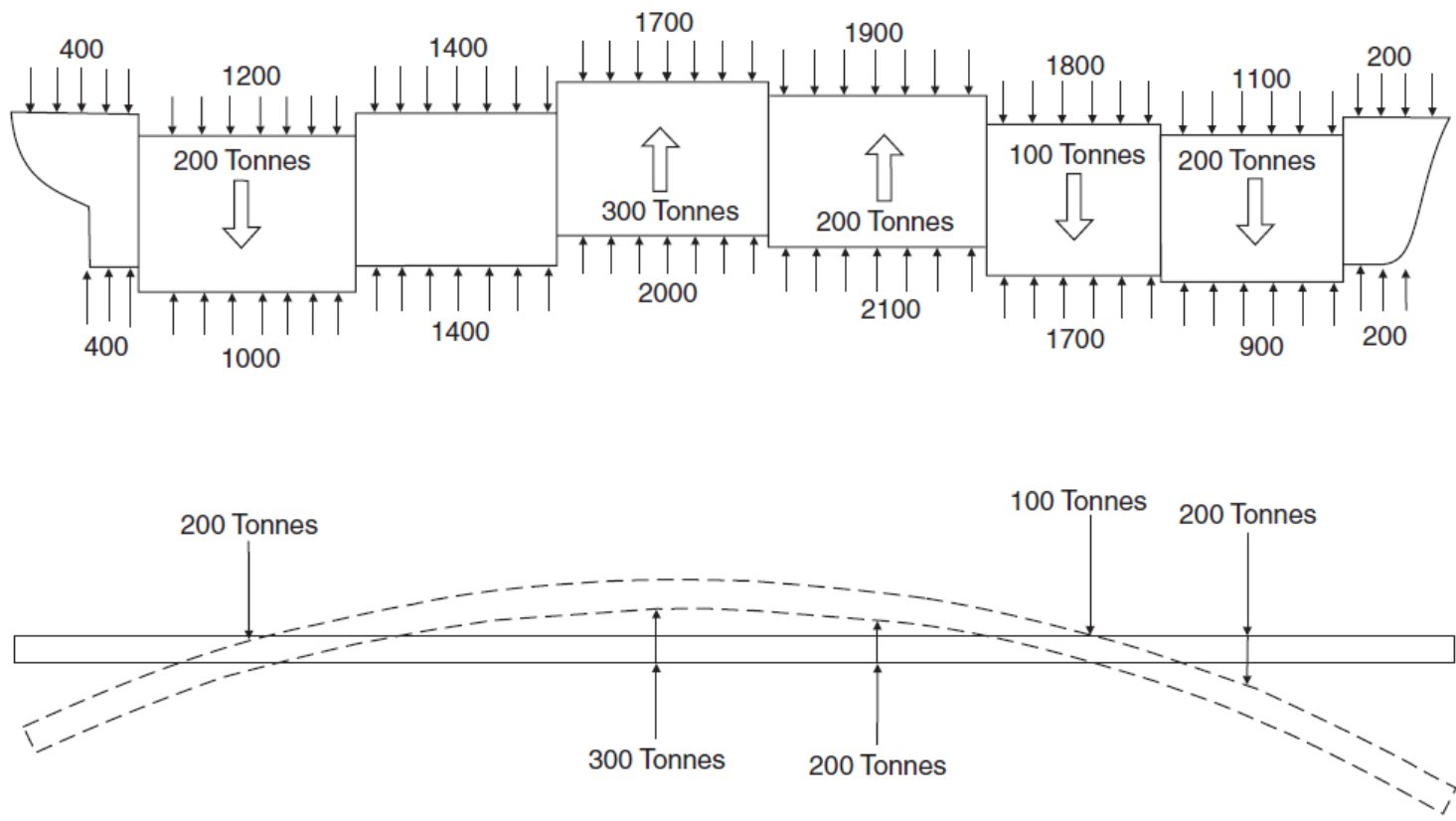
# Università degli Studi di Napoli "*Parthenope*"

## Dipartimento di Scienze e Tecnologie

***Tecnologia delle costruzioni ed allestimento navale***  
Vincenzo Piscopo

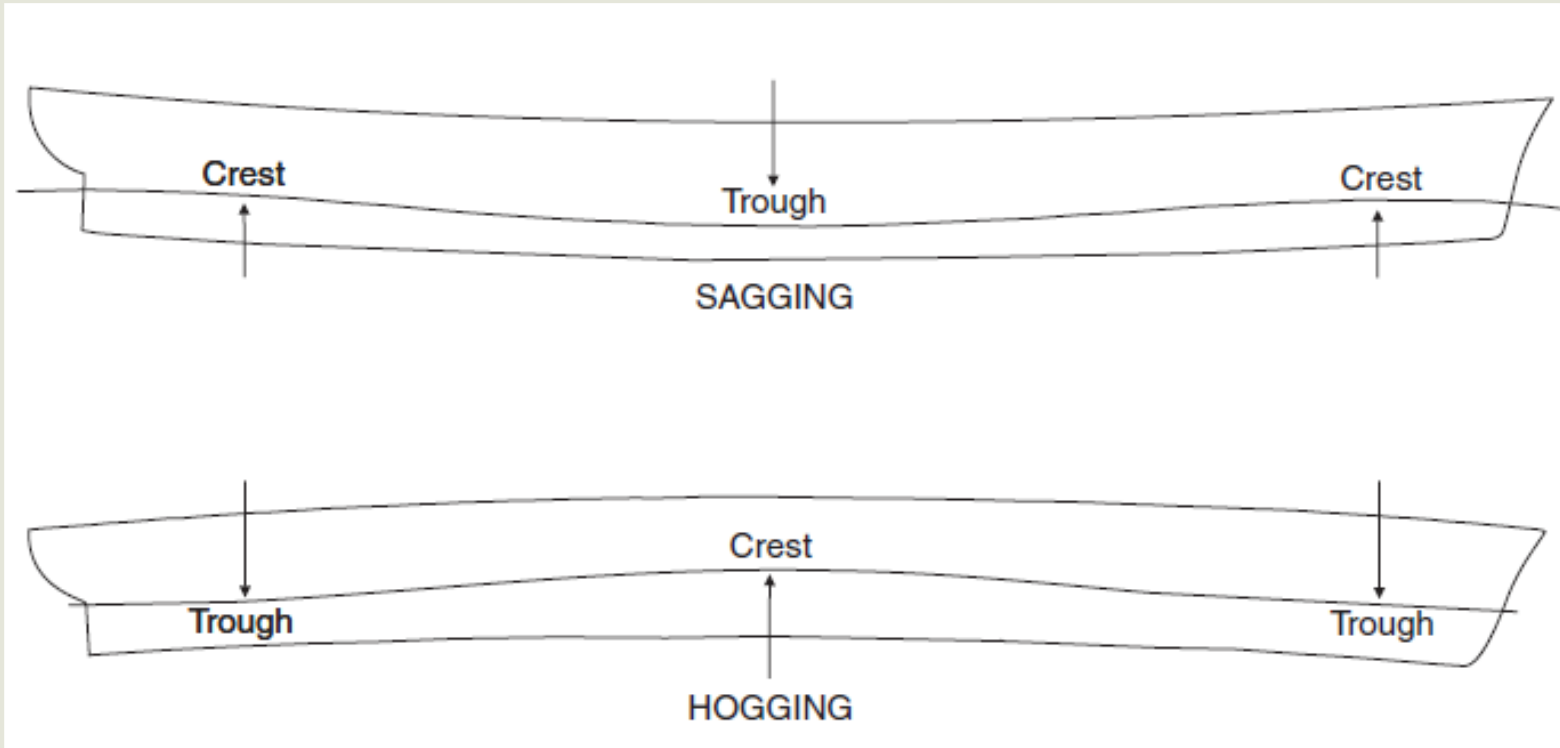
La caratteristica di sollecitazione di momento flettente  
Lezione 14 (28/48)

## 1.1 Momento flettente verticale



Il comportamento dello scafo sotto l'azione dei carichi esterni può essere schematizzato mediante una trave. Si definisce **trave** un solido la cui dimensione longitudinale è prevalente rispetto alle due trasversali, come accade per la nave nel suo complesso. La non uniforme distribuzione dei carichi idrostatici agenti sulla carena e del carico pagante genera una flessione globale della trave nave. Tale caratteristica di sollecitazione si definisce **momento flettente verticale**, dai momenti che genera la flessione globale della nave nel piano verticale.

## 1.1 Momento flettente verticale



In funzione della distribuzione longitudinale dei carichi, il momento flettente verticale può essere:

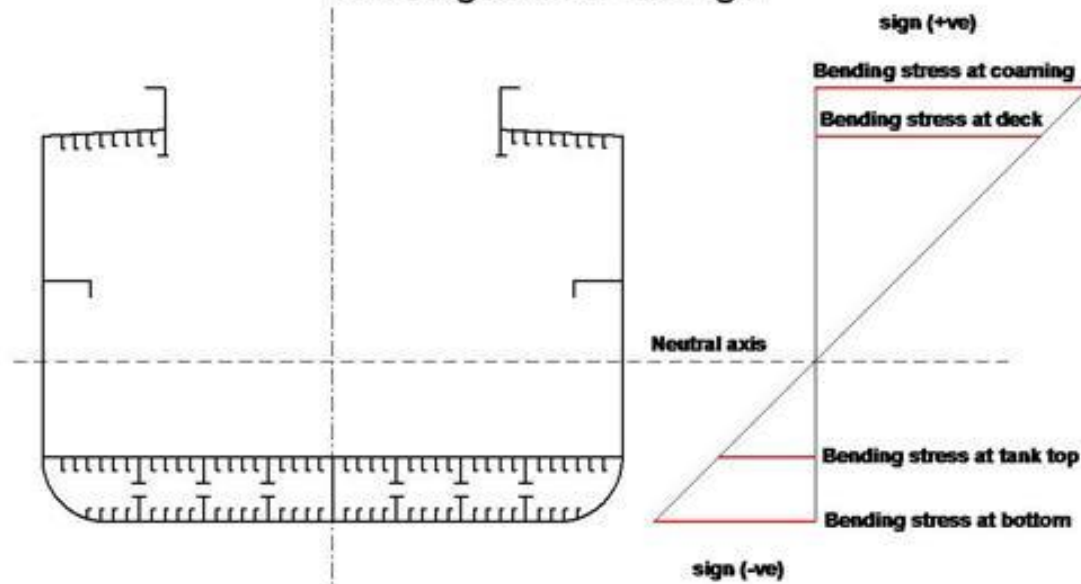
- **Insellante (*sagging*):** si genera una flessione della trave-nave con centro di curvatura al di sopra del ponte, così da generare una trazione delle strutture del fondo e una compressione delle strutture del ponte;
- **Inarcante (*hogging*):** si genera una flessione della trave-nave con centro di curvatura al di sotto del fondo, così da generare una trazione delle strutture del ponte e una compressione delle strutture del fondo.



## 1.2 La formula di Navier della flessione retta

La distribuzione dello stato tensionale all'interno delle strutture della nave si determina schematizzando la stessa come una trave e applicando successivamente la **formula di Navier della flessione retta**, secondo cui la distribuzione dello stato tensionale varia linearmente con la quota verticale rispetto all'asse baricentrico orizzontale della sezione resistente, detto **asse neutro**.

Midship section showing structural members contributing to the hull longitudinal strength



In accordo alla predetta relazione la distribuzione dello stato tensionale si determina in accordo alla relazione:

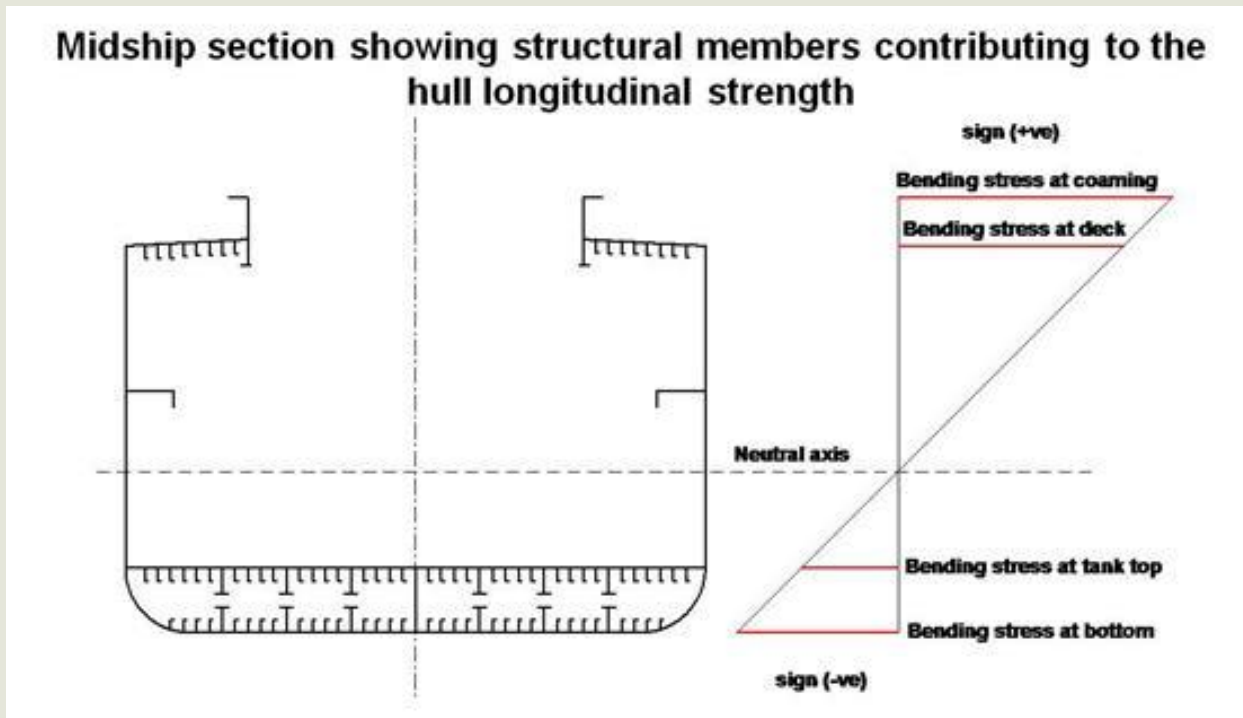
$$\sigma = \frac{M}{I} z$$

avendo indicato con:

- $M$  la caratteristica di sollecitazione di momento flettente in corrispondenza della sezione esaminata;
- $I$  il momento di inerzia della sezione resistente rispetto al proprio asse baricentrico orizzontale;
- $z$  la quota del generico elemento strutturale in corrispondenza del quale si vuole valutare la sollecitazione rispetto all'asse neutro (positiva al di sopra dell'asse neutro stesso).

## 1.2 La formula di Navier della flessione retta

Al momento di inerzia della sezione resistente concorrono **tutti e soli gli elementi longitudinalmente continui**. Inoltre, dall'analisi della distribuzione dello stato tensionale, comunemente detto a farfalla, si evincono alcune caratteristiche fondamentali dello stesso, di seguito elencate:



- Lo stato tensionale varia linearmente con la quota verticale  $z$  ed è nullo in corrispondenza dell'asse baricentrico orizzontale, detto asse neutro;
- Le tensioni massime si raggiungono in corrispondenza dei fasciami del fondo e del ponte della nave, avendo questi ultimi le massime distanze dall'asse neutro;
- Gli elementi strutturali che concorrono maggiormente al momento di inerzia della sezione resistente di trave-nave sono quelli più lontani dall'asse neutro;
- Gli elementi strutturali del fianco, prossimi all'asse neutro, concorrono scarsamente al momento di inerzia della sezione resistente e questo giustifica la configurazione strutturale di tipo misto anche per navi di grandi dimensioni.

## 1.3 Il modulo di resistenza

Una volta che è stato determinato il momento di inerzia della sezione resistente e, dunque, il relativo stato tensionale, sono note le tensioni al fondo  $\sigma_b$  e al ponte  $\sigma_d$  di trave-nave, i cui moduli sono i seguenti:

$$\sigma_b = \frac{|M|}{I} |z_b| \qquad \sigma_d = \frac{|M|}{I} z_d$$

avendo indicato con  $z_b$  e  $z_d$  le coordinate verticali dei fasciami del fondo e del ponte più lontani dall'asse neutro. Successivamente, deve essere soddisfatta la seguente relazione di verifica strutturale:

$$\max\{\sigma_b; \sigma_d\} \leq \sigma_y$$

avendo indicato con  $\sigma_y$  la tensione di snervamento del materiale utilizzato per tali strutture. Tale disuguaglianza può essere riscritta dopo aver introdotto una nuova grandezza fisica detto **modulo di resistenza al fondo  $W_b$  e al ponte  $W_d$  di trave-nave:**

$$W_b = \frac{I}{|z_b|} \qquad W_d = \frac{I}{z_d}$$

Sostituendo tali relazioni nelle precedenti, la predetta disuguaglianza può essere riscritta come segue:

$$\min\{W_b; W_d\} \geq \frac{|M|}{\sigma_y}$$

**L'introduzione del modulo di resistenza consente di separare le caratteristiche geometriche della sezione resistente di trave-nave dai carichi applicati e dai materiali scelti.**



## 2.1 Richiami di geometria delle masse: teorema dei momenti statici

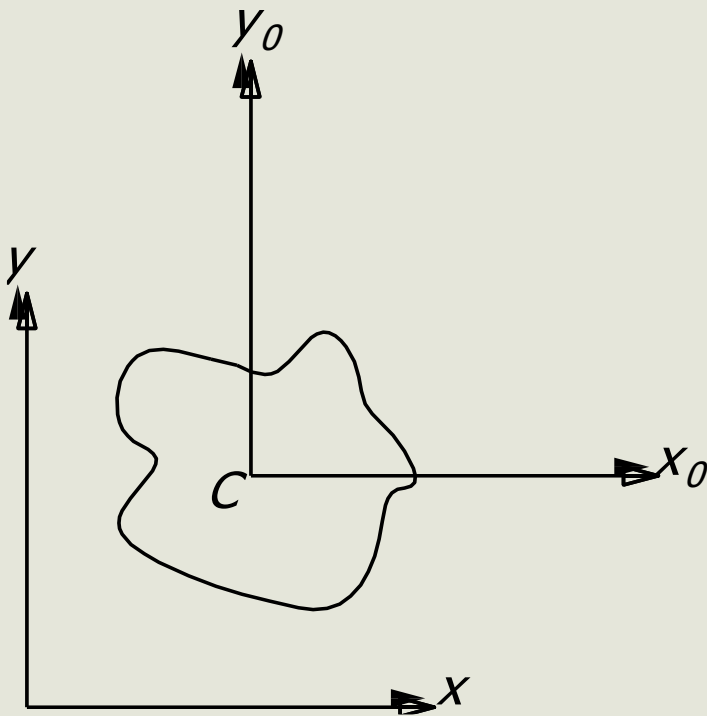
Si consideri una generica figura piana, definita rispetto ad una coppia di assi  $(x, y)$  e sia  $A$  l'area della sua superficie. Le coordinate del centro di figura  $C$  sono determinate applicando il **teorema dei momenti statici** mediante le relazioni:

$$x_C = \frac{1}{A} \int x dA \quad y_C = \frac{1}{A} \int y dA$$

Tali relazioni possono essere generalizzate con riferimento a un sistema di  $N$  aree  $A_i$ , ognuna con baricentro  $x_i$  e  $y_i$ :

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^N x_i A_i}{\sum_{i=1}^N A_i} \quad y_C = \frac{\sum_{i=1}^N y_i A_i}{\sum_{i=1}^N A_i}$$

L'applicazione del teorema dei momenti statici si rende necessaria per la determinazione della quota verticale del baricentro della sezione resistente di trave-nave e, dunque, per la localizzazione dell'asse neutro della sezione resistente. Da tale relazione si evince che per calcolare la coordinata verticale del baricentro occorre determinare preliminarmente l'area  $A_i$  di ogni elemento strutturale longitudinalmente continuo e la sua coordinata verticale  $z_i$  rispetto ad un riferimento comune, normalmente coincidente con la linea di base.



## 2.2 Richiami di geometria delle masse: teoremi dei momenti di inerzia

Si consideri una generica figura piana, definita rispetto ad una coppia di assi  $(x, y)$  e sia  $(x_0, y_0)$  una coppia di assi cartesiani con origine in corrispondenza del centro di figura  $C$ . I momenti di inerzia rispetto alla coppia di assi coordinati  $I_{x0}$  e  $I_{y0}$  e il prodotto di inerzia  $I_{x0y0}$  si calcolano mediante le seguenti relazioni:

$$I_{x0} = \int y_0^2 dA$$

$$I_{y0} = \int x_0^2 dA$$

$$I_{x0y0} = \int x_0 y_0 dA$$

Non appena sono noti i momenti di inerzia baricentrici, i momento di inerzia rispetto ad una terna traslata rigidamente rispetto a quella baricentrica possono essere calcolati mediante il **teorema di Huygens-Steiner**:

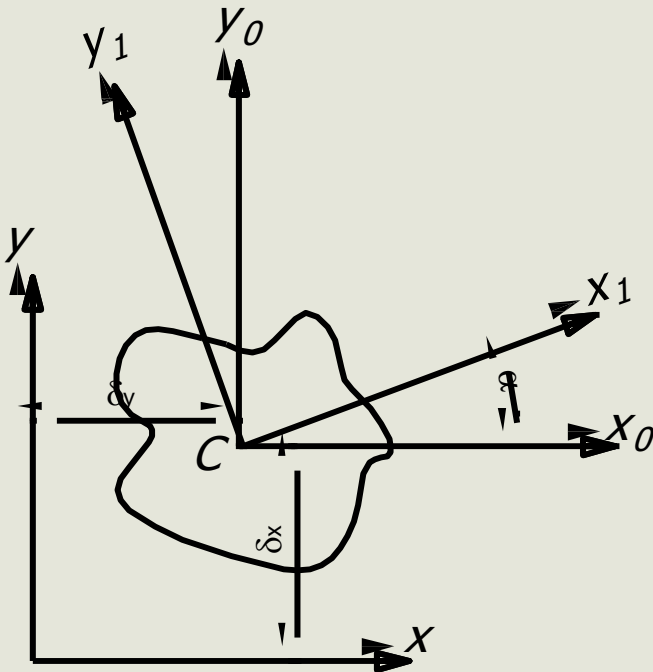
$$I_x = I_{x0} + A\delta_x^2$$

$$I_y = I_{y0} + A\delta_y^2$$

$$I_{xy} = I_{x0y0} + A\delta_x\delta_y$$

Definita una seconda terna baricentrica, ruotata dell'angolo  $\alpha$  rispetto a quella iniziale, i nuovi momenti di inerzia si calcolano mediante il **teorema di variazione dei momenti di inerzia in un fascio proprio di rette**:

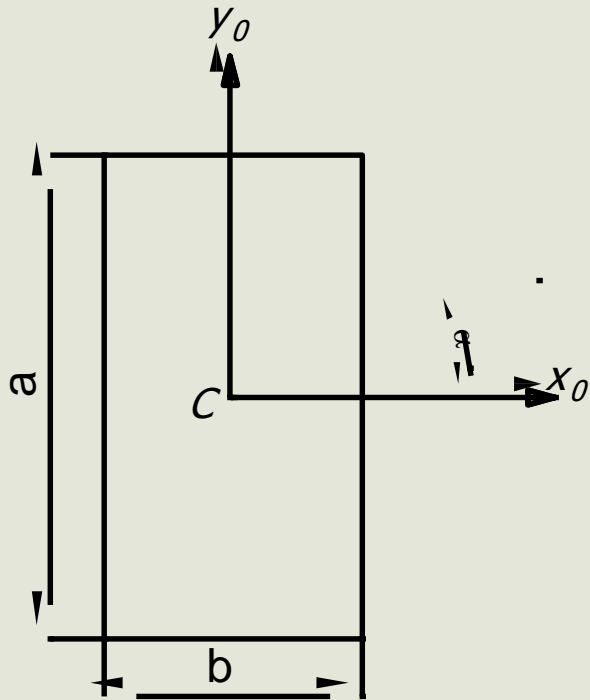
$$\begin{cases} I_{x1} = I_{x0}\cos^2\alpha + I_{y0}\sin^2\alpha - 2I_{x0y0}\cos\alpha\sin\alpha \\ I_{y1} = I_{x0}\sin^2\alpha + I_{y0}\cos^2\alpha + 2I_{x0y0}\cos\alpha\sin\alpha \\ I_{x1y1} = (I_{x0} - I_{y0})\cos\alpha\sin\alpha + I_{x0y0}(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) \end{cases}$$





## 2.3 Richiami di geometria delle masse: applicazione ad un rettangolo

La sezione resistente di trave-nave può essere riguardata come unione di tante geometrie elementari, aventi per lo più geometria rettangolare, ad eccezione dei corsi di fasciame del ginocchio e dei piatti a bulbo, spesso adoperati per i correnti longitudinali. Si consideri dunque una geometria rettangolare di lati  $a$  e  $b$  riferita alla sua terna baricentrica. I momenti di inerzia propri e il prodotto di inerzia si calcolano come segue:



$$I_{x0} = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} y_0^2 dx_0 dy_0 = \frac{1}{3} [y_0^3]_{-a/2}^{a/2} [x_0]_{-b/2}^{b/2} = \frac{ba^3}{12}$$

$$I_{y0} = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} x_0^2 dx_0 dy_0 = \frac{1}{3} [x_0^3]_{-b/2}^{b/2} [y_0]_{-a/2}^{a/2} = \frac{ab^3}{12}$$

$$I_{x0y0} = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} x_0 y_0 dx_0 dy_0 = \frac{1}{4} [x_0^2]_{-b/2}^{b/2} [y_0^2]_{-a/2}^{a/2} = 0$$