

Calcolo integrale

Salvatore Scognamiglio

Università degli studi di Napoli "Parthenope"

Quesito

Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int (3x^2 - x + 10) dx$$

(max a 2 punti).



Integrale indefinito

Il seguente integrale

$$\int (3x^2 - x + 10) dx,$$

per la proprietà di decomposizione in somma, può essere scritto

$$3 \int x^2 dx - \int x dx + 10 \int dx.$$

Inoltre, ricordando l'integrale immediato $\int x^\alpha dx = \frac{x^{1+\alpha}}{1+\alpha} + c$, $\alpha \neq -1$, è possibile scrivere

$$\begin{aligned} 3 \int x^2 dx - \int x dx + 10 \int dx &= 3 \frac{x^{1+2}}{1+2} - \frac{x^{1+1}}{1+1} + 10x + c \\ &= 3 \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 10x + c = x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 10x + c, \quad c \in \mathcal{R}. \end{aligned}$$

Quesito

Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_1^2 \left(e^x + \frac{5}{x} \right) dx$$

(max 3 punti).

Integrale definito

Per calcolare il seguente integrale

$$\int_1^2 \left(e^x + \frac{5}{x} \right) dx.$$

Risolviamo l'integrale indefinito

$$\int \left(e^x + \frac{5}{x} \right) dx = \int e^x dx + 5 \int \frac{1}{x} dx.$$

Ricordando gli integrali immediati $\int e^x dx = e^x + c$ e $\int 1/x dx = \log |x| + c$, è possibile scrivere

$$\int e^x dx + 5 \int \frac{1}{x} dx = e^x + 5 \log |x| + c.$$

Integrale definito

Ne consegue che

$$\begin{aligned}\int_1^2 \left(e^x + \frac{5}{x} \right) dx &= \left[e^x + 5 \log |x| \right]_1^2 = (e^2 + 5 \log 2) - (e^1 + 5 \log 1) \\ &= e^2 + 5 \log 2 - e \simeq 8.1365.\end{aligned}$$