

Dipendenza lineare

Salvatore Scognamiglio

Università degli studi di Napoli "Parthenope"

Quesito

Controllare se i vettori

$$\underline{a}_1 = (1, -3), \underline{a}_2 = (2, 3), \underline{a}_3 = (0, 1),$$

sono linearmente indipendenti(max 2 punti).

Vettori linearmente dipendenti

Ricordando che assegnati k vettori in \mathbb{R}^n , se risulta $k > n$, allora i vettori sono necessariamente linearmente dipendenti.

In questo caso, abbiamo $k = 3$ vettori in \mathbb{R}^2 , dal momento che $k > n$, concludiamo che i vettori sono linearmente dipendenti.

Quesito

Controllare se i vettori

$$\underline{a}_1 = (1, -3, 6), \quad \underline{a}_2 = (-2, 5, 5),$$

sono linearmente indipendenti (max 2 punti).

Vettori linearmente indipendenti

Per controllare se k vettori sono linearmente indipendenti, basta considerare la matrice formata dai vettori e controllare se esiste un minore di ordine k diverso da zero, ossia se la matrice ha rango k .

Vettori linearmente indipendenti

Consideriamo la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

Controlliamo se la matrice ha rango 2.

Vettori linearmente indipendenti

Consideriamo i minori di ordine 2.

$$\det \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} = 5 - 6 = -1 \neq 0.$$

Si nota che esiste almeno un minore di ordine 2 diverso da zero.

Soluzione

Concludiamo che il rango della matrice A é 2 e che i due vettori sono linearmente indipendenti.