Determinazione di infiniti ed infinitesimi campione equivalenti

Salvatore Scognamiglio

Università degli studi di Napoli “Parthenope”

Quesito

Determinare l'infinitesimo campione equivalente all'infinitesimo

$$f(x) = \frac{\mathrm{sen} 3x^2 + 7x^3}{log(2x+1)}$$

in $x_0 = 0$. (max 3 punti)

Determinazione di un infinitesimo campione equivalente

La funzione si presenta come rapporto fra due infinitesimi.
Procediamo col determinare l'infinitesimo campione equivalente delle diverse componenti.

Determinazione di un infinitesimo campione equivalente

$$f_1(x) = \operatorname{sen} 3x^2$$

Ricordando il limite notevole

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$$

è possibile scrivere

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} 3x^2}{3x^2} = 1$$

e quindi

$$\operatorname{sen} 3x^2 \; equiv_{x \to 0} \; 3x^2.$$

Determinazione di un infinitesimo campione equivalente

$$f_2(x) = 7x^3$$

la funzione è già un infinitesimo campione.

Determinazione di un infinitesimo campione equivalente

$$f_3(x) = log(2x+1)$$

Ricordando il limite notevole

$$\lim_{x\to 0} \frac{log(x+1)}{x} = 1$$

è possibile scrivere

$$\lim_{x\to 0} \frac{log(2x+1)}{2x} = 1$$

e quindi

$$log(2x+1)\ equiv_{x\to 0}\ 2x.$$

Determinazione di un infinitesimo campione equivalente

Ne consegue che

$$f(x) = \frac{\mathrm{sen} 3x^2 + 7x^3}{log(2x+1)} \; equiv_{x\to 0} \; \frac{3x^2+7x^3}{2x}.$$

Ricordando che la somma di due infinitesimi in x_0 è un infinitesimo in x_0 equivalente all'infinitesimo di ordine inferiore, allora vale

$$f(x) = \frac{3x^2+7x^3}{2x} \; equiv_{x\to 0} \; \frac{3x^2}{2x}.$$

Inoltre, ricordando che il prodotto di due infinitesimi in x_0 è un infinitesimo in x_0 il cui ordine è pari alla somma degli ordini dei fattori, vale che

$$f(x) = \frac{3x^2+7x^3}{2x} \; equiv_{x\to 0} \; \frac{3}{2}x.$$

Soluzione

Concludiamo che

$$f(x) = \frac{\mathrm{sen} 3x^2 + 7x^3}{log(2x+1)} \; equiv_{x \to 0} \; \frac{3}{2}x.$$

Quesito

Determinare l'infinito campione equivalente all'infinitesimo

$$f(x) = log(7x^3 + 5) + \frac{\sqrt[5]{x^7 + 3x}}{x}$$

in $x_0 = +\infty$. (max 3 punti)

Determinazione di un infinito campione equivalente

La funzione si presenta come somma di due infiniti. Procediamo col determinare l'infinito campione equivalente delle diverse componenti.

Determinazione di un infinito campione equivalente

$$f_1(x) = log(7x^3 + 5)$$

è un infinito di ordine arbitrariamente piccolo.

Determinazione di un infinito campione equivalente

$$f_2(x) = \sqrt[5]{x^7 + 3x}$$

Ricordando che la somma di due infiniti in x_0 è un infinito in x_0 equivalente all'infinito di ordine maggiore

$$x^7 + 3x \; equiv_{x \to +\infty} \; x^7$$

allora vale che

$$f_2(x) = \sqrt[5]{x^7 + 3x} \; equiv_{x \to +\infty} \; \sqrt[5]{x^7} = x^{7/5}.$$

Determinazione di un infinito campione equivalente

$$f_3(x) = x$$

la funzione è già un infinito campione.

Determinazione di un infinito campione equivalente

Ne consegue che

$$f(x) = log(7x^3 + 5) + \frac{\sqrt[5]{x^7 + 3x}}{x} \; equiv_{x \to +\infty} \; \frac{x^{7/5}}{x}.$$

Inoltre, ricordando che il prodotto di due infiniti in x_0 è un infinito in x_0 il cui ordine è pari alla somma degli ordini dei fattori, vale che

$$f(x) = log(7x^3 + 5) + \frac{\sqrt[5]{x^7 + 3x}}{x} \; equiv_{x \to +\infty} \; x^{7/5-1} = x^{2/5}.$$

Soluzione

Concludiamo che

$$f(x) = log(7x^3 + 5) + \frac{\sqrt[5]{x^7 + 3x}}{x} \; equiv_{x \to 0} \; x^{2/5}.$$