

Indice

Appendice Matematica	2
<i>Quesito 1</i>	2
Funzioni di utilità	3
<i>Quesito 2 (Capitolo 2 pagina 25)</i>	3
<i>Quesito 3 (Capitolo 2 pagina 27)</i>	4
<i>Quesito 4 (Capitolo 2 pagina 29)</i>	5
<i>Quesito 5 (Capitolo 2 pagina 28)</i>	6
Vincolo di bilancio	7
<i>Quesito 6 (Capitolo 2 pagina 38)</i>	7
Scelta ottima consumatore	8
<i>Quesito 7 (Capitolo 2 pagina 45, Capitolo 3 pagina 55)</i>	8
<i>Quesito 8 (Capitolo 3 pagina 55, Capitolo 2 pagina 32)</i>	10
<i>Quesito 9 (Capitolo 3 pagina 55, Capitolo 2 pagina 33)</i>	12
<i>Quesito 10 (Capitolo 3 pagina 62)</i>	13
<i>Quesito 11 (Capitolo 3 pagina 56)</i>	14
<i>Quesito 12 (Capitolo 4 pagina 95)</i>	15
Domanda di mercato	17
<i>Quesito 13 (Capitolo 3 pagina 65)</i>	17
Surplus	19
<i>Quesito 14 (Capitolo 4 pagina 98)</i>	19
Elasticità	20
<i>Quesito 15 (Capitolo 3 pagina 70)</i>	20
<i>Quesito 16 (Capitolo 3 pagina 70)</i>	21
<i>Quesito 17 (Capitolo 4 pagina 72)</i>	21
Vincolo di bilancio intertemporale	22
<i>Quesito 18 (Capitolo 5 pagina 125)</i>	22
Rendimenti di scala	24
<i>Quesito 19 (Capitolo 6 pagina 182)</i>	24
Costi	25
<i>Quesito 20 (Capitolo 7 pagina 196)</i>	25
Combinazione dei fattori produttivi	26
<i>Quesito 21 (Capitolo 7 pagina 212)</i>	26
<i>Quesito 22 (Capitolo 6 pagina 178, Capitolo 7 pagina 212)</i>	27
<i>Quesito 23 (Capitolo 6 pagina 180, Capitolo 7 pagina 212)</i>	28
Concorrenza perfetta	28

<i>Quesito 24 (Capitolo 8 pagina 232)</i>	28
Il Monopolio	29
<i>Quesito 25 (Capitolo 11 pagina 333)</i>	29
<i>Quesito 26 (Capitolo 8 pagina 334)</i>	30
<i>Quesito 27 (Capitolo 8 pagina 339)</i>	31
Oligopolio	33
<i>Quesito 28 (Capitolo 14 pagina 435-456)</i>	33

N.B

Le pagine indicate a fianco di ogni quesito si riferiscono al libro di testo: Microeconomia. di Michael L. Katz, Harvey S. Rosen, Carlo Andrea Bollino, Editore: McGraw-Hill Education, Edizione: 6

Appendice Matematica*Quesito 1*

Calcolare le derivate parziali delle seguenti funzioni:

a) $y = x_1 + x_2$

b) $y = 3x_1 + 4x_2$

c) $y = 6x_1 + 8x_2$

d) $y = 5\sqrt{x_1} + x_2$

e) $y = \log x_1 + x_2$

f) $y = x_1^a + x_2^b$

g) $y = x_1^{\frac{1}{2}} + x_2^{\frac{1}{2}}$

Per calcolare le derivate parziali di una funzione di due variabili $y=f(x_1, x_2)$ si procede derivando la funzione rispetto ad x_1 (mantenendo fisso x_2) e rispetto ad x_2 (mantenendo fisso x_1).

a) $y = x_1 + x_2$

Le derivate parziali rispetto a ciascuna variabile sono, rispettivamente:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = 1 \quad \frac{\partial y}{\partial x_2} = 1$$

b) $y = 3x_1 + 4x_2$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = 3 \quad \frac{\partial y}{\partial x_2} = 4$$

c) $y = 6x_1 + 8x_2$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = 6 \quad \frac{\partial y}{\partial x_2} = 8$$

$$d) \quad y = 5\sqrt{x_1 + x_2}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = 5 \frac{1}{2\sqrt{x_1}} \quad \frac{\partial y}{\partial x_2} = 1$$

$$e) \quad y = \log x_1 + x_2$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{1}{x_1} \quad \frac{\partial y}{\partial x_2} = 1$$

$$f) \quad y = a_1^a + x_2^b$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = ax_1^{a-1} \quad \frac{\partial y}{\partial x_2} = bx_2^{b-1}$$

$$g) \quad y = x_1^{\frac{1}{2}} + x_2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow y = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{1}{2\sqrt{x_1}} \quad \frac{\partial y}{\partial x_2} = \frac{1}{2\sqrt{x_2}}$$

Funzioni di utilità

Quesito 2 (Capitolo 2 pagina 25)

Due consumatori hanno preferenze che vengono espresse dalle seguenti funzioni di utilità:

$$U^A = \sqrt{x_1 x_2}$$

$$U^B = x_1^2 x_2$$

Si supponga che possano scegliere tra i panieri di consumo $w_1(4,9)$ e $w_2(9,4)$ determinare la misura di utilità di ciascun consumatore.

I valori di U^A e U^B si ottengono sostituendo a ciascuna funzione i valori di x_1 e x_2 nelle funzioni di utilità dei consumatori.

Per il consumatore A:

$$U_{w_1}^A = \sqrt{4 * 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$U_{w_2}^A = \sqrt{9 * 4} = \sqrt{36} = 6$$

Risulta per il consumatore A indifferenza tra i due panieri.

Per il consumatore B:

$$U_{w_1}^B = 4^2 * 9 = 144$$

$$U_{w_2}^B = 9^2 * 4 = 324$$

Per il consumatore B non vi è indifferenza nella scelta dei due panieri di consumo.

Supponendo che si comporti razionalmente sceglierà il paniere W_2 poiché gli offre una utilità maggiore.

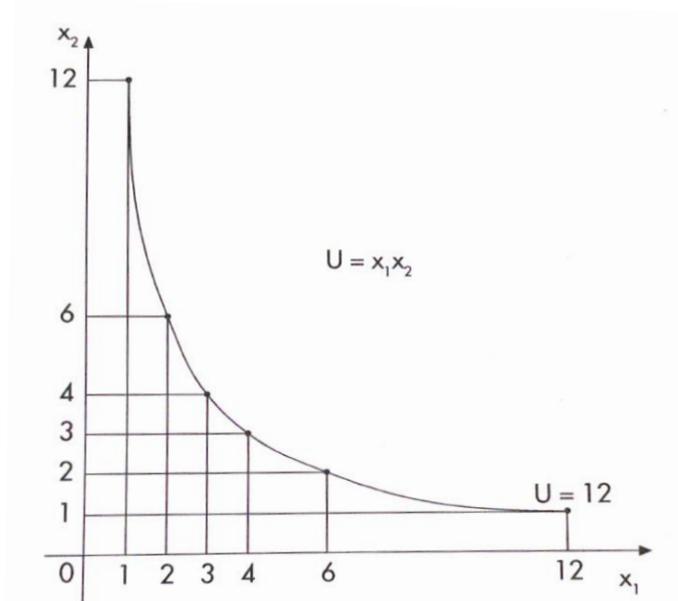
Quesito 3 (Capitolo 2 pagina 27)

Le preferenze di un consumatore sono espresse dalla seguente funzione di utilità:

$$U = x_1 x_2$$

- Determinare l'insieme dei panieri che risultano indifferenti al paniere $w(3,4)$;
- Stabilire l'ordine delle preferenze dei seguenti panieri $w_1(3,4)$ $w_2(7,9)$ $w_3(5,6)$ $w_4(2,1)$ $w_5(3,2)$;
- Indicare la scelta ottima del consumatore.

Il luogo geometrico dei panieri che forniscono al consumatore la medesima utilità ($U=12$) è rappresentato dalla seguente curva di indifferenza:



Il consumatore è indifferente tra i punti della stessa curva di indifferenza poiché l'utilità lungo tutta la curva è la medesima.

- Utilità del paniere $w(3,4)$ è:

$$U = x_1 * x_2 = 3 * 4 = 12$$

I panieri che risultano indifferenti al paniere $w(3,4)$ sono:

$$w_1 = (4,3) \quad w_4 = (12,1)$$

$$w_2 = (2,6) \quad w_5 = (1,12)$$

$$w_3 = (6,2) \quad w_4 = (3,4)$$

- Nella funzione di utilità vanno inseriti i valori di x_1 e x_2 di ciascun paniere:

$$U_1 = x_1 * x_2 = 3 * 4 = 12$$

$$U_2 = x_1 * x_2 = 7 * 9 = 63$$

$$U_3 = x_1 * x_2 = 5 * 6 = 30$$

$$U_4 = x_1 * x_2 = 2 * 1 = 2$$

$$U_5 = x_1 * x_2 = 3 * 2 = 6$$

Le preferenze in ordine crescente sono:

$$U_4 < U_5 < U_1 < U_3 < U_2$$

c) La scelta ottima del consumatore è pari a 63 connessa al paniere w_2 (7,9):

Quesito 4 (Capitolo 2 pagina 29)

Data la funzione di utilità:

$$U = x_1 x_2 + 2x_2$$

- Ricavare la funzione della curva di indifferenza;
- Calcolare il saggio marginale di sostituzione.

a) Esplicitando la funzione di utilità rispetto ad x_2 :

$$U = x_2(x_1 + 2)$$

$$x_2 = U \frac{1}{x_1 + 2}$$

b) Il saggio marginale di sostituzione (MRS) è il rapporto tra le utilità marginali dei due beni:

$$UM_1 = \frac{dU}{dx_1} = x_2 \qquad UM_2 = \frac{dU}{dx_2} = x_1 + 2$$

$$|MRS| = \frac{\frac{dU}{dx_1}}{\frac{dU}{dx_2}} \Rightarrow |MRS| = \frac{x_2}{x_1 + 2}$$

Quesito 5 (Capitolo 2 pagina 28)

Date le seguenti funzioni di utilità:

a) $U = x_1 x_2$

b) $U = x_1 + x_2$

c) $U = \min(x_1, x_2)$

d) $U = \min(x_1, 2x_2)$

Associare il rispettivo grafico:

$U = x_1 x_2 \rightarrow$ Figura 1

$U = x_1 + x_2 \rightarrow$ Figura 2

$U = \min(x_1, 2x_2) \rightarrow$ Figura 3

$U = \min(x_1, x_2) \rightarrow$ Figura 4

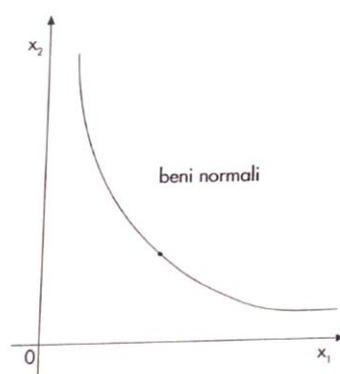


Figura 1

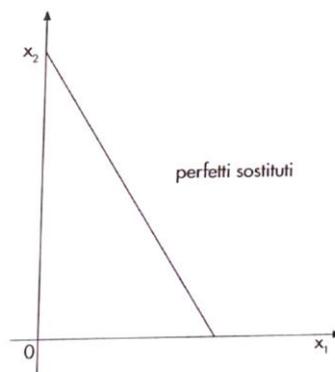


Figura 2

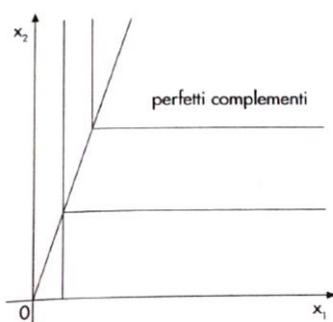


Figura 3

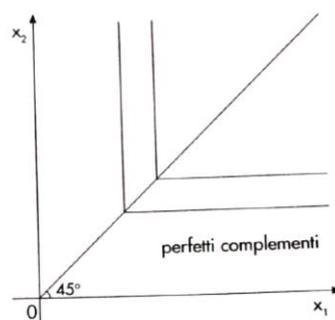


Figura 4

Vincolo di bilancio*Quesito 6 (Capitolo 2 pagina 38)*

Un consumatore dispone di un reddito $m=200$

Può acquistare quantità del bene 1 e 2 aventi prezzi $p_1=8$ e $p_2=2$. Determinare:

- la retta di bilancio e l'insieme di possibilità di consumo;
- la retta di bilancio qualora fosse prevista una spesa aggiuntiva fissa di 6 euro per poter disporre del bene 1 e di 2 euro per poter disporre del bene 2.

a) L'equazione del vincolo di bilancio è la seguente:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$$

Nel caso in oggetto:

$$8x_1 + 2x_2 = 200$$

Effettuando il rapporto tra i prezzi è possibile pervenire all'inclinazione della retta di bilancio.

$$-\frac{p_1}{p_2} = -\frac{8}{2} = -4$$

Le intercette orizzontali e verticali sono:

$$x_1 = \frac{m}{p_1} = \frac{200}{8} = 25$$

$$x_2 = \frac{m}{p_2} = \frac{200}{2} = 100$$

Le possibilità di consumo sono tutte le combinazioni dei due beni al di sotto del vincolo di bilancio.

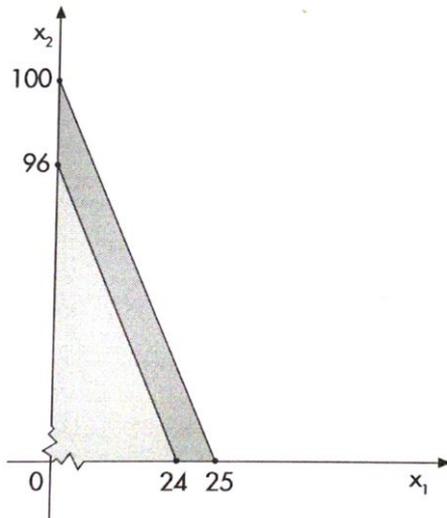
b) L'equazione del vincolo di bilancio con le spese fisse sarà:

$$8x_1 + 2x_2 = 192 \Rightarrow 4x_1 + x_2 = 96 \Rightarrow x_2 = 96 - 4x_1$$

$$x_1 = \frac{m}{p_1} = \frac{192}{8} = 24$$

$$x_2 = \frac{m}{p_2} = \frac{192}{2} = 96$$

Rappresentando il tutto graficamente:



Scelta ottima del consumatore, Curva di Engel, Curva Prezzo-Consumo, Effetto reddito e sostituzione.

Scelta ottima consumatore

Quesito 7 (Capitolo 2 pagina 45, Capitolo 3 pagina 55)

Si consideri un consumatore la cui funzione di utilità è:

$$U = 40 \cdot q_1^{0,4} \cdot q_2^{0,4}$$

dove q_1 e q_2 indicano le quantità dei due tipi di beni consumati.

Se il reddito è pari a € 2000 e i prezzi dei due beni sono pari rispettivamente a € 4 e € 6, si calcoli:

1. il paniere ottimo e l'utilità totale conseguita;
 2. si supponga che il prezzo del bene scenda a € 4, calcolare il nuovo punto di equilibrio.
1. imponiamo la condizione di uguaglianza tra il saggio marginale di sostituzione ed il rapporto tra i prezzi dei beni:

$$M.R.S. = \frac{P_A}{P_B},$$

dove il saggio marginale di sostituzione non è altro che il rapporto tra le utilità marginali:

$$M.R.S. = \frac{U_A}{U_B} = \frac{\partial U / \partial A}{\partial U / \partial B}.$$

Per quanto riguarda il nostro problema, quindi, occorre imporre la condizione di ottimo e quindi cercare il saggio marginale di sostituzione tra i due beni;

$$M.R.S. = \frac{\partial U / \partial q_1}{\partial U / \partial q_2}.$$

Abbiamo quindi

$$U_1 = 0,4 \cdot 40 q_1^{(0,4-1)} q_2^{0,4}$$

$$U_2 = 0,4 \cdot 40 q_2^{(0,4-1)} q_1^{0,4},$$

$$M.R.S. = \frac{16 \cdot q_1^{-0,6} q_2^{0,4}}{16 q_1^{0,4} q_2^{-0,6}} = \frac{q_2}{q_1}.$$

Possiamo imporre le condizioni di ottimo ed ottenere:

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{4}{6} \Rightarrow q_2 = \frac{2}{3} q_1.$$

Tale condizione ci dice che un consumatore razionale che vuole massimizzare la sua utilità, dati i prezzi e il reddito, deve mantenere un rapporto di consumo per il quale ad ogni unità del bene 1 associa (2/3) del bene 2. Sostituiamo a questo punto il rapporto ottimale di consumo nel vincolo di bilancio che si presenta nella forma:

$$2000 = 4 \cdot q_1 + 6 \cdot q_2.$$

Sostituiamo a q_2 la quantità ottimale del bene 1. Avremo:

$$2000 = 4 \cdot q_1 + 6 \cdot \left[\frac{2}{3} q_1 \right],$$

$$2000 = 4 \cdot q_1 + 4 \cdot q_1,$$

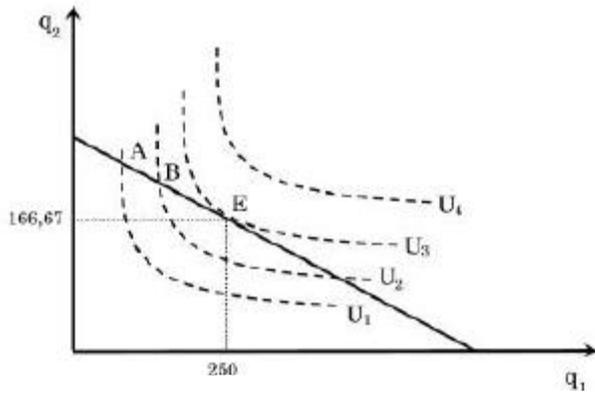
$$q_1^* = 250, \text{ da cui}$$

$$q_2^* = 166,66.$$

Per calcolare l'utilità totale conseguita basterà sostituire nella funzione di utilità i valori ottenuti:

$$U^* = 40 \cdot (250)^{0,4} \cdot (166,66)^{0,4} = 2.818,22.$$

È interessante vedere anche la soluzione grafica dell'esercizio attraverso la quale riusciamo a dare un senso pieno anche alla condizione di ottimo imposta in precedenza. Il punto ottimale è quello indicato in E,



2. Consideriamo ora la variazione di prezzo del bene 2 che passa da 6 a 4. La condizione di ottimo in questo caso richiede che il saggio marginale di sostituzione (che rimane invariato essendo identica la struttura delle preferenze della nostra consumatrice) sia uguale al nuovo rapporto tra i prezzi

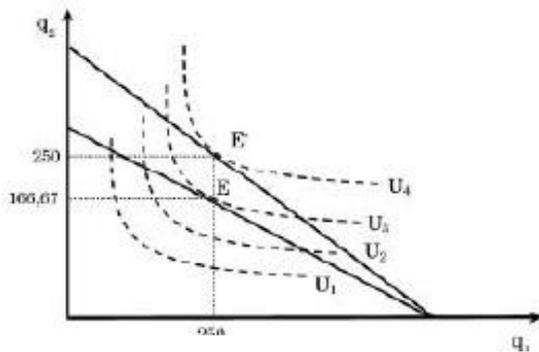
$$\frac{q_2}{q_1} = 1 \Rightarrow q_2 = q_1.$$

Sostituiamo questo nuovo rapporto ottimale del consumo nel vincolo di bilancio ed avremo:

$$2.000 = 4 \cdot q_1 + 4 \cdot (q_1)$$

$$q_1^{**} = 250 \text{ e } q_2^{**} = 250.$$

La nuova posizione di equilibrio della consumatrice è quella descritta nel punto E',



Quesito 8 (Capitolo 3 pagina 55, Capitolo 2 pagina 32)

Le preferenze di un consumatore sono espresse dalla seguente funzione di utilità:

$$U = x_1 + x_2$$

- a) Ricavare la mappa delle curve di indifferenza;
- b) Calcolare la scelta ottima se il reddito è $m=200$ $p_1=2$ e $p_2=8$.

a) Dalla funzione di utilità, esplicitando x_2 si ricava la mappa delle curve di indifferenza:

$$x_2 = U - x_1$$

b) L'equazione della retta di bilancio è la seguente:

$$2x_1 + 8x_2 = 200$$

La scelta ottima del consumatore può essere determinata imponendo l'uguaglianza tra saggio marginale di sostituzione ed il rapporto tra i prezzi dei beni:

$$\frac{dU}{dx_1} = 1$$

$$\frac{dU}{dx_2} = 1$$

Il MRS è costante trattandosi di beni perfetti sostituti:

$$|MRS| = \frac{\frac{dU}{dx_1}}{\frac{dU}{dx_2}} = \frac{1}{1} = 1$$

Il rapporto tra i prezzi è:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{2}{8} = 0,25$$

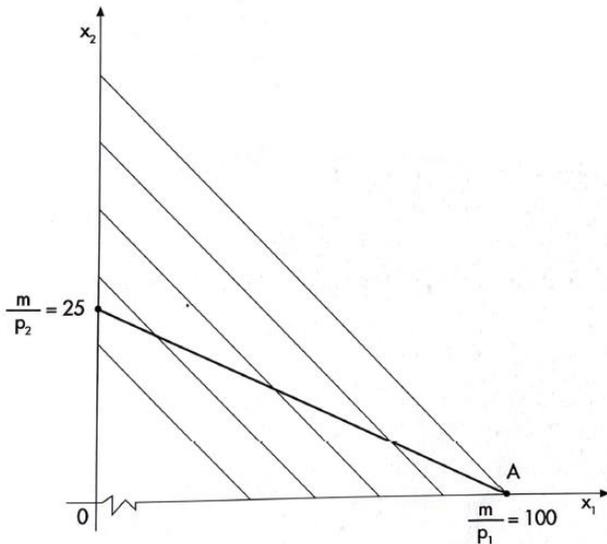
Il MRS rappresenta l'inclinazione della curva di indifferenza mentre il rapporto tra i prezzi è l'inclinazione del vincolo di bilancio.

Essendo:

$$|MRS| > \frac{p_1}{p_2}$$

$1 > 0,25$, la scelta ottimale è un paniere che contiene esclusivamente unità del bene 1

$$x_1^* = 100.$$



Lo stesso risultato è dato ragionando in termini di utilità ponderate:

$$UM_{p_1} = \frac{1}{2}; \quad UM_{p_2} = \frac{1}{8}$$

Dal confronto si evince che quella del bene x_1 è maggiore, la scelta del consumatore cade sul bene x_1 nella quantità:

$$\frac{m}{p_1} = \frac{200}{2} \rightarrow 100$$

Quesito 9 (Capitolo 3 pagina 55, Capitolo 2 pagina 33)

Si consideri la funzione di Utilità:

$$U = \min\{1,5x_1; x_2\}$$

I prezzi dei beni sono pari a $p_1=3$ e $p_2=18$ ed il reddito $m=60$
Determinare la scelta ottima.

Impostiamo il sistema:

$$\begin{cases} 1,5x_1 = x_2 & (\text{condizione di ottimo}) \\ 3x_1 + 18x_2 = 60 & (\text{vincolo di bilancio}) \end{cases}$$

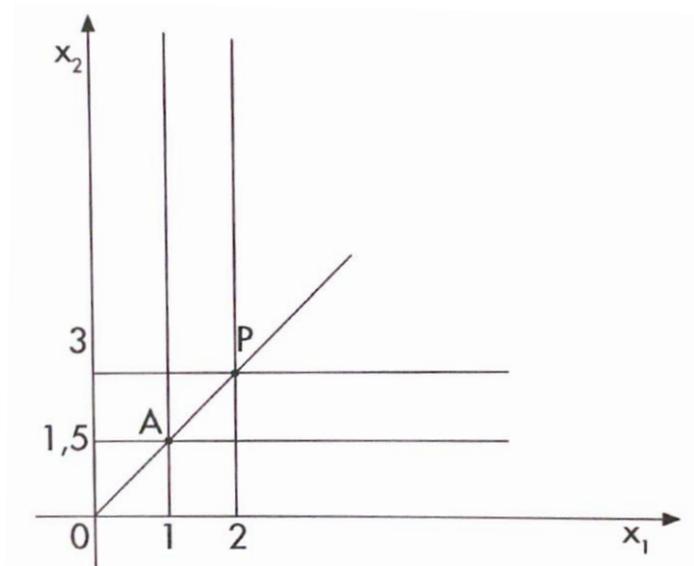
Risolvendo si avrà:

$$3x_1 + 18(1,5x_1) = 60$$

$$3x_1 + 27x_1 = 60$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 3$$



Quesito 10 (Capitolo 3 pagina 62)

Data la funzione di utilità:

$$U = x_1 x_2^2$$

- Scrivere la funzione della curva di Engel relativa al bene 1 e 2 essendo $p_1=2$ e $p_2=1$;
- Si determini se i beni sono inferiori o normali.

Calcoliamo il MRS della funzione di utilità:

$$\frac{dU}{dx_1} = x_2^2$$

$$\frac{dU}{dx_2} = 2x_1 x_2$$

$$| \text{MRS} | = \frac{x_2^2}{2x_1 x_2} = \frac{x_2}{2x_1}$$

Ed impostiamo la condizione di ottimo:

$$\begin{cases} x_2 = 2x_1 \\ 2x_1 + x_2 = m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = 4x_1 \\ 2x_1 + x_2 = m \end{cases}$$

$$2x_1 + 4x_1 = m$$

$$6x_1 = m$$

La funzione di Engel per il bene 1 è:

$$x_1 = \frac{1}{6}m$$

Per il bene 2:

$$\begin{cases} x_2 = 4x_1 \\ 2x_1 + x_2 = m \end{cases}$$

Esplicitando per x_1 :

$$x_1 = \frac{1}{4}x_2$$

$$2\frac{1}{4}x_2 + x_2 = m$$

$$x_2 + 2x_2 = 2m$$

$$3x_2 = 2m$$

L'equazione della curva di Engel per il bene 2 è

$$x_2 = \frac{2}{3}m$$

Si dicono normali i beni il cui consumo aumenta all'aumentare del reddito. In entrambi i casi poiché le quantità sono direttamente proporzionali con il reddito i beni sono normali.

Quesito 11 (Capitolo 3 pagina 56)

Data la funzione di utilità:

$$U = x_1^2 x_2$$

Il prezzo del bene 2 è pari a $p_2=2000$ e il reddito $m=60000$.

Determinare la funzione della curva prezzo-consumo per il bene 1.

Calcoliamo il MRS tra i due beni:

$$\frac{dU}{dx_1} = 2x_1 x_2$$

$$\frac{dU}{dx_2} = x_1^2$$

$$| \text{MRS} | = \frac{2x_1 x_2}{x_1^2} = \frac{2x_2}{x_1}$$

$$| \text{MRS} | = \frac{p_1}{p_2} \quad (\text{vincolo di tangenza})$$

Sostituendo i dati nell'ultima equazione:

$$\frac{2x_2}{x_1} = \frac{p_1}{2000}$$

$$4000x_2 = p_1x_1$$

Imponiamo il vincolo di bilancio:

$$p_1x_1 + 2.000x_2 = 60.000$$

Ed esplicitando per x_2 :

$$2.000x_2 = 60.000 - p_1x_1$$

$$x_2 = \frac{60.000 - p_1x_1}{2.000}$$

Inserendo l'ultima equazione nel vincolo di bilancio si ottiene che:

$$4.000 \left(\frac{60.000 - p_1x_1}{2.000} \right) = p_1x_1$$

$$120.000 - 2p_1x_1 = p_1x_1$$

$$120.000 = 3p_1x_1$$

$$x_1 = \frac{40.000}{p_1}$$

Tale espressione è l'equazione della curva prezzo-consumo per il bene 1.

Quesito 12 (Capitolo 4 pagina 95)

Data la seguente funzione di utilità:

$$U(x, y) = 2 - \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$$

- Determinare il paniere ottimale dato il reddito pari a 1200 e i prezzi $p_x=1$ e $p_y=4$;
- Determinare il paniere ottimo se $p'_x=4$ ed il reddito reste invariato.
- Scomporre la variazione intervenuta nella domanda del bene x a seguito della variazione di p_x in effetto reddito ed effetto sostituzione:

$$\begin{cases} |SMS_{y,x}| = \frac{p_x}{p_y} \\ R = p_x x + p_y y \end{cases}$$

$$|SMS_{yx}| = \frac{UM_x}{UM_y} = \frac{y^2}{x^2}$$

$$\begin{cases} \frac{y^2}{x^2} = \frac{1}{4} \\ 1200 = x + 4y \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

$$1200 = x + 4\frac{1}{2}x$$

$$x^* = 400$$

$$y^* = 200$$

b)

$$\begin{cases} \frac{y^2}{x^2} = \frac{4}{4} \\ 1200 = 4x + 4y \end{cases}$$

$$y = x$$

$$1200 = 4x + 4x$$

$$x^* = 150$$

$$y^* = 150$$

c)

$$\begin{cases} R_c = p'_x x + p_y y \\ |SMS_{xx}| = \frac{p'_x}{p_y} \end{cases}$$

La prima equazione rappresenta il vincolo di bilancio fittizio dove R_c è il reddito compensato.

La seconda stabilisce che la curva di indifferenza sia tangente al vincolo di bilancio fittizio la cui pendenza è pari al nuovo rapporto tra i prezzi.

Il reddito compensato è:

$$R_c = 4 \times 400 + 4 \times 200 = 2400$$

Per cui:

$$\begin{cases} 2400 = 4x + 4y \\ \frac{y^2}{x^2} = \frac{4}{4} = 1 \\ y = x \end{cases}$$

$$2400 = 8x$$

$$x = 300$$

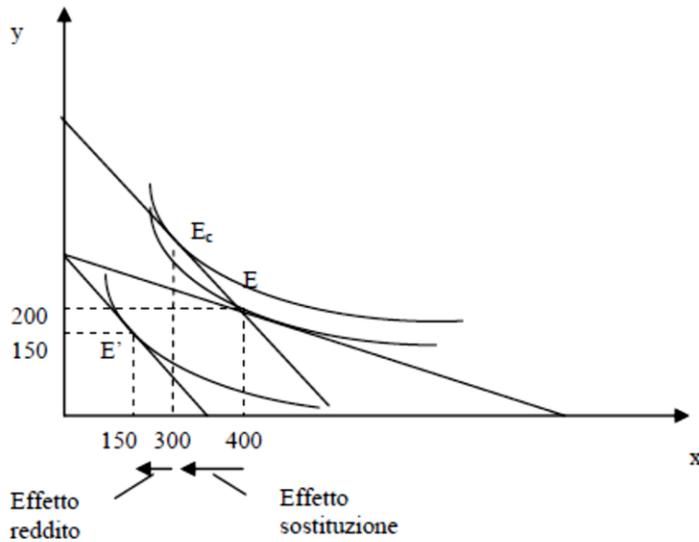
$$y = 300$$

L'effetto sostituzione si misura nel passaggio da E ad E_c :

$$x(E_c) - x(E) \quad 300 - 400$$

L'effetto reddito dal passaggio tra E' ad E_c :

$$x(E') - x(E_c) = 150 - 300$$



Domanda di mercato

Quesito 13 (Capitolo 3 pagina 65)

Considero un mercato composto da tre consumatori le cui curve di domanda individuali sono, rispettivamente:

$$P = 30 - \frac{3}{2} * Q_1$$

$$P = 30 - 6 * Q_2$$

$$P = 30 - Q_3$$

- Determinare la domanda complessiva di mercato;
- Calcolare la spesa totale in corrispondenza di $P = 12$;
- Se la curva di domanda di mercato si sposta parallelamente a se stessa in seguito alla crescita del prezzo di un bene complementare, da che lato si sposta la curva di domanda per $P = 12$.

Risposta:

- Prima di tutto derivare la quantità domandata individuale

Consumatore 1

$$P = 30 - \frac{3}{2}Q_1$$

$$Q_1 = 30\left(\frac{2}{3}\right) - \left(\frac{2}{3}\right)P$$

$$Q_1 = 20 - \left(\frac{2}{3}\right)P$$

Consumatore 2

$$P = 30 - 6Q_2$$

$$Q_2 = 30\left(\frac{1}{6}\right) - \left(\frac{1}{6}\right)P$$

$$Q_2 = 5 - \left(\frac{1}{6}\right)P$$

Consumatore 3

$$P = 30 - Q_3$$

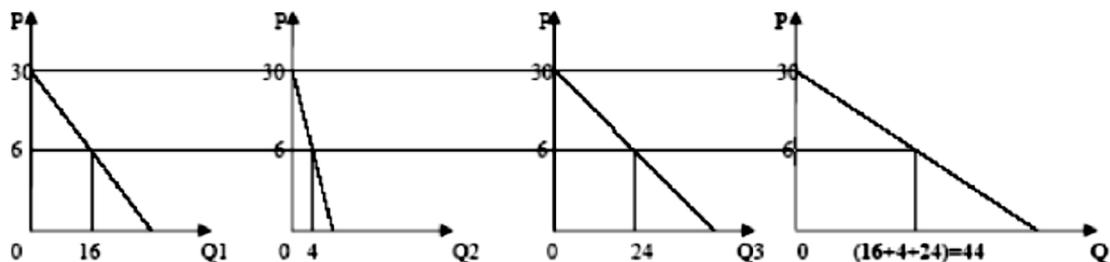
$$Q_3 = 30 - P$$

Calcolo domanda aggregata:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q = 20 - \left(\frac{2}{3}\right)P + 5 - \left(\frac{1}{6}\right)P + 30 - P$$

$$P = 30 - \frac{6}{11}Q$$



$$P=6, Q_1=20-\frac{2}{3}*6=16; Q_2=5-\left(\frac{1}{6}\right)*6=4; Q_3=30-6=24 \Rightarrow Q=16+4+24=44$$

La spesa totale si calcola come prodotto del prezzo di mercato per la quantità scambiata in corrispondenza di quel prezzo. Per $P_m=12$:

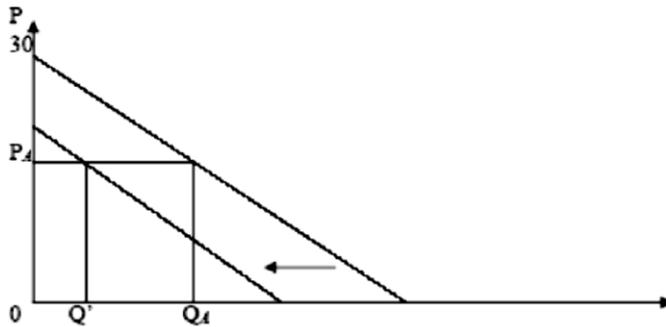
$$P = 30 - \frac{6}{11}Q$$

$$Q_m = 18\left(\frac{11}{6}\right) = 33$$

La spesa totale sarà quindi pari alla Domanda * Prezzo

$$S_m = P_m Q_m = 12 * 33 = 396$$

la crescita del prezzo di un bene complementare determina una variazione della quantità domanda del bene di cui conosciamo la curva di domanda. Dunque, a parità di prezzo, la quantità domandata si riduce e la curva si sposta parallelamente verso sinistra.



Surplus

Quesito 14 (Capitolo 4 pagina 98)

In un mercato sono presenti 100 imprese identiche, la cui funzione dei costi totali di breve periodo è:

$$CT = 5Q + 1/2 q^2$$

La domanda di mercato è:

$$Qd = 700 - 20P$$

1. Determinare la curva di offerta della singola impresa e del mercato;
2. Determinare l'equilibrio;
3. Illustrare il Surplus dei consumatori e dei produttori.

Svolgimento

a. Calcoliamo l'offerta di ciascuna impresa che coincide con la curva dei costi marginali nel tratto in cui i costi marginali sono maggiori dei costi medi variabili.

$$Cmg = 5 + q$$

$$P = 5 + q$$

$$qs = P - 5 \text{ (curva di offerta singola impresa)}$$

$$Qs = (P - 5) * 100$$

$$Qs = 100P - 500 \text{ (curva di offerta singola impresa dell'industria)}$$

b. L'equilibrio:

$$Qd = Qs$$

$$Qd = 700 - 20P$$

$$Qs = 100P - 500$$

$$700 - 20P = 100P - 500$$

$$-20P - 100P = -500 - 700$$

$$120 P = 1200$$

$$P = 1200/120 = 10 \text{ (Prezzo di equilibrio)}$$

$$Q_d = Q_s = 700 - 200 = 500 \text{ (Quantità di equilibrio)}$$

Ciascuna impresa produrrà:

$$q = Q/n = 500/100 = 5$$

c. Le intercette della domanda sono:

$$Q = 700 \text{ (} P = 0 \text{)}$$

$$P = 700/20 = 35 \text{ (} Q = 0 \text{)}$$

le intercette dell'offerta sono=

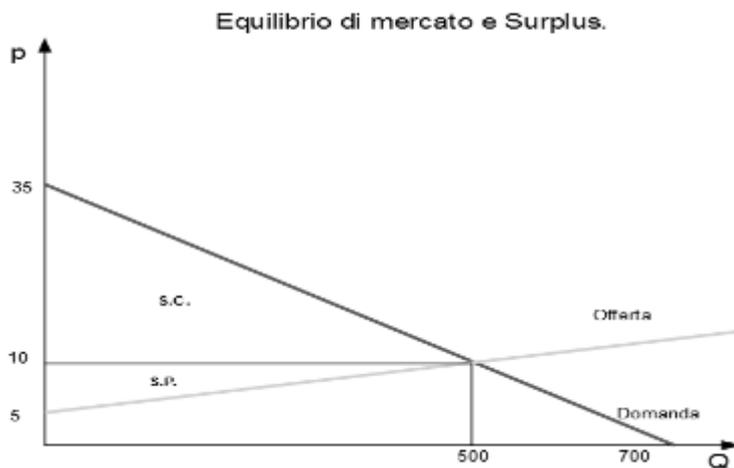
$$Q = -500 \text{ (} P = 0 \text{)}$$

$$P = 500/100 = 5 \text{ (} Q = 0 \text{)}$$

$$S.C. = 500(35 - 10)/2 = 6250$$

$$S.P. = 500(10 - 5)/2 = 1250$$

$$B.S. = 6250 + 1250 = 7500$$



Elasticità

Quesito 15 (Capitolo 3 pagina 70)

L'elasticità della domanda al prezzo dei biglietti del cinema è $|\varepsilon|=2$ e il prezzo dei biglietti aumenta del 3%. Di quanto varia percentualmente la quantità domandata?

$$\varepsilon = \frac{dQ}{dp} \frac{p}{Q} = \frac{dQ}{dp} \frac{p}{Q}$$

$$\frac{dQ}{Q} = \varepsilon \frac{dp}{p}$$

$$\frac{dQ}{Q} = -2 * 3\% = -2 * 0,03 = -0,06 = -6\%$$

Pertanto, la quantità domandata diminuisce del 6%.

Quesito 16 (Capitolo 3 pagina 70)

Si consideri la funzione di domanda $Q=82,51-12,78p$. Si determini il valore dell'elasticità della domanda rispetto al prezzo nei punti A, B e C di coordinate (p;Q) rispettivamente pari a (6,46;0), (3,23;41,23) e (0;82,51).

L'elasticità della domanda rispetto al prezzo è esprimibile come:

$$\varepsilon = \frac{dQ}{dp} \frac{p}{Q} = -12,78 \frac{p}{Q}$$

Nei punti dati il valore dell'elasticità è il seguente:

$$\varepsilon = \frac{dQ}{dp} \frac{p}{Q} = -12,78 \frac{6,46}{0} \rightarrow -\infty$$

$$\varepsilon = \frac{dQ}{dp} \frac{p}{Q} = -12,78 \frac{3,23}{41,26} = -1$$

$$\varepsilon = \frac{dQ}{dp} \frac{p}{Q} = -12,78 \frac{0}{82,51} = 0$$

Si vede, quindi, che cambiando punto sulla curva la domanda passa dall'essere infinitamente elastica (punto A) all'essere completamente anelastica (punto C).

Quesito 17 (Capitolo 4 pagina 72)

La curva di domanda di coca-cola durante la proiezione del film al cinema è:

$$p = 12 - \frac{1}{20} Q$$

Al gestore del cinema viene consigliato di dotarsi di una quantità di coca-cola per la vendita corrispondente al punto della curva di domanda ad elasticità rispetto al prezzo pari a -0,5. Qual è la quantità di coca-cola offerta dal gestore e qual è il corrispondente prezzo di vendita?

Il gestore deve offrire la quantità Q tale per cui l'elasticità della domanda al prezzo sia pari a -0,5. L'elasticità della domanda al prezzo è data da:

$$\varepsilon = \frac{dQ}{dp} \frac{p}{Q}$$

La funzione di domanda è data, in questo caso, in forma inversa. Ai fini del calcolo del termine dQ/dp nella formula dell'elasticità si hanno, quindi, due scelte: la prima consiste nell'esplicitare la variabile Q dalla funzione di domanda; la seconda, invece, consiste nel ricordare che:

$$\frac{dQ}{dp} = \frac{1}{\frac{dp}{dQ}}$$

$$Q = 240 - 20p$$

$$\frac{dQ}{dp} = -20$$

Con la seconda scelta:

$$p = 12 - \frac{1}{20} Q$$

$$\frac{dp}{dQ} = -\frac{1}{20}$$

$$\frac{dQ}{dp} = \frac{1}{-\frac{1}{20}} = -20$$

$$\varepsilon = -20 \frac{P}{Q}$$

Quindi:

$$-0,5 = -20 \frac{P}{Q}$$

si inserisce l'espressione della quantità domandata (del prezzo) in funzione del prezzo (della quantità domandata) all'interno dell'equazione dell'elasticità:

$$\begin{cases} -0,5 = -20 \frac{P}{Q} \\ Q = 240 - 20p \end{cases}$$

$$\begin{cases} -0,5 = -20 \frac{P}{240 - 20p} \\ Q = 240 - 20p \end{cases}$$

$$\begin{cases} 120 - 10p = 20 \\ Q = 240 - 20p \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30p = 120 \\ Q = 240 - 20p \end{cases}$$

$$\begin{cases} p^* = 4 \\ Q^* = 160 \end{cases}$$

Vincolo di bilancio intertemporale

Quesito 18 (Capitolo 5 pagina 125)

Data la funzione di utilità:

$$U = c_1 c_2^{1/2}$$

Il reddito disponibile al primo periodo è $m_1=160$ e quello del secondo periodo è $m_2=60$.

Sia il tasso di interesse annuo pari ad $i=0.04$.

Determinare la scelta ottima di consumo intertemporale.

Occorre massimizzare la funzione di utilità intertemporale:

$$\frac{dU}{dc_1} = c_2^{1/2}$$

$$\frac{dU}{dc_2} = \frac{1}{2} c_2^{-1/2} * c_1 = \frac{1}{2} c_2^{-1/2} * c_1$$

$$|MRS| = \frac{c_2^{1/2}}{\frac{1}{2} c_2^{-1/2} c_1}$$

$$\frac{c_2^{1/2}}{\frac{1}{2} c_2^{-1/2}} = c_2^{-1/2(-1/2)} = c_2^{1/2+1/2} = c_2$$

$$|MRS| = \frac{2c_2}{c_1}$$

Il vincolo di tangenza è espresso dalla relazione:

$$MRS = \frac{p_1}{p_2}$$

$$c_1 + \frac{1}{1+i} c_2 = m_1 + \frac{1}{1+i} m_2$$

$$c_1 + \frac{1}{1+0,04} c_2 = 160 + \frac{1}{1+0,04} 60$$

$$c_1 + \frac{1}{1,04} c_2 = 217,69$$

Il sistema risolutivo è:

$$\begin{cases} \frac{2c_2}{c_1} = \frac{1}{1,04} \\ c_1 + \frac{1}{1,04}c_2 = 217,69 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2c_2}{c_1} = 1,04 \\ c_1 + 0,96c_2 = 217,69 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2c_2 = 1,04c_1 \\ c_1 = 217,69 - 0,96c_2 \end{cases}$$

$$2c_2 = 1,04(217,69 - 0,96c_2)$$

$$2c_2 = 226,40 - 0,9984c_2$$

$$2,99c_2 = 226,40$$

$$c_2 = \frac{226,40}{2,99} = 75,71$$

$$\text{da cui } c_1 = 217,69 - 0,96(75,71)$$

$$c_1 = 145$$

Rendimenti di scala

Quesito 19 (Capitolo 6 pagina 182)

a) [1] $Y = 5x_1^{\frac{1}{2}}x_2^{\frac{1}{2}}$

b) [2] $Y = x_1x_2$

c) [3] $Y = \min(x_1, x_2)$

d) [4] $Y = x_1 + x_2$

e) [5] $Y = 4x_1 + 7$

f) [6] $Y = \sqrt[3]{x_1}\sqrt[3]{x_2}$

a)

$$Y = 5\sqrt{x_1x_2}$$

$$Y' = 5\sqrt{(tx_1)(tx_2)}$$

$$Y' = 5\sqrt{t^2x_1x_2} = t * 5\sqrt{x_1x_2} = tY$$

Rendimenti di scala costanti

b)

$$Y = tx_1tx_2 \Rightarrow Y' = t^2x_1x_2$$

$$Y' = t^2Y$$

Rendimenti di scala crescenti

c)

$$Y = \min(x_1, x_2) \Rightarrow Y' = \min(\alpha_1, \alpha_2) \Rightarrow Y' = \min t(x_1, x_2)$$

$$Y' = t \min(x_1, x_2)$$

$$Y' = tY$$

Rendimenti di scala costanti

d)

$$Y = x_1 + x_2 \Rightarrow Y' = \alpha_1 + \alpha_2 \Rightarrow Y' = t(x_1 + x_2)$$

$$Y' = tY$$

Rendimenti di scala costanti

e)

$$Y = 4x_1 + 7$$

Non ha senso calcolare i rendimenti per questa funzione

f)

$$Y = \sqrt[3]{x_1} \sqrt[3]{x_2} \rightarrow Y' = x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{\frac{1}{3}}$$

$$c + d = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} < 1$$

Nella funzione di tipo Cobb-Douglas

$$Y = x_1^c x_2^d \text{ se:}$$

$c + d = 1$ rendimenti di scala costanti

$c + d > 1$ rendimenti di scala crescenti

$c + d < 1$ rendimenti di scala decrescenti

$$Y = \sqrt[3]{x_1} \sqrt[3]{x_2} \Rightarrow Y' = x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{\frac{1}{3}}$$

Costi

Quesito 20 (Capitolo 7 pagina 196)

La funzione di costo totale di un'impresa è:

$$CT = Y^2 - 3Y + 10$$

Determinare i livelli di costo corrispondenti all'output $Y=5$

- Costo totale
- Costo medio
- Costo marginale
- Costo fisso medio

- e) Costo variabile
- f) Costo variabile medio

a)

$$CT = Y^2 - 3Y + 10$$

$$CT = 25 - 15 + 10 = 20$$

b)

$$CMe = \frac{CT}{Y} = \frac{Y^2 - 3Y + 10}{Y}$$

$$CMe = \frac{5^2 - 3(5) + 10}{5} = 4$$

c)

$$CMa = \frac{dCT}{dY} = 2Y - 3 \Rightarrow 2(5) - 3 = 7$$

d)

$$CFM = \frac{F}{Y} = \frac{10}{5} = 2$$

e)

$$CV = Y^2 - 3Y = 5^2 - 3(5) = 10$$

f)

$$CVM = \frac{CV}{Y} = \frac{Y^2 - 3Y}{Y} = \frac{25 - 15}{5} = 2$$

Combinazione dei fattori produttivi

Quesito 21 (Capitolo 7 pagina 212)

Data la funzione di produzione:

$$Y = 10KL$$

Ed i prezzi dei fattori K e L rispettivamente $p_K = 100000$ e $p_L = 10000$

Determinare:

- a) la combinazione ottimale di K e L che consente all'impresa di ottenere un output $Y = 10000$ unità di prodotto;
- b) il costo minimo;
- c) il prezzo unitario minimo di vendita affinché il profitto dia positivo.

a)

Il sistema risolutivo è il seguente:

$$\begin{cases} MRST = \frac{P_K}{P_L} & (\text{vincolo di tangenza tra isdoquanto ed isocosto}) \\ Y = 10KL & (\text{vincolo tecnologico}) \end{cases}$$

$$\frac{dY}{dK} = 10L; \frac{dY}{dL} = 10K$$

$$MRST = \frac{10L}{10K} = \frac{L}{K}$$

$$\begin{cases} \frac{L}{K} = \frac{100.000}{10.000} \\ 10.000 = 10KL \end{cases}$$

Le quantità ottime sono:

$$K^* = 10$$

$$L^* = 100$$

b) moltiplicando il prezzo di ciascun fattore per la sua quantità ottima si ottiene il costo minimo:

$$p_L * L + p_K * K = \text{costo minimo}$$

$$10000 * 100 + 100000 * 10 = 2000000$$

c)

$$\pi = \text{Ricavo} - \text{Costo minimo}$$

$$\pi = p * 10.000 - 2.000.000$$

Poiché deve essere $\pi > 0$ poniamo la funzione del profitto:

$$p * 10.000 - 2.000.000 > 0$$

$$p * 10.000 > 2.000.000$$

$$p > \frac{2.000.000}{10.000}$$

$$p > 200$$

Quesito 22 (Capitolo 6 pagina 178, Capitolo 7 pagina 212)

La tecnologia di un'impresa è rappresentata dalla seguente funzione di produzione:

$$Y = x_1 + x_2$$

Sia C il costo e p_1 e p_2 i prezzi dei fattori produttivi.

Determinare la combinazione ottima di fattori produttivi.

Il vincolo di costo dell'impresa è:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = C$$

Caso 1:

$$\frac{p_1}{p_2} = 1$$

vi è un'intera gamma di scelte ottime.

Caso 2:

$$\frac{p_1}{p_2} > 1$$

la scelta ottima sarà:

$$x_2 = \frac{C}{p_2}$$

Caso 3:

$$\frac{p_1}{p_2} < 1$$

la scelta ottima sarà:

$$x_1 = \frac{C}{p_1}$$

Quesito 23 (Capitolo 6 pagina 180, Capitolo 7 pagina 212)

La tecnologia di un'impresa è espressa dalla seguente funzione di produzione:

$$Y = \min\{2x_1, x_2\}$$

Il budget è $C=100000$.

Determinare la combinazione ottimale di fattori produttivi essendo i prezzi $p_1=1000$ e $p_2=2000$.

L'equazione della retta di isocosto è:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = C$$

Il vincolo per i fattori complementari è:

$$2x_1 = x_2$$

La combinazione ottimale si otterrà dalla risoluzione del sistema:

$$\begin{cases} 2x_1 = x_2 \\ 1.000x_1 + 2.000x_2 = 100.000 \\ 1.000x_1 + 2.000(2x_1) = 100.000 \\ 5.000x_1 = 100.000 \\ x_1^* = 20 \\ \text{Quindi } x_2 = 2 \cdot 20 = 40. \end{cases}$$

Concorrenza perfetta

Quesito 24 (Capitolo 8 pagina 232)

Il prezzo di vendita di un bene è $p=36$ ed il costo totale di produzione è pari a:

$$CT = 100 + 6Y^2$$

- a) Calcolare la quantità di output che massimizza il profitto dell'impresa;
- b) Calcolare il profitto o la perdita.

Poniamo la relazione di uguaglianza:

Prezzo=Costo marginale

$$36 = 12Y \rightarrow \frac{36}{12} = 3$$

b)

il profitto sarà uguale a:

$$\pi = RT - CT = p * Y - CT$$

$$\pi = 36(3) - (100 + 6 * 3^2)$$

$$\pi = 108 - 154$$

$$\pi = -46 \text{ (perdita)}$$

Essendo i profitti negativi si registrerà una perdita.

L'impresa deve decidere se cessare o meno la produzione per questo confronterà il prezzo medio di mercato con il costo medio

$$CVM = \frac{CV}{Y} = \frac{6Y^2}{Y} = 6Y = 6 * 3 = 18$$

Poiché il prezzo di vendita $p=36$ è maggiore del costo medio all'impresa conviene rimanere sul mercato.

Il Monopolio

Quesito 25 (Capitolo 11 pagina 333)

La funzione $q=40-p$ esprime la domanda di mercato. La funzione di costo del monopolista è $CT=4q$. Determinare:

- a) La quantità offerta;
- b) Il prezzo di mercato;
- c) Il profitto del monopolista.

E' necessario trasformare la domanda di mercato da diretta ad inversa

$$p = 40 - q$$

La condizione di equilibrio del monopolista è: **Ricavo Marginale = Costo Marginale**

Il costo marginale può essere ricatto dall'equazione dei costi totali:

$$CMA = \frac{dCT}{dq} = 4$$

Il Ricavo marginale è la derivata prima della funzione di ricavo totale:

$$RT = p \cdot q$$

$$RT = (40 - q)q = 40q - q^2$$

$$\frac{dRT}{dq} = 40 - 2q$$

$$RMa = 40 - 2q$$

Secondo la condizione di equilibrio:

$$4 = 40 - 2q \Rightarrow 2q = 36 \Rightarrow q^* = 18$$

b)

il prezzo di mercato si ottiene sostituendo $q=18$ nella funzione di domanda:

$$p^* = 40 - 18 = 22$$

c)

Il profitto è espresso dalla relazione Ricavo Totale – Costo Totale:

$$\pi = p \cdot q - CT(q)$$

$$\pi = 22 \cdot 18 - 4 \cdot 18 = 396 - 72 = 324$$

Quesito 26 (Capitolo 8 pagina 334)

Un monopolista attua una discriminazione di prezzo su due gruppi di consumatori applicando al primo un prezzo $p_1=8$ ed al secondo un prezzo $p_2=5$.

Se la funzione di costo totale è $CT=4q$ calcolare l'elasticità della domanda di ciascun gruppo di consumatori.

$$CMa = RMa$$

$$CMa = \frac{dC}{dq} = 4$$

Essendo

$$CMa = RMa \text{ sar\`a } RMa = 4$$

$$RMa = p_1 \left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_{d_1}|} \right) \rightarrow 4 = 8 \left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_{d_1}|} \right) \rightarrow 4|\varepsilon_{d_1}| = 8|\varepsilon_{d_1}| - 8$$

$$8 = 8|\varepsilon_{d_1}| - 4|\varepsilon_{d_1}|$$

$$8 = 4|\varepsilon_{d_1}| \rightarrow |\varepsilon_{d_1}| = 2$$

$$RMa = p_2 \left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_{d_2}|} \right) \rightarrow 4 = 5 \left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_{d_2}|} \right) \rightarrow |\varepsilon_{d_2}| = 5$$

$$4|\varepsilon_{d_2}| = 5|\varepsilon_{d_2}| - 5 \rightarrow |\varepsilon_{d_2}| = 5$$

Quesito 27 (Capitolo 8 pagina 339)

In un mercato di monopolio la funzione di domanda è:

$$P=20-q$$

La funzione di costo totale è:

$$CT=2q$$

Determinare:

- Il punto di ottimo del monopolista;
- Il prezzo di riserva, il surplus del consumatore, del produttore e totale;
- Il surplus del consumatore nel caso di un prezzo efficiente e la perdita netta di monopolio.

Dalla funzione del profitto si ha:

$$\pi = p \cdot q - CT(q)$$

$$\pi = (20 - q)q - 2q = 20q - q^2 - 2q$$

$$\pi = 18q - q^2$$

$$\frac{d\pi}{dq} = 18 - 2q$$

$$18 - 2q = 0$$

La quantità ottima del monopolista è $q=9$.

Il prezzo è:

$$p=20-9$$

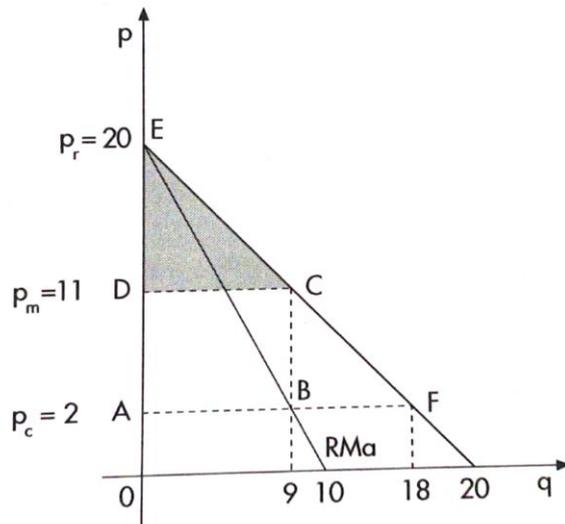
Per cui $p=11$.

b)

Rappresentando graficamente la funzione di domanda, è possibile calcolare e dare una rappresentazione del prezzo di riserva

$$\begin{cases} p = 20 - q \\ q = 0 \end{cases} \Rightarrow p_r = 20 \text{ (prezzo di riserva)}$$

$$\begin{cases} p = 20 - q \\ q = 0 \end{cases} \Rightarrow q = 20$$



$P=20$ è il prezzo di riserva del consumatore.

Il Surplus del consumatore è l'area del triangolo ECD:

$$S.C. = \frac{9 * (20 - 11)}{2} = \frac{81}{2} = 40,5$$

Il surplus del monopolista è l'area ABCD che corrisponde al suo profitto:

$$\pi = 18 \cdot 9 - 92 = 81$$

Il surplus totale è la somma dei due surplus corrispondente all'area ABCE:

$$S.S. = 81 + 40,5 = 121,5$$

c)

La condizione di prezzo efficiente è $P=Cma=2$.

La quantità prodotta è:

$$2 = 20 - q$$

$$q = 18$$

Il surplus del consumatore è l'area del triangolo EAF:

$$S.C. = \frac{18(20 - 2)}{2} = 162$$

La perdita netta di monopolio è pari all'area del triangolo CBF e si ottiene come differenza tra surplus del consumatore nel caso di prezzo efficiente e surplus sociale:

$$D.L. = 162 - 121,5 = 40,5$$

Oligopolio

Quesito 28 (Capitolo 14 pagina 435-456)

Si consideri un mercato in cui operano due imprese che vendono prodotti omogenei e hanno la stessa funzione di costo totale:

$$C(q_i) = 10q_i$$

La funzione di domanda di mercato è:

$$Q = 40 - p$$

Determinare

Il prezzo, la quantità, i profitti di equilibrio ed i surplus nel caso in cui le imprese competano: alla *Cournot*, alla *Stackelberg* (impresa 1 LEADER, impresa 2 FOLLOWER), alla *Bertrand*.

- a) Nella competizione alla Cournot, le imprese scelgono simultaneamente la quantità da produrre data la quantità prodotta dal rivale.

In particolare, la funzione di profitto dell'impresa 1 è:

$$\pi_1 = [40 - (q_1 + q_2)]q_1 - 10q_1$$

La condizione di prim'ordine per la massimizzazione dei profitti è:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow 40 - 2q_1 - q_2 - 10 = 0$$

da cui si ottiene la curva di reazione o funzione di risposta ottima dell'impresa 1:

$$q_1 = 15 - \frac{1}{2}q_2 \quad (R_1)$$

Procedendo allo stesso modo per l'impresa 2, e poiché le imprese sono identiche, si ottiene la curva direzione dell'impresa 2:

$$q_2 = 15 - \frac{1}{2}q_1 \quad (R_2)$$

L'equilibrio di Cournot è dato dall'intersezione delle due curve di reazione:

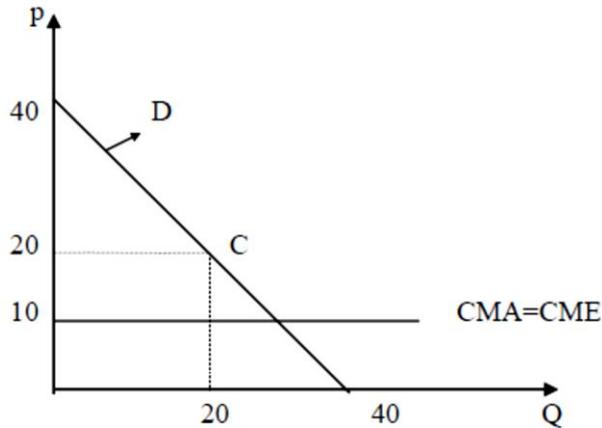
$$\begin{cases} q_1 = 15 - \frac{1}{2}q_2 \\ q_2 = 15 - \frac{1}{2}q_1 \end{cases}$$

Da cui si ottengono le quantità di equilibrio $q_1^* = q_2^* = 10$. Quindi la quantità totale prodotta nel duopolio alla Cournot è pari $Q_C^* = 20$, mentre il prezzo di mercato è $p_C^* = 20$. I profitti di equilibrio per ciascuna delle due imprese saranno pari a:

$$\pi_i = (p - CMA)q_i = (20 - 10)10 = 100$$

E i profitti aggregati, ovvero il surplus del produttore, saranno pari a 200.

Rappresentiamo l'equilibrio graficamente (punto c)



Il surplus del consumatore è dato dall'area:

$$SC_C = \frac{(40 - 20)20}{2} = 200$$

Quindi il benessere sociale, dato dalla somma del surplus del produttore e del consumatore è:

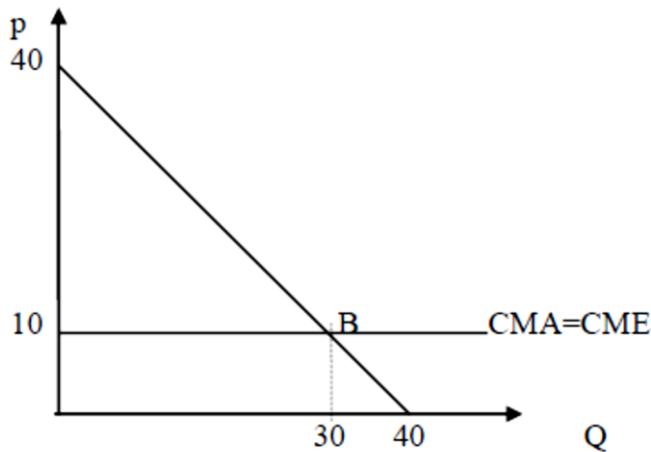
$$BS_C = 200 + 200 = 400$$

- b) in caso di competizione alla Bertrand, le imprese competono sul prezzo, e l'equilibrio (nel caso di imprese identiche) coincide con l'esito di concorrenza perfetta il cui prezzo di mercato è pari al costo marginale, ovvero:

$$p = CMA$$

$$p_B^* = 10$$

E, sostituendo nella curva di domanda, $Q_B^* = 30$ (ciascuna impresa produce una quantità pari a 15). Rappresentiamo graficamente l'equilibrio di Bertrand (punto B).



I profitti delle imprese, e quindi il surplus del produttore, sono evidentemente nulli, mentre il surplus del consumatore è dato dall'area:

$$SC_B = \frac{(40-10)30}{2} = 450$$

che rappresenta quindi anche il benessere sociale. L'equilibrio di Cournot comporta quindi una perdita di benessere rispetto al caso di concorrenza perfetta (o di competizione alla Bertrand) pari a 50.

- c) Nel caso di concorrenza alla Stackelberg, una delle due imprese (il *leader*: nel nostro caso l'impresa 1 per ipotesi) riconosce che la quantità del rivale è funzione della propria, ed è quindi in grado di formulare una *congettura* riguardo al comportamento del rivale. In particolare, l'impresa *leader* massimizza il proprio profitto sotto il vincolo della funzione di reazione del rivale (che rappresenta quindi la *funzione di congettura* dell'impresa 1 riguarda il comportamento dell'impresa 2). L'impresa *follower*, invece, si comporta semplicemente adattandosi al comportamento del leader, ovvero, scegliendo la quantità che massimizza il profitto dato il livello di quantità scelto del leader

Dalla massimizzazione del profitto del follower si ottiene dunque la stessa condizione che abbiamo ottenuto nel caso di Cournot, ovvero:

$$q_2 = 15 - \frac{1}{2}q_1 \quad (R_2)$$

Il problema di ottimo dell'impresa 1 richiede invece la massimizzazione del profitto sotto il vincolo della funzione di reazione dell'impresa 2, ovvero:

$$\begin{aligned} \max \pi_1 &= (40 - q_1 - q_2)q_1 - 10q_1 \\ \text{s.v. } q_2 &= 15 - \frac{1}{2}q_1 \end{aligned}$$

Sostituendo dal vincolo nella funzione di profitto, si ottiene:

$$\pi_1 = \left(40 - q_1 - 15 + \frac{1}{2}q_1\right)q_1 - 10q_1$$

Dalla condizione di prim'ordine si ottiene $q_1^* = 15$ e quindi, sostituendo nella funzione di reazione del follower, $q_2^* = 7,5$. Quindi la quantità totale prodotta in un duopolio alla Stackelberg è $Q_S^* = 22,5$ (maggiore di quella prodotta nell'equilibrio di Cournot) e il prezzo è 17,5 (minore di quello dell'equilibrio di Cournot). Passando al calcolo dei profitti, il profitto dell'impresa leader è 112,5

mentre il profitto del follower è 56,25. Questa situazione fornisce un esempio di quello che in teoria dei giochi viene definito come *vantaggio della prima mossa*: avendo la possibilità di decidere per prima, l'impresa 1 annuncerà di produrre una quantità molto elevata, mentre l'impresa 2, che deve muovere per seconda e quindi considera la quantità prodotta ad arrivare come un dato, non avrà convenienza a fissare una quantità altrettanto elevata (altrimenti il prezzo di mercato si abbasserebbe troppo provocando una perdita per entrambe le imprese). Quindi l'impresa 2 sarà costretto a fissare un livello produttivo più basso dell'altra, ottenendo quindi profitti inferiori.

I profitti totali sono pari a 168,75. Invece surplus del consumatore è pari a:

$$SC_M = \frac{(40 - 17,5)22,5}{2} = 253,125$$

Quindi il benessere sociale è pari a $BS_M = 421,875$.

Si può quindi osservare che il benessere sociale massimo nel caso di competizione alla Bertrand, e decresce andando verso una situazione di cartello, passando per i casi di Stackelberg e Cournot. Rappresentiamo graficamente e quattro equilibri.

