

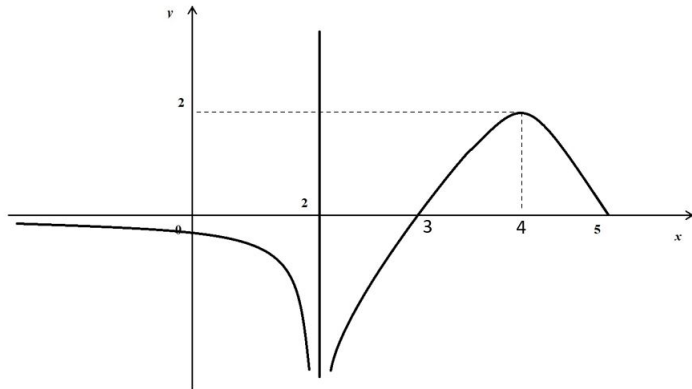
# Lettura di grafici di funzione

In questo quesito si mostrano due esempi di lettura e interpretazione del grafico di funzione. L'analisi si articola in diversi punti. Di seguito si illustra la valutazione attribuita all'esercizio, in dipendenza dei punti svolti. Il punteggio massimo è 4, il riferimento bibliografico è il capitolo V del testo consigliato.

- 1 Individuazione del dominio e dell'immagine della funzione (punteggio 1).
- 2 Analisi del comportamento della funzione agli estremi del dominio, eventuali asintoti (punteggio 1).
- 3 Individuazione degli zeri della funzione (punteggio 1).
- 4 Monotonia della funzione; estremi assoluti e relativi (punteggio 1).

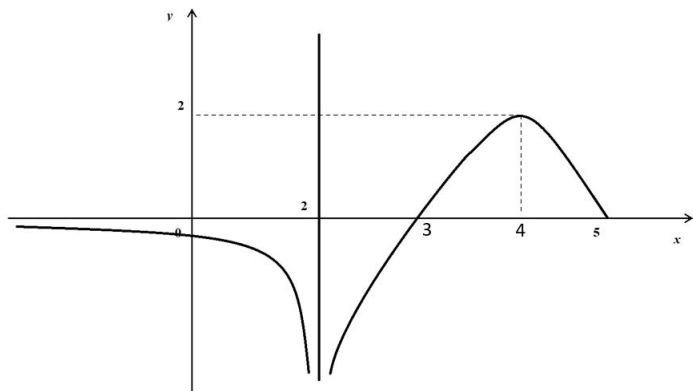
# Esercizio 1

Analizzare il grafico della funzione il cui grafico è rappresentato nella figura seguente:



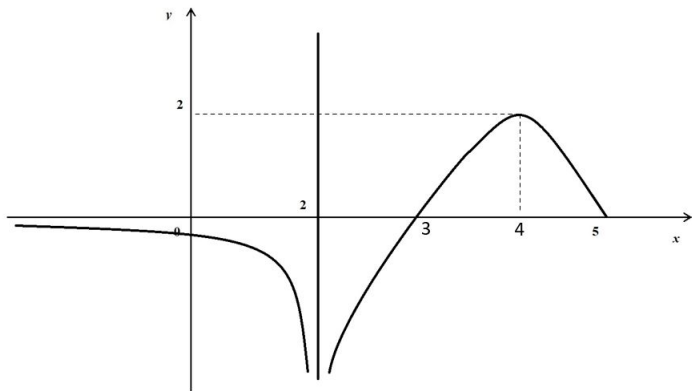
- 1 Individuazione del dominio e dell'immagine della funzione. VAI

# Dominio e immagine



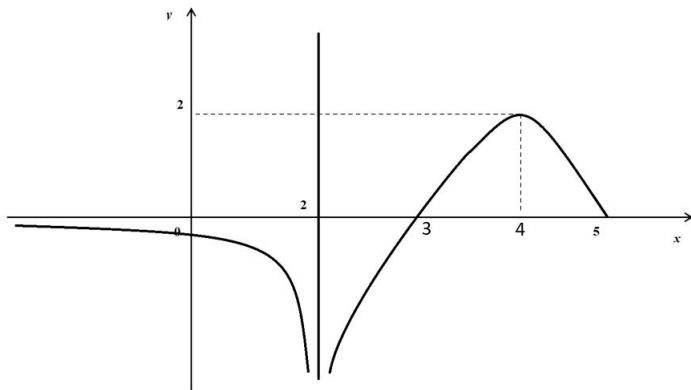
Il dominio della funzione può essere visualizzato immaginando di proiettare il grafico sull'asse delle ascisse. Osserviamo quindi che il dominio è l'insieme  $X = ]-\infty, 2[ \cup ]2, 5]$ .

# Dominio e immagine



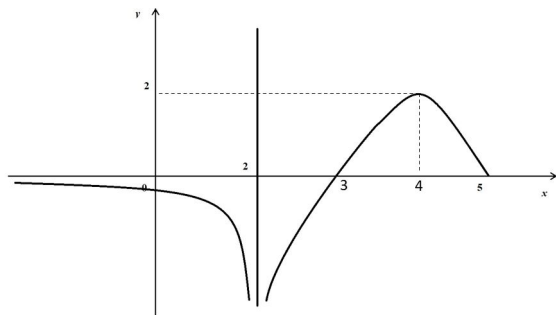
L'immagine della funzione può essere visualizzata immaginando di proiettare il grafico sull'asse delle ordinate. Osserviamo quindi che l'immagine è l'insieme  $Y = ] - \infty, 2]$ .

# Esercizio 1



- 3 Analisi del comportamento della funzione agli estremi del dominio. VAI

# Comportamento agli estremi

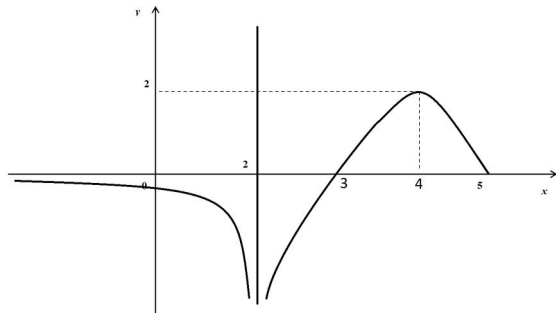


L'analisi del comportamento di una funzione agli estremi richiede il calcolo di limiti. Ricordiamo che  $X = ] - \infty, 2[ \cap ] 2, 5 ]$ .

Iniziamo dall'analisi del comportamento di  $f$  nell'estremo inferiore del dominio; il grafico mostra che:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \implies y = 0$  asintoto orizzontale sinistro.

# Comportamento agli estremi



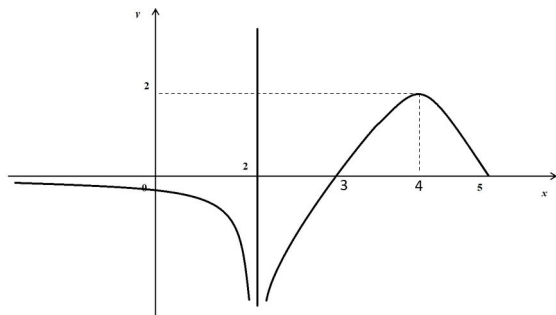
$X = ] - \infty, 2[ \cap ] 2, 5 ]$ . Analizziamo l'andamento della funzione in intorni (sinistri e destri) del punto  $x = 2$ .

Il grafico mostra che:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty \implies x = 2 \text{ asintoto verticale.}$$



# Comportamento agli estremi



$X = ] - \infty, 2[ \cap ] 2, 5]$ . Analizziamo infine l'andamento della funzione nell'estremo superiore del dominio.

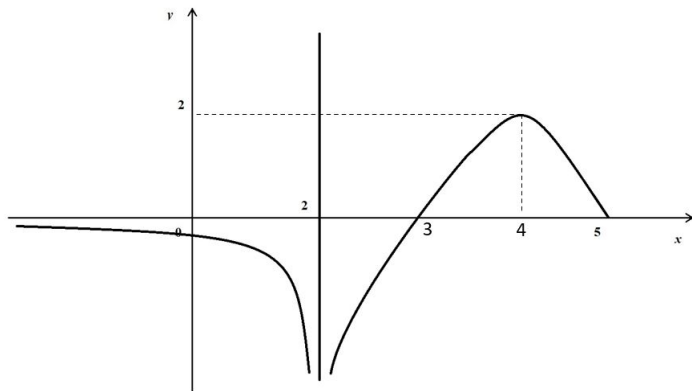
Il grafico mostra che:

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = 0.$$

Osserviamo che  $5 \in X$  e la funzione è ivi continua, pertanto

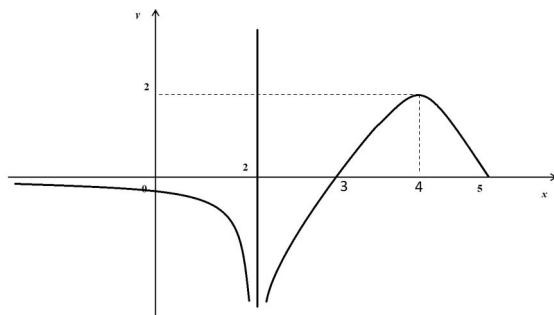
$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = f(5).$$

# Esercizio 1



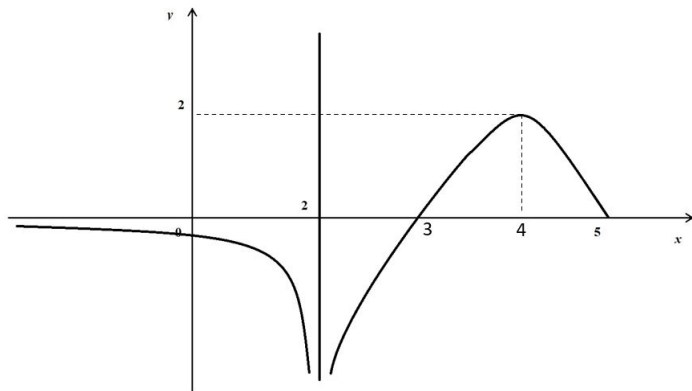
③ Individuazione degli zeri della funzione. VAI

# Individuazione degli zeri



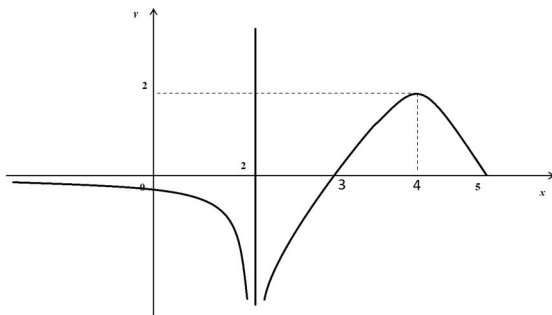
Ricordiamo che gli zeri di una funzione corrispondono, graficamente, alle ascisse dei punti di intersezione del grafico con l'asse  $x$ . La figura mostra che il grafico interseca l'asse  $x$  nei punti di ascisse  $x_1 = 3$  e  $x_2 = 5$ .

# Esercizio 1



- 4 Monotonia della funzione; estremi assoluti e relativi. VAI

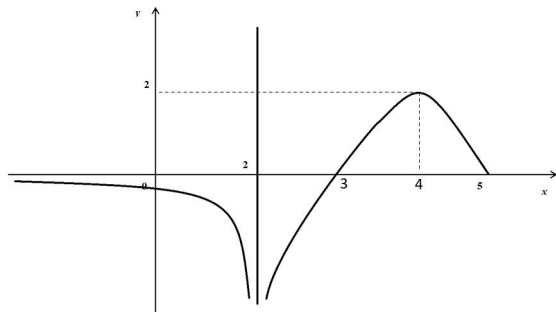
# Monotonia ed estremi



Osserviamo che la funzione non è globalmente monotona; possiamo individuare restrizioni monotone. In particolare:

- la restrizione a  $] - \infty, 2[$  è strettamente decrescente
- la restrizione a  $]2, 4]$  è strettamente crescente
- la restrizione a  $]4, 5]$  è strettamente decrescente
- $x = 4$  è punto di massimo relativo, il massimo relativo è 2

# Monotonia ed estremi

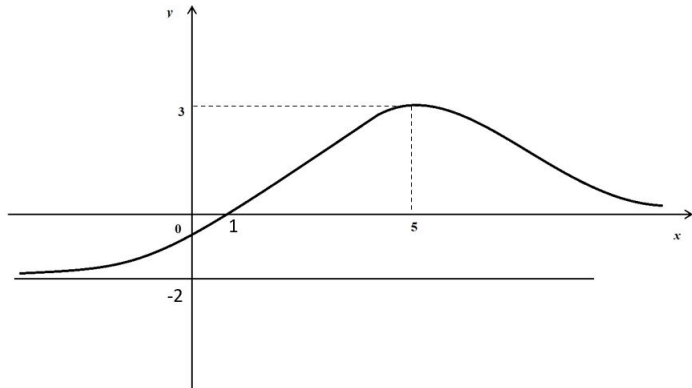


Ricordiamo che  $Y = ] - \infty, 2]$ . Quindi:

- la funzione è limitata superiormente, il massimo assoluto è 2
- la funzione è illimitata inferiormente

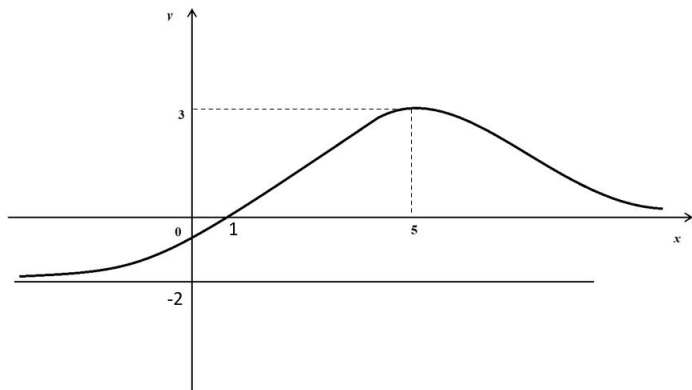
## Esercizio 2

Analizzare il grafico della funzione il cui grafico è rappresentato nella figura seguente:



- 1 Individuazione del dominio e dell'immagine della funzione. VAI

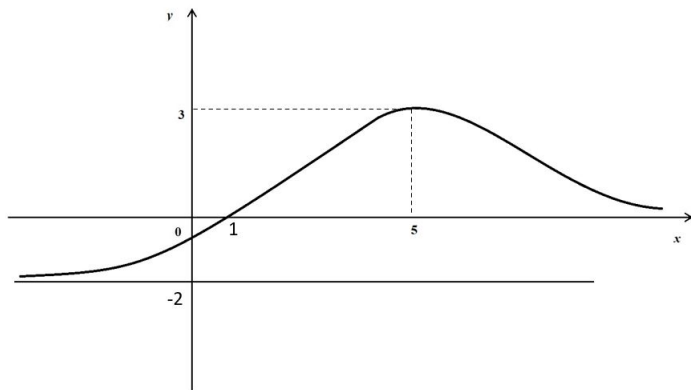
# Dominio e immagine



Il dominio della funzione può essere visualizzato immaginando di proiettare il grafico sull'asse delle ascisse. Osserviamo quindi che il dominio è l'insieme  $X = ] - \infty, +\infty[$ .

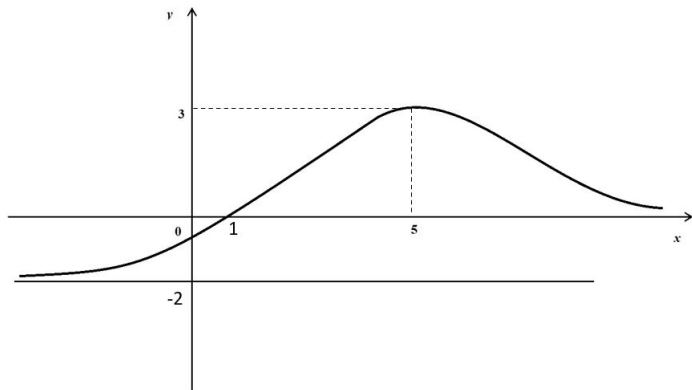


# Dominio e immagine



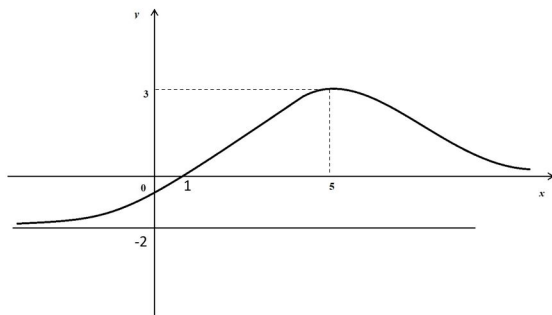
L'immagine della funzione può essere visualizzata immaginando di proiettare il grafico sull'asse delle ordinate. Osserviamo quindi che l'immagine è l'insieme  $Y = ] - 2, 3]$ .

## Esercizio 2



- ③ Analisi del comportamento della funzione agli estremi del dominio. VAI

# Comportamento agli estremi

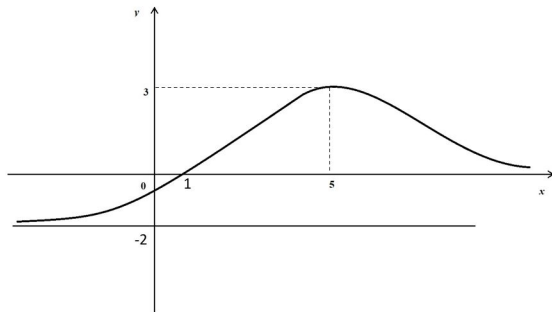


L'analisi del comportamento di una funzione agli estremi richiede il calcolo di limiti. Ricordiamo che  $X = ] - \infty, +\infty[$ .

Iniziamo dall'analisi del comportamento di  $f$  nell'estremo inferiore del dominio; il grafico mostra che:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2 \implies y = -2 \text{ asintoto orizzontale sinistro.}$$

# Comportamento agli estremi

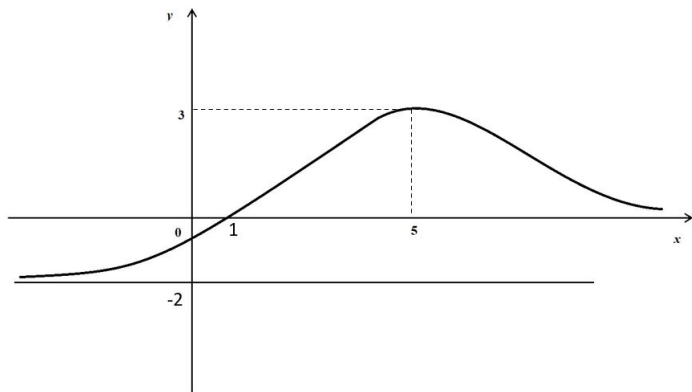


$X = ] - \infty, +\infty[$ . Analizziamo l'andamento della funzione nell'estremo superiore del dominio.

Il grafico mostra che:

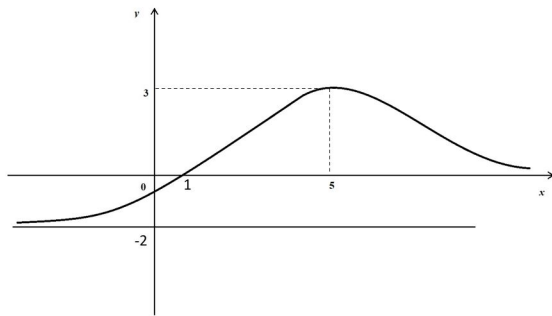
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \implies y = 0$  asintoto orizzontale destro.

## Esercizio 2



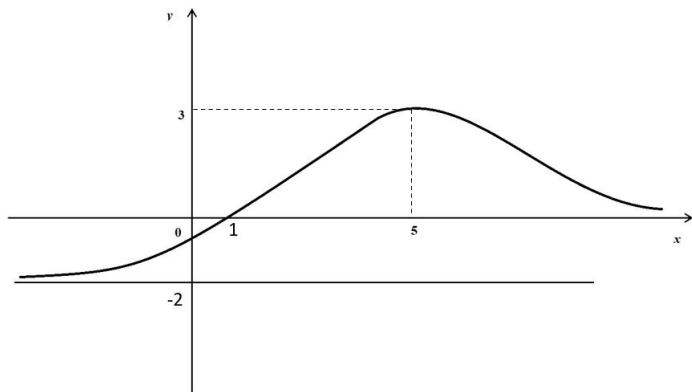
- 3 Individuazione degli zeri della funzione. VAI

# Individuazione degli zeri



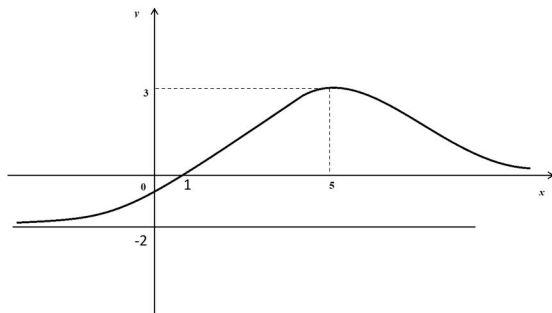
Ricordiamo che gli zeri di una funzione corrispondono, graficamente, alle ascisse dei punti di intersezione del grafico con l'asse  $x$ . La figura mostra che il grafico interseca l'asse  $x$  nel punto di ascissa  $x = 1$ .

## Esercizio 2



- 4 Monotonia della funzione; estremi assoluti e relativi. VAI

# Monotonia ed estremi

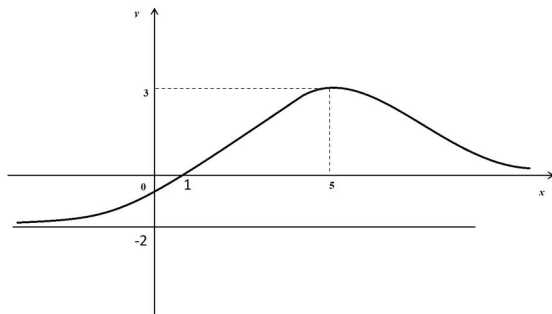


Osserviamo che la funzione non è globalmente monotona; possiamo individuare restrizioni monotone. In particolare:

- la restrizione a  $] -\infty, 5]$  è strettamente crescente
- la restrizione a  $]5, +\infty]$  è strettamente decrescente
- $x = 5$  è punto di massimo relativo, il massimo relativo è 3



# Monotonia ed estremi



Ricordiamo che  $Y = ] - 2, 3]$ . Quindi:

- la funzione è limitata superiormente, il massimo assoluto è 3
- la funzione è limitata inferiormente, l'estremo inferiore è -2