

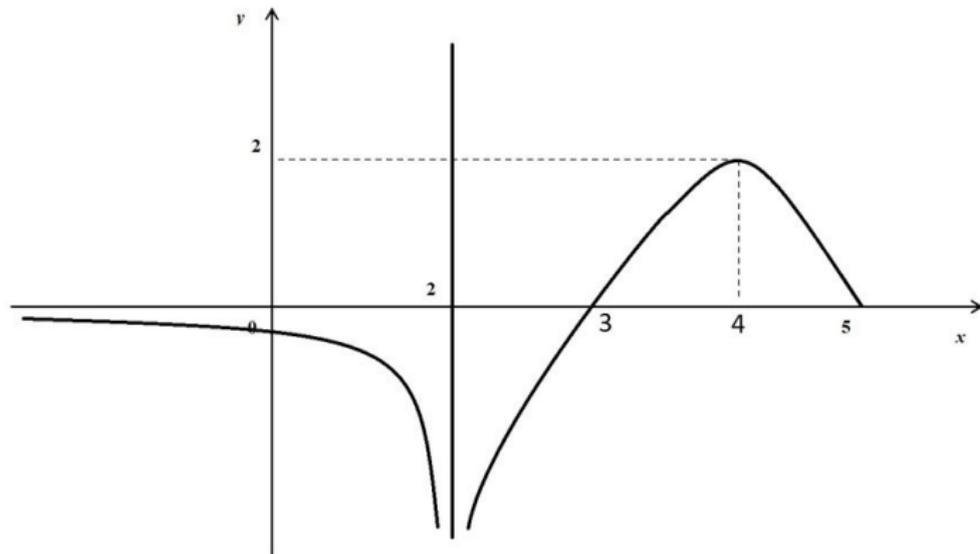
Lettura di grafici di funzione

In questo quesito si mostrano due esempi di lettura e interpretazione del grafico di funzione. L'analisi si articola in diversi punti. Di seguito si illustra la valutazione attribuita all'esercizio, in dipendenza dei punti svolti. Il punteggio massimo è 4, il riferimento bibliografico è il capitolo V del testo consigliato.

- 1 Individuazione del dominio e dell'immagine della funzione (punteggio 1).
- 2 Analisi del comportamento della funzione agli estremi del dominio, eventuali asintoti (punteggio 1).
- 3 Individuazione degli zeri della funzione (punteggio 1).
- 4 Monotonia della funzione; estremi assoluti e relativi (punteggio 1).

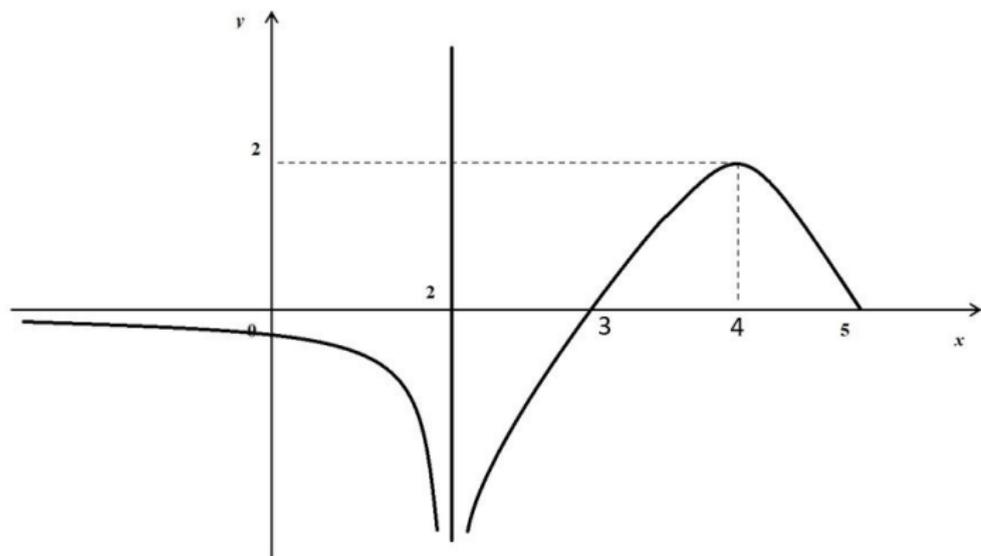
Esercizio 1

Analizzare il grafico della funzione il cui grafico è rappresentato nella figura seguente:



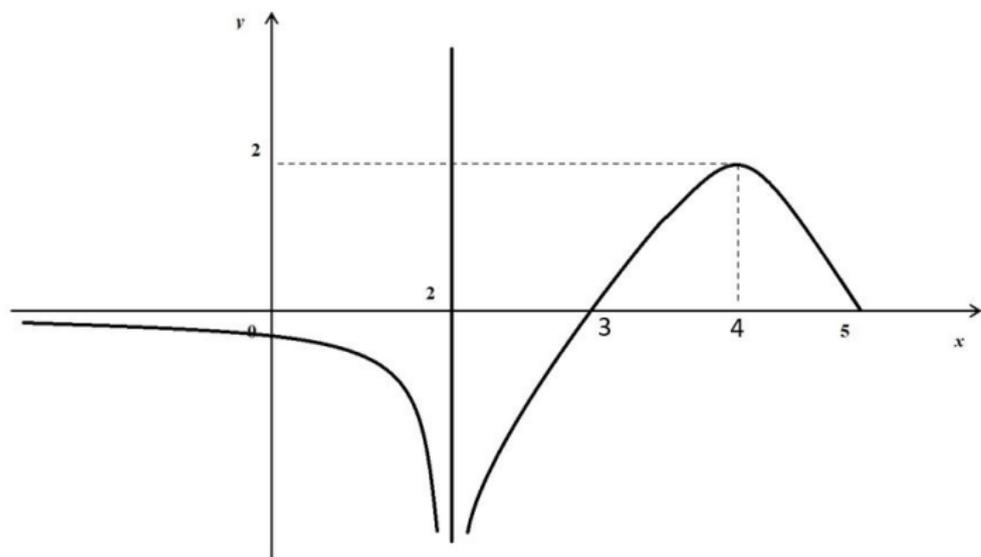
- 1 Individuazione del dominio e dell'immagine della funzione. VAI

Dominio e immagine



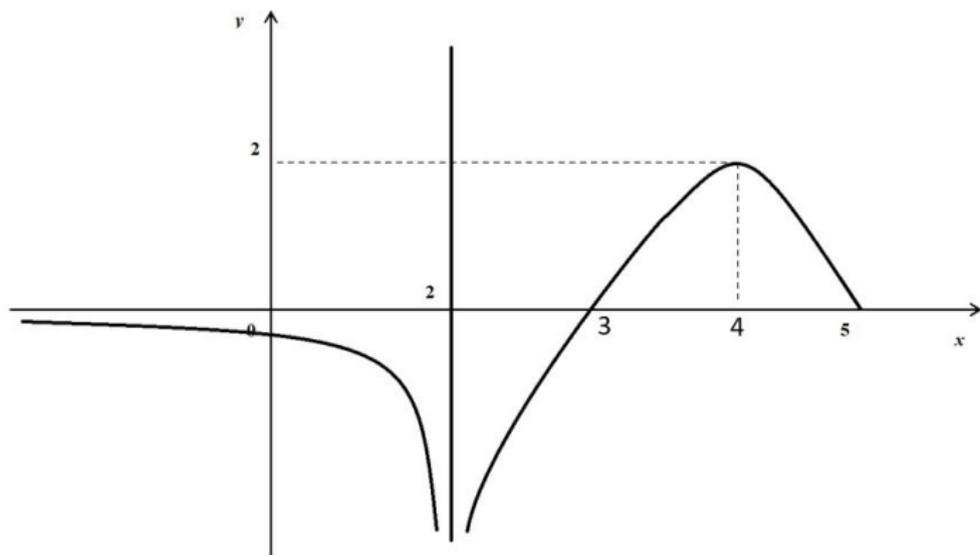
Il dominio della funzione può essere visualizzato immaginando di proiettare il grafico sull'asse delle ascisse. Osserviamo quindi che il dominio è l'insieme $X =]-\infty, 2[\cup]2, 5]$.

Dominio e immagine



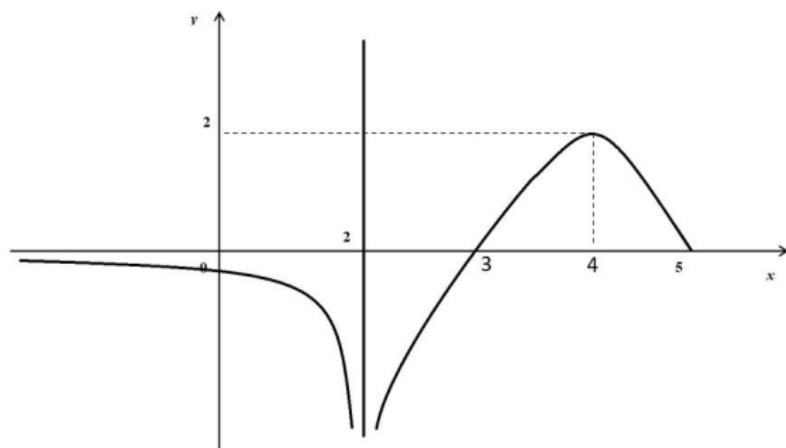
L'immagine della funzione può essere visualizzata immaginando di proiettare il grafico sull'asse delle ordinate. Osserviamo quindi che l'immagine è l'insieme $Y =] - \infty, 2]$.

Esercizio 1



- 3 Analisi del comportamento della funzione agli estremi del dominio. VAI

Comportamento agli estremi

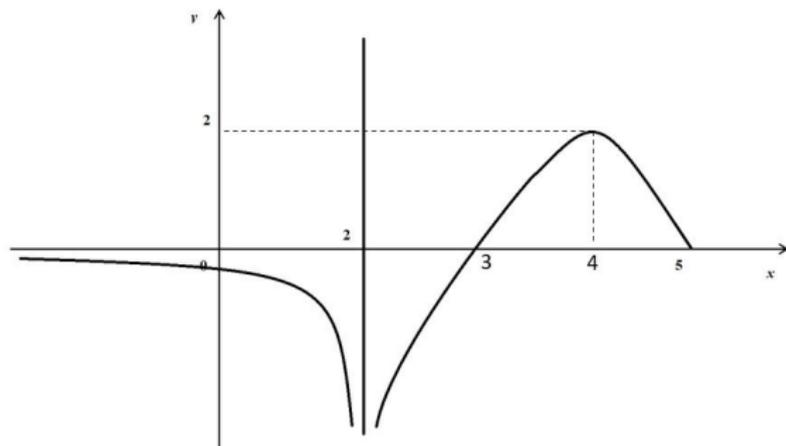


L'analisi del comportamento di una funzione agli estremi richiede il calcolo di limiti. Ricordiamo che $X =] - \infty, 2[\cap] 2, 5]$.

Iniziamo dall'analisi del comportamento di f nell'estremo inferiore del dominio; il grafico mostra che:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \implies y = 0$ asintoto orizzontale sinistro.

Comportamento agli estremi

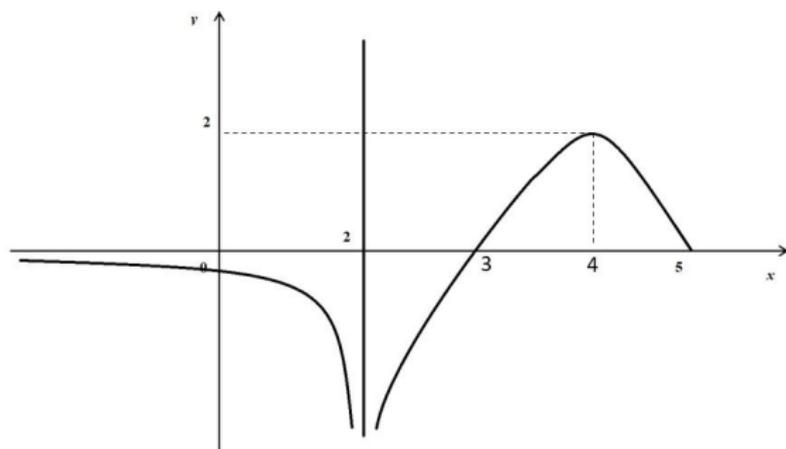


$X =] - \infty, 2[\cap] 2, 5]$. Analizziamo l'andamento della funzione in intorni (sinistri e destri) del punto $x = 2$.

Il grafico mostra che:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty \implies x = 2 \text{ asintoto verticale.}$$

Comportamento agli estremi



$X =] - \infty, 2[\cap] 2, 5]$. Analizziamo infine l'andamento della funzione nell'estremo superiore del dominio.

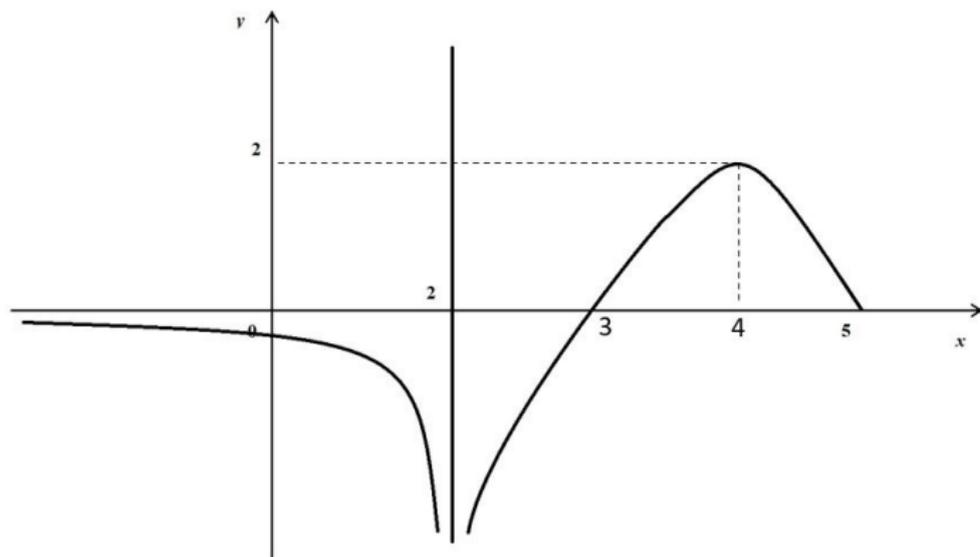
Il grafico mostra che:

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = 0.$$

Osserviamo che $5 \in X$ e la funzione è ivi continua, pertanto

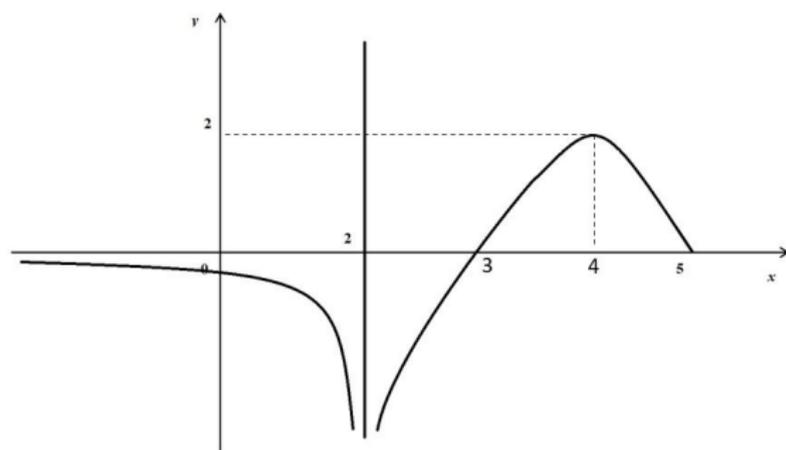
$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = f(5).$$

Esercizio 1



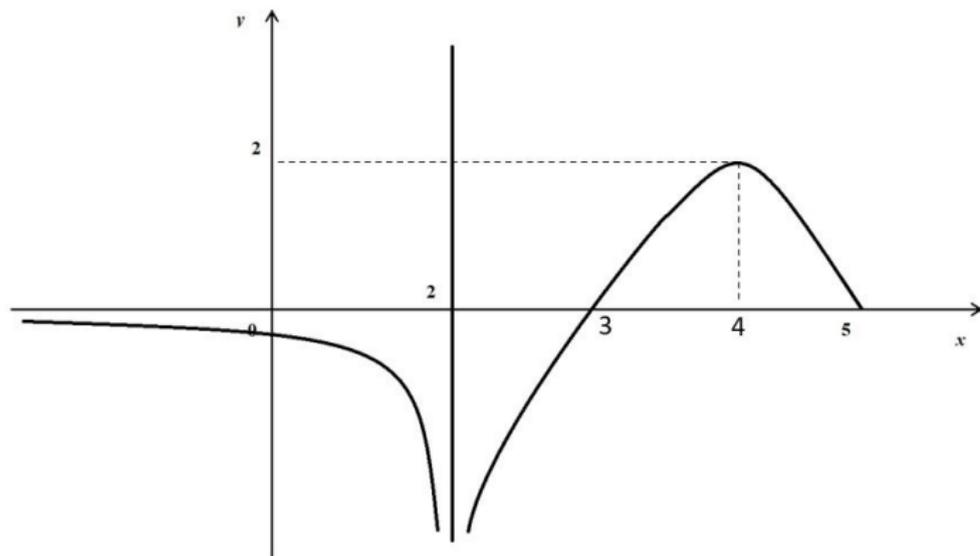
3 Individuazione degli zeri della funzione. VAI

Individuazione degli zeri



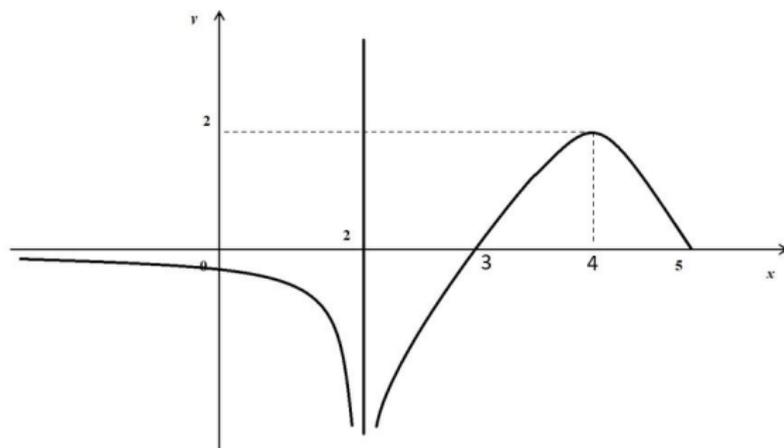
Ricordiamo che gli zeri di una funzione corrispondono, graficamente, alle ascisse dei punti di intersezione del grafico con l'asse x . La figura mostra che il grafico interseca l'asse x nei punti di ascisse $x_1 = 3$ e $x_2 = 5$.

Esercizio 1



- 4 Monotonia della funzione; estremi assoluti e relativi. VAI

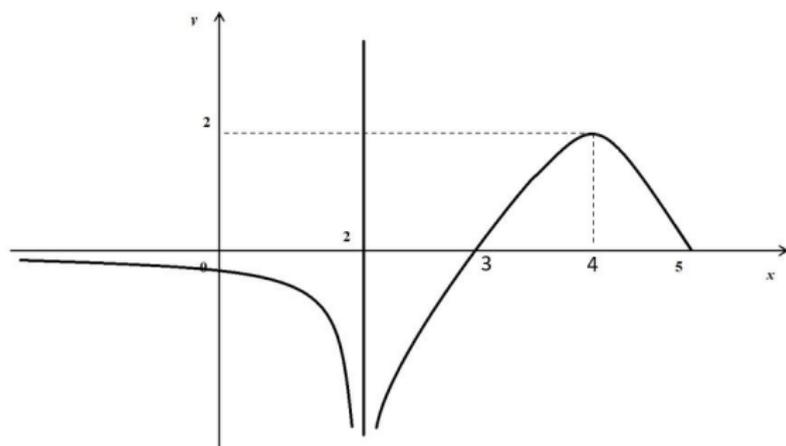
Monotonia ed estremi



Osserviamo che la funzione non è globalmente monotona; possiamo individuare restrizioni monotone. In particolare:

- la restrizione a $] - \infty, 2[$ è strettamente decrescente
- la restrizione a $]2, 4]$ è strettamente crescente
- la restrizione a $]4, 5]$ è strettamente decrescente
- $x = 4$ è punto di massimo relativo, il massimo relativo è 2

Monotonia ed estremi

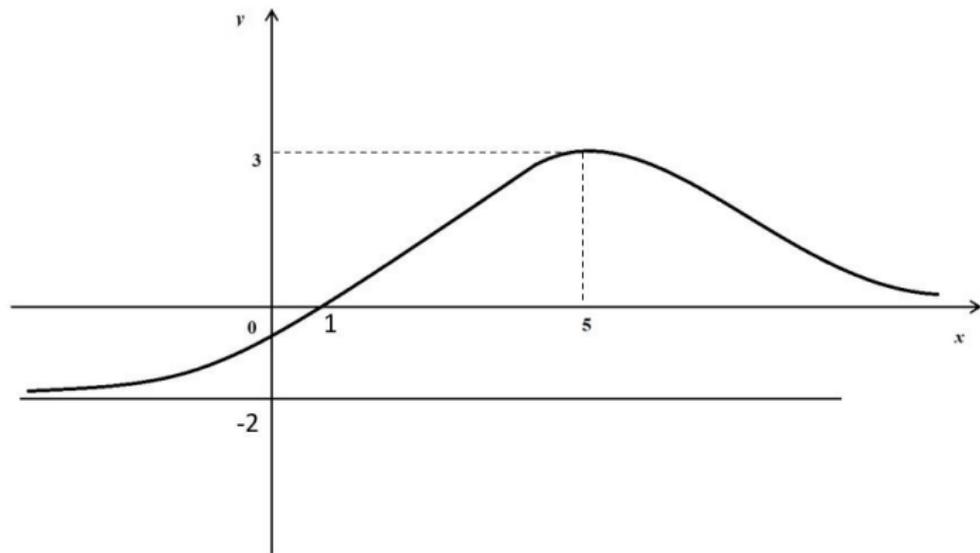


Ricordiamo che $Y =] - \infty, 2]$. Quindi:

- la funzione è limitata superiormente, il massimo assoluto è 2
- la funzione è illimitata inferiormente

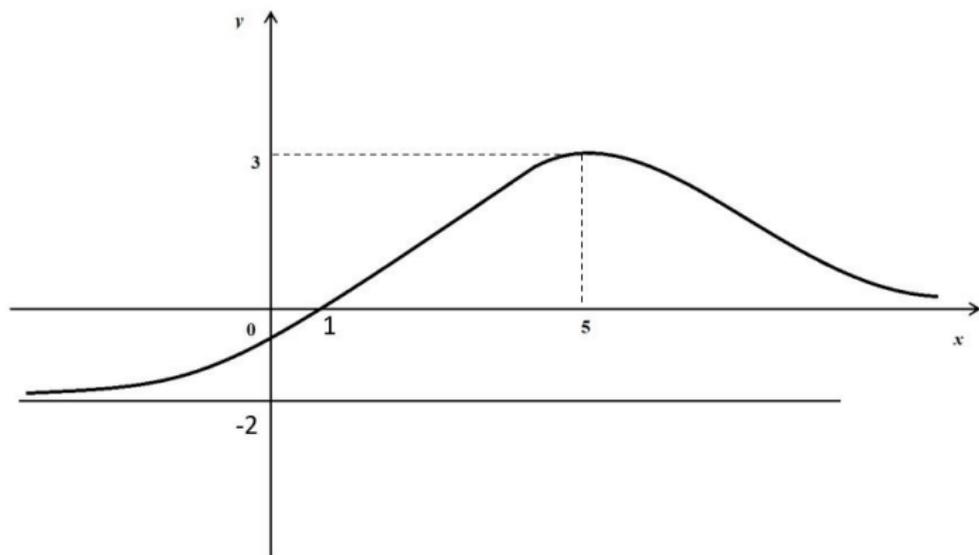
Esercizio 2

Analizzare il grafico della funzione il cui grafico è rappresentato nella figura seguente:



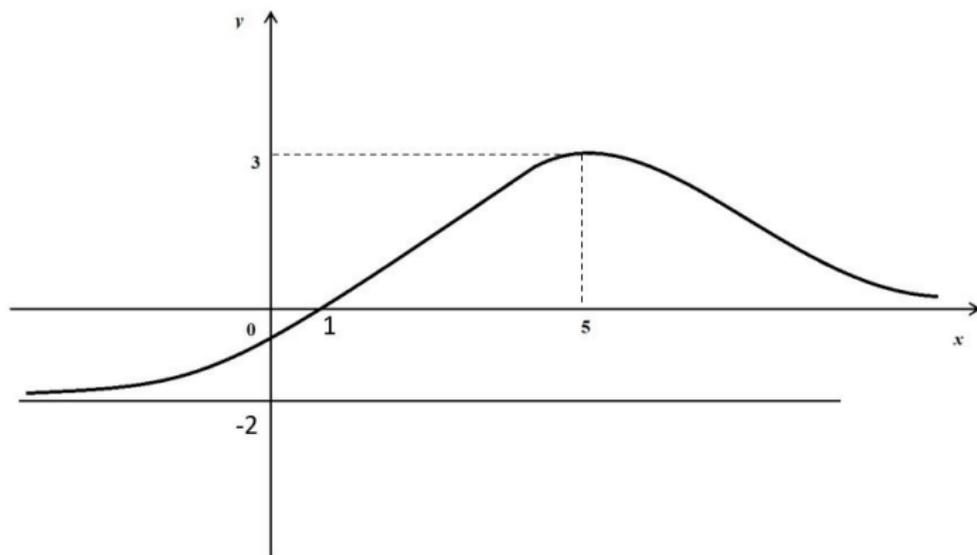
- 1 Individuazione del dominio e dell'immagine della funzione. VAI

Dominio e immagine



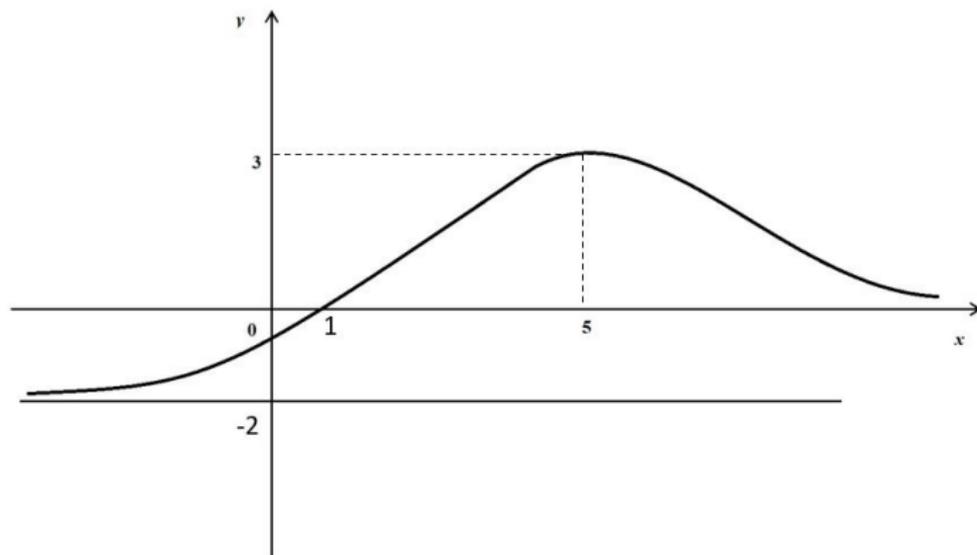
Il dominio della funzione può essere visualizzato immaginando di proiettare il grafico sull'asse delle ascisse. Osserviamo quindi che il dominio è l'insieme $X =] - \infty, +\infty[$.

Dominio e immagine



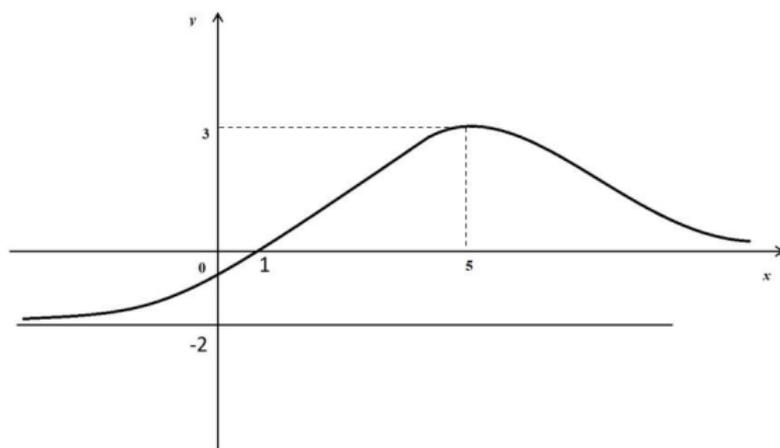
L'immagine della funzione può essere visualizzata immaginando di proiettare il grafico sull'asse delle ordinate. Osserviamo quindi che l'immagine è l'insieme $Y =] - 2, 3]$.

Esercizio 2



- 3 Analisi del comportamento della funzione agli estremi del dominio. VAI

Comportamento agli estremi

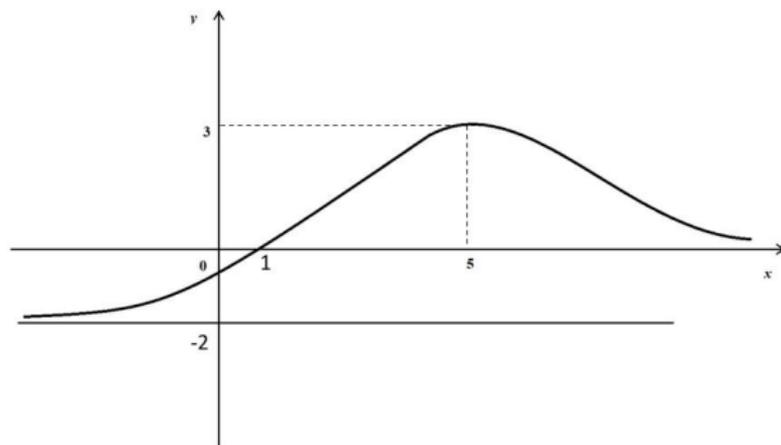


L'analisi del comportamento di una funzione agli estremi richiede il calcolo di limiti. Ricordiamo che $X =] - \infty, +\infty[$.

Iniziamo dall'analisi del comportamento di f nell'estremo inferiore del dominio; il grafico mostra che:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2 \implies y = -2 \text{ asintoto orizzontale sinistro.}$$

Comportamento agli estremi

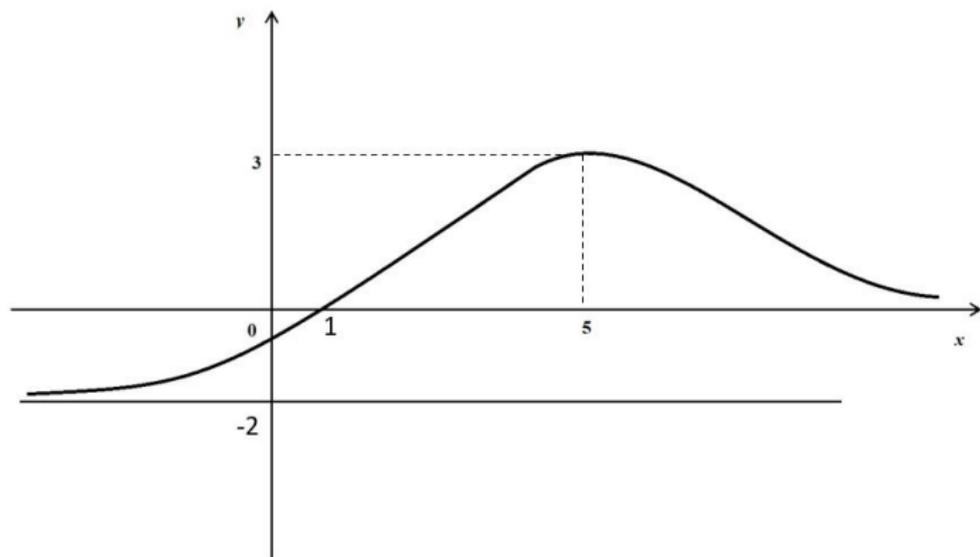


$X =] - \infty, +\infty[$. Analizziamo l'andamento della funzione nell'estremo superiore del dominio.

Il grafico mostra che:

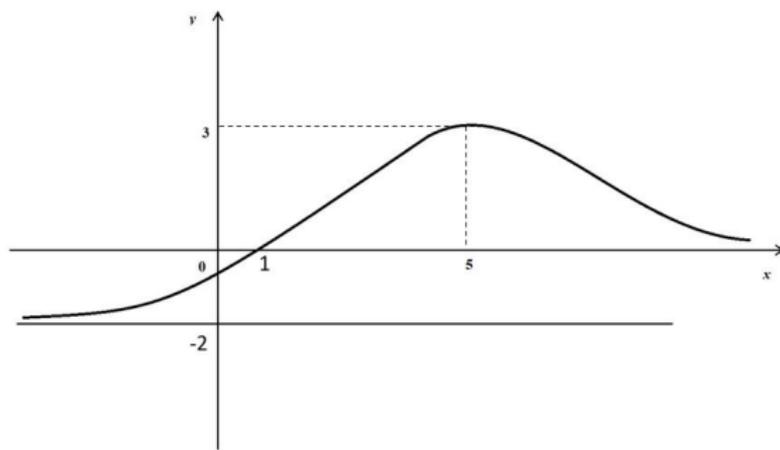
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \implies y = 0$ asintoto orizzontale destro.

Esercizio 2



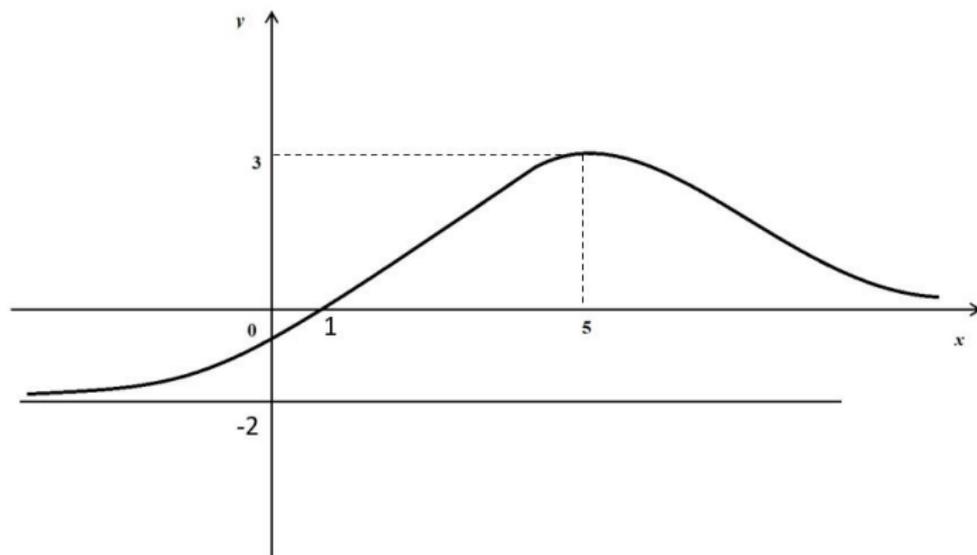
- 3 Individuazione degli zeri della funzione. VAI

Individuazione degli zeri



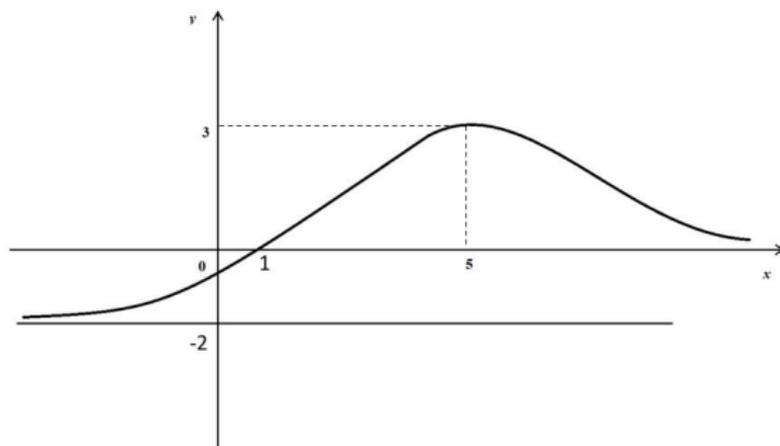
Ricordiamo che gli zeri di una funzione corrispondono, graficamente, alle ascisse dei punti di intersezione del grafico con l'asse x . La figura mostra che il grafico interseca l'asse x nel punto di ascissa $x = 1$.

Esercizio 2



- ④ Monotonia della funzione; estremi assoluti e relativi. VAI

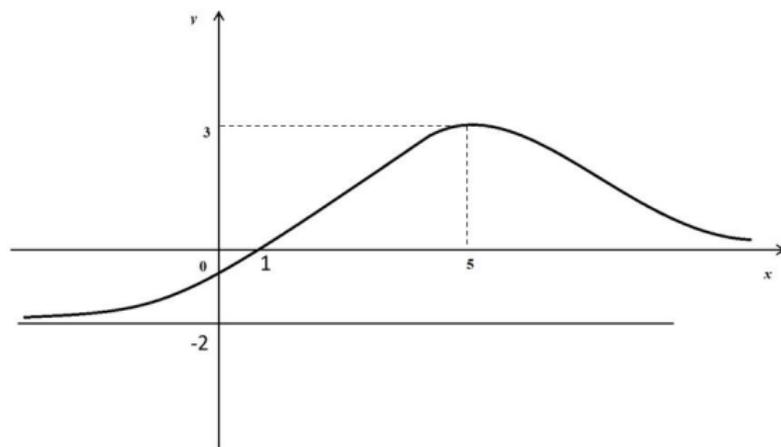
Monotonia ed estremi



Osserviamo che la funzione non è globalmente monotona; possiamo individuare restrizioni monotone. In particolare:

- la restrizione a $] -\infty, 5]$ è strettamente crescente
- la restrizione a $]5, +\infty]$ è strettamente decrescente
- $x = 5$ è punto di massimo relativo, il massimo relativo è 3

Monotonia ed estremi



Ricordiamo che $Y =] - 2, 3]$. Quindi:

- la funzione è limitata superiormente, il massimo assoluto è 3
- la funzione è limitata inferiormente, l'estremo inferiore è -2