

# **Capitolo 8: Crescita Economica - I**

## CRESCITA ECONOMICA – fatti e concetti fondamentali

Studio delle determinanti dell'output nel *lungo* (o *lunghissimo*) periodo –la **crescita**:

La crescita è: **la variazione della produzione aggregata su lunghi periodi di tempo** ... è importante perché determina il tenore di vita.

Ci concentriamo dunque sul prodotto pro capite, invece della produzione aggregata.

### Misure della crescita

PIL reale *pro capite*:

*PIL reale / popolazione* :

Il PIL pro-capite misura il **tenore di vita** di una nazione

$$\frac{Y}{pop.} \cong \frac{Y}{L} = y_t$$

Diversi paesi: → diverse *unità monetarie* e *diversi prezzi*  
ma per paesi diversi dobbiamo armonizzare queste misure:

es.: quanti beni si possono acquistare con un \$ in India?  
(o in un qualunque paese diverso dagli USA)

➤ aggiustamento per la **parità dei poteri d'acquisto** (*PPP*)

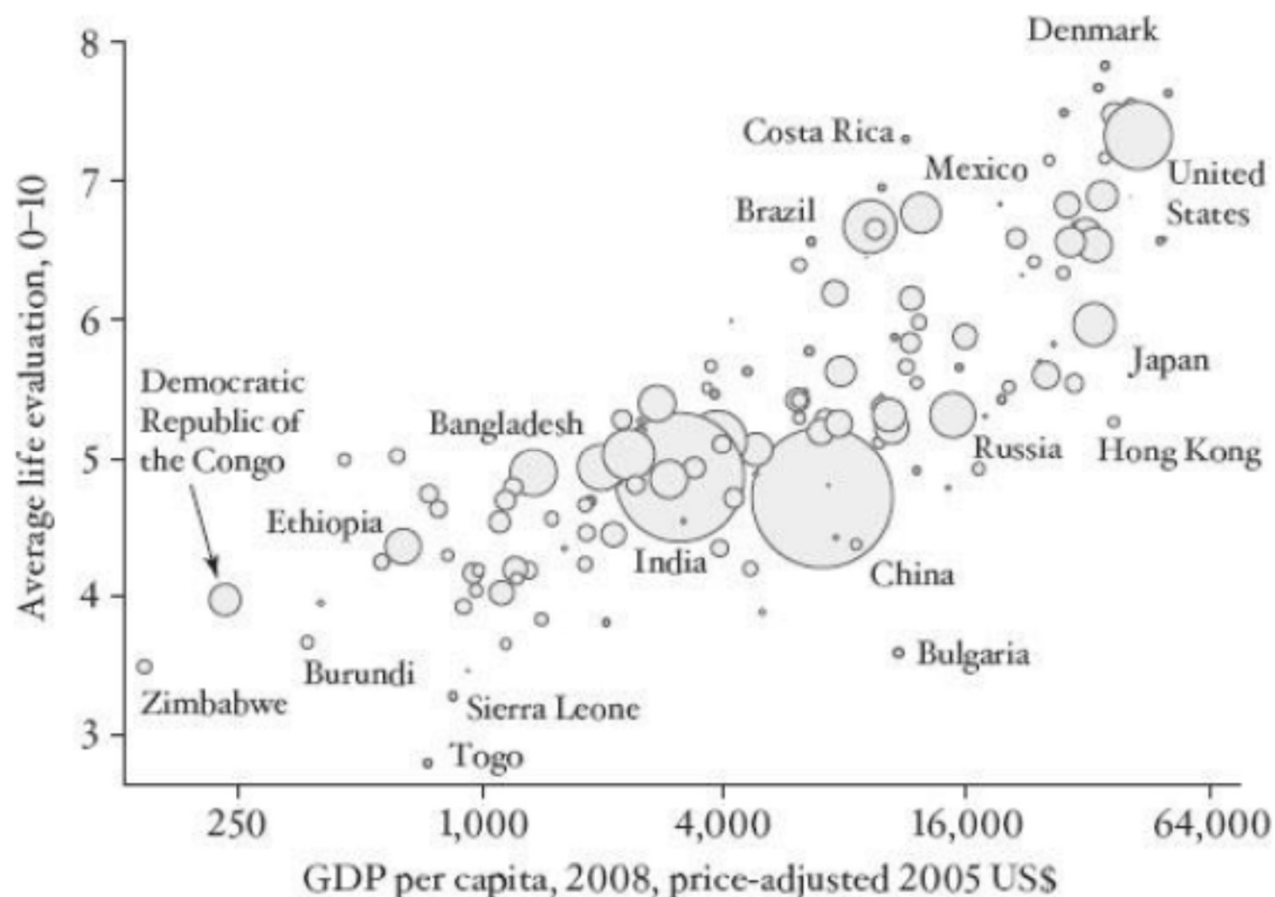
Questo è stato fatto tramite il **Penn World Table** (PWT)  
(anche WorldBank e IMF hanno i loro database)

## CRESCITA ECONOMICA – perché la crescita è così importante (1)

y misura correttamente il benessere medio di un paese?

... in modo imperfetto  
sicuramente, ma  
comunque coglie  
aspetti rilevanti →

(ascisse: y su scala logaritmica:  
ogni intervallo è 4 volte il  
precedente;  
ordinate: medie sondaggi  
Gallup 2006-9 – cerchi  
proporzionali alla dimensione  
della popolazione del paese)

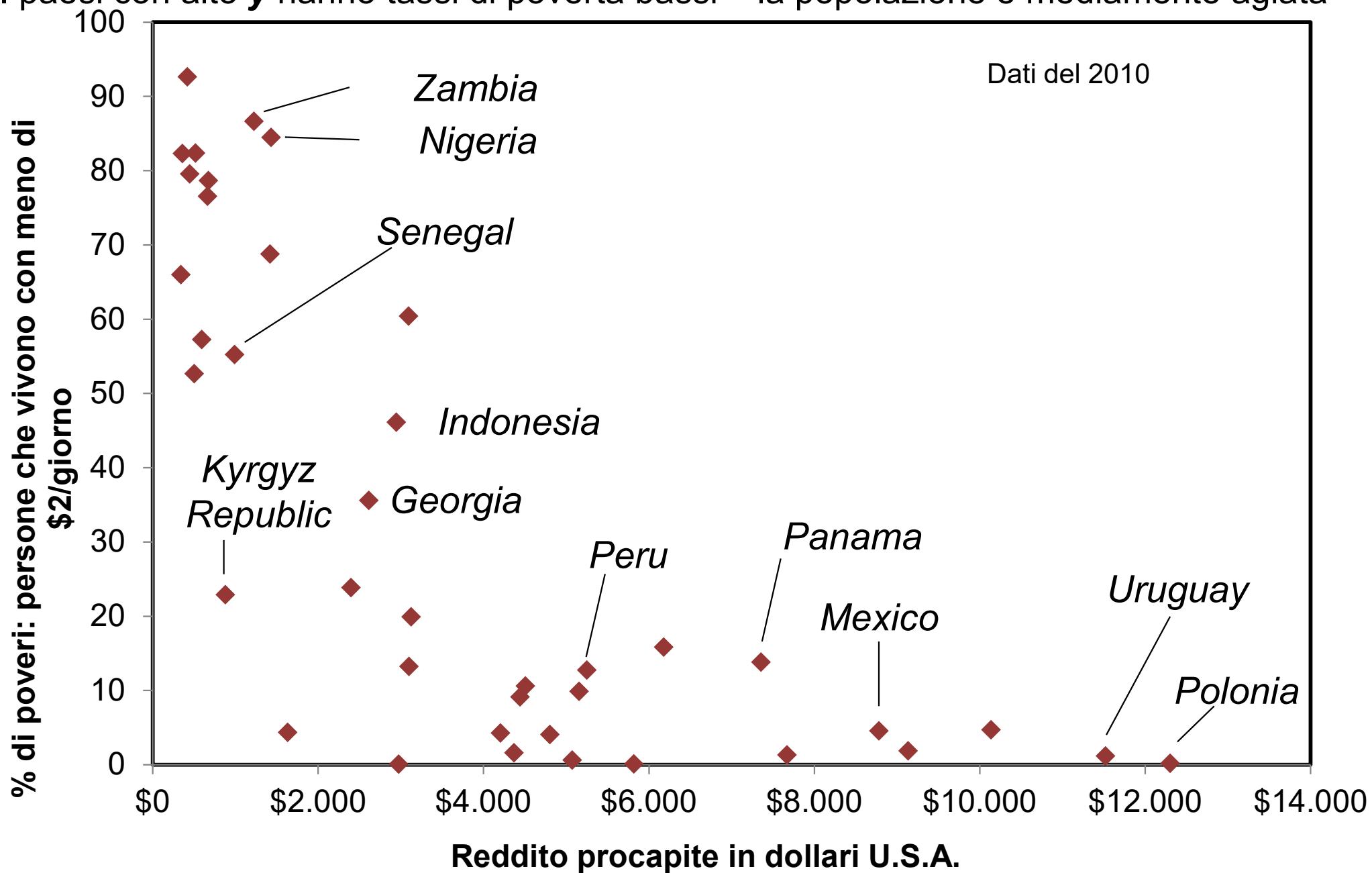


da: A. Deaton (2013) *The Great Escape*, Princeton University Press

Inoltre, va ricordata la forza *cumulativa* della crescita: Dal 1950 al 2004 il PIL pro capite è aumentato di 3,2 volte negli Stati Uniti, di 4,4 volte in Francia e di ben 11,2 volte in Giappone

## Perché la crescita è così importante (2)

I paesi con alto  $y$  hanno tassi di povertà bassi – la popolazione è mediamente agiata



Perché la crescita è importante ?

Corea del Nord e del Sud:



Quel che conta veramente per il progresso del tenore di vita nel lungo periodo è il:

**tasso di crescita del PIL procapite:**

$$\frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}}$$

Esempio: confronto Italia – Argentina

	PIL procapite 1950	Tasso di Crescita (1950-62)	Tasso di crescita (1962-2004)	PIL procap. nel 2004
Italia	4273,9	5,43%	2,67%	22923
Argentina	7312,8	0,89%	1,04%	10944

Nel 1950  $y$  argentino era circa il doppio di quello italiano ...

Nel 2004  $y$  italiano è più del doppio di quello argentino



# TEORIA NEOCLASSICA DELLA CRESCITA – il MODELLO di SOLOW

*Teoria neoclassica della crescita* (R. Solow 1956)

Memo: La funzione di produzione aggregata:  $Y = F(K, L)$

La  $F$  dipende dallo **stato della tecnologia** – ossia dall'insieme delle conoscenze e delle tecniche per produrre i beni, insieme alla gamma dei beni producibili.

## IOTESI:

- $K$  e  $L$  non sono più fissi: nel lungo periodo variano – il  $K$  si *usura*: deprezzamento/ammortamento del capitale, ma anche accumulazione di  $K$
- Una funzione del consumo  $C$  esplicita (e semplice)
- $G$  e  $T$  pari a zero – solo per semplicità: considereremo comunque la politica economica

## Il Modello di SOLOW – prima versione semplificata: LAVORO (popolazione) COSTANTE ... e tecnologia stabile (no progresso tecnico)

Proprietà cruciale: rendimenti costanti di scala usiamo le minuscole per quantità pro-capite:

$y = Y/L$  = prodotto per lavoratore

$k = K/L$  = capitale per lavoratore

Redimenti costanti di scala:  $zY = F(zK, zL)$  scegliamo:  $z = 1/L$

Quindi:  $Y/L = F(K/L, 1)$  cioè:  $y = F(k, 1)$  cioè:  $y = f(k)$

$PMK = f(k+1) - f(k)$  (...derivata =  $df/dk$ )

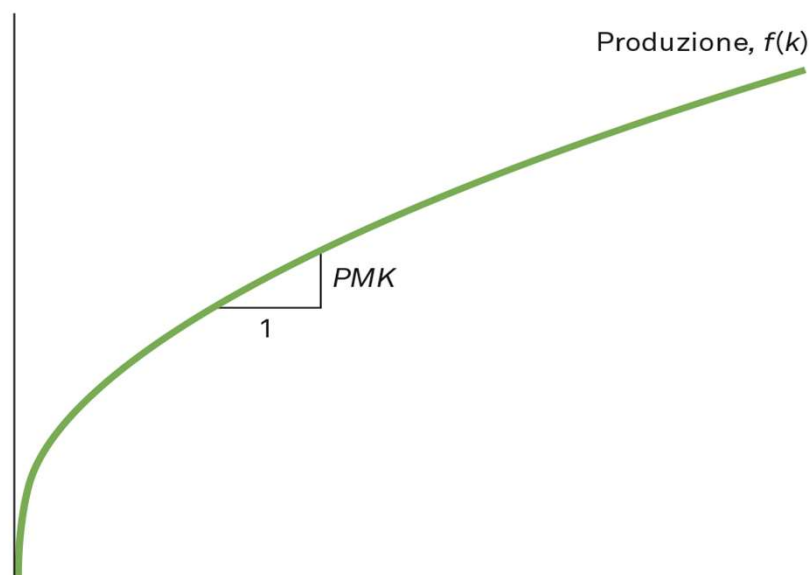
Esempio Cobb-Douglas:  $Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$

$$\frac{Y}{L} = \frac{K^\alpha L^{1-\alpha}}{L} = \frac{K^\alpha}{L^\alpha} \rightarrow y = k^\alpha$$

Produttività marginale di  $k$  – derivata:

$$PMK = \frac{dy}{dk} = \alpha k^{\alpha-1}$$

Produzione per  
occupato,  $y$



Capitale per  
occupato,  $k$



## ***Il Modello di SOLOW***

### Mercato dei beni – equilibrio

usiamo 'Identità di contabilità nazionale:

$$Y = C + I \quad \text{nota: } G = 0$$

In termini pro-capite :

$$Y/L = C/L + I/L$$

(cioè per lavoratore)

$$y = c + i$$

### Funzione del consumo

usiamo una forma molto semplice:

$$C = (1 - s) Y$$

dove  $s =$  **propensione marginale al risparmio** o **tasso di risparmio**

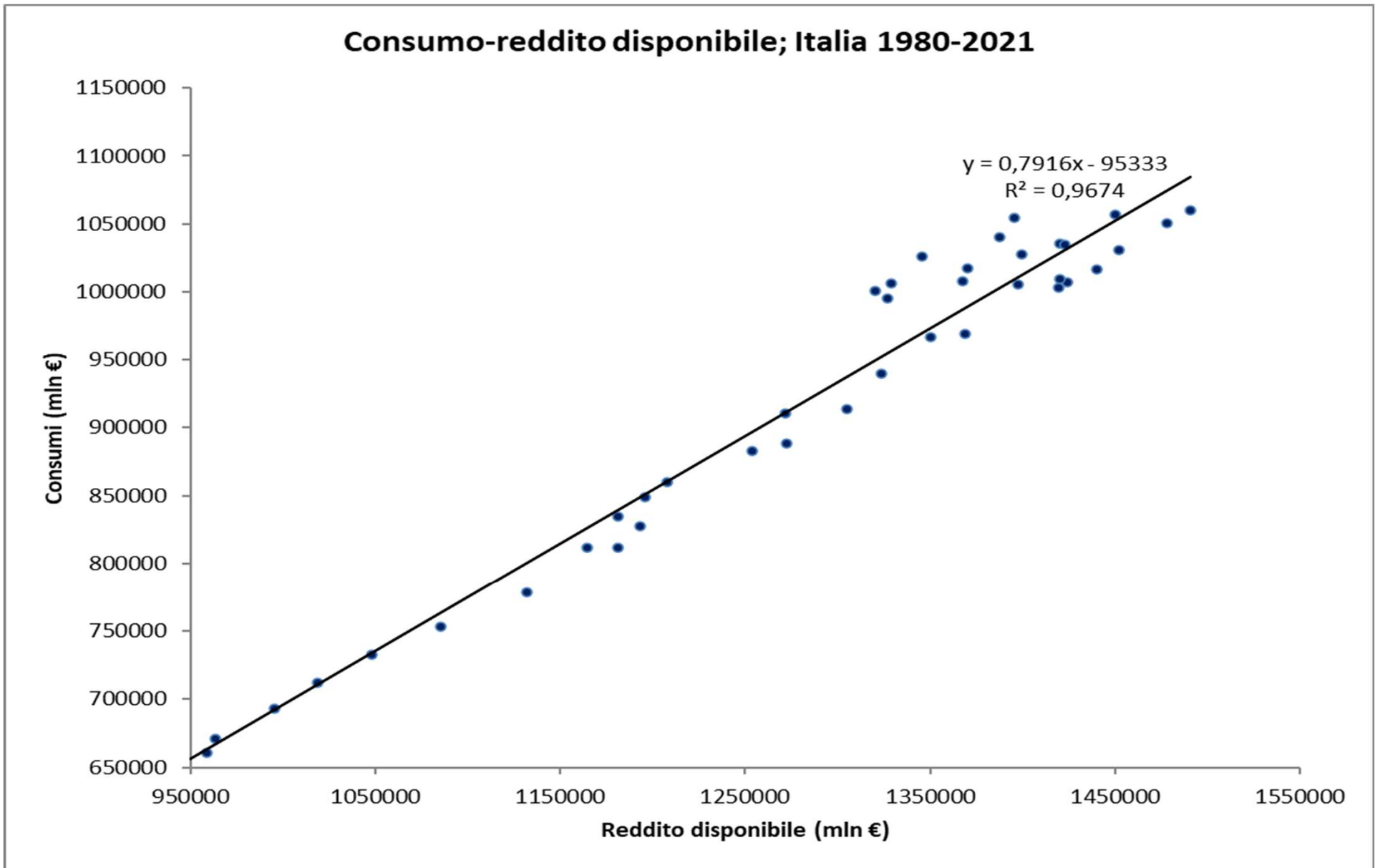
– parametro costante (ma influenzabile da strategie di politica economica):  $s = 1 - b$

In termini pro-capite:

$$C/L = (1 - s) Y/L \quad \text{cioè:}$$

$$c = (1 - s) y$$

... ovvero il consumo è proporzionale al reddito – **ricordate ?** ... dal capitolo 3:



## Il Modello di SOLOW

Usiamo ora l'equilibrio nel mercato dei beni:  $y = c + i$

Insieme alla funzione del consumo:  $c = (1 - s)y$  sostituendo  $c$  :

$$\cancel{y} = (1 - s)y + i = \cancel{y} - s y + i \quad \text{quindi:}$$

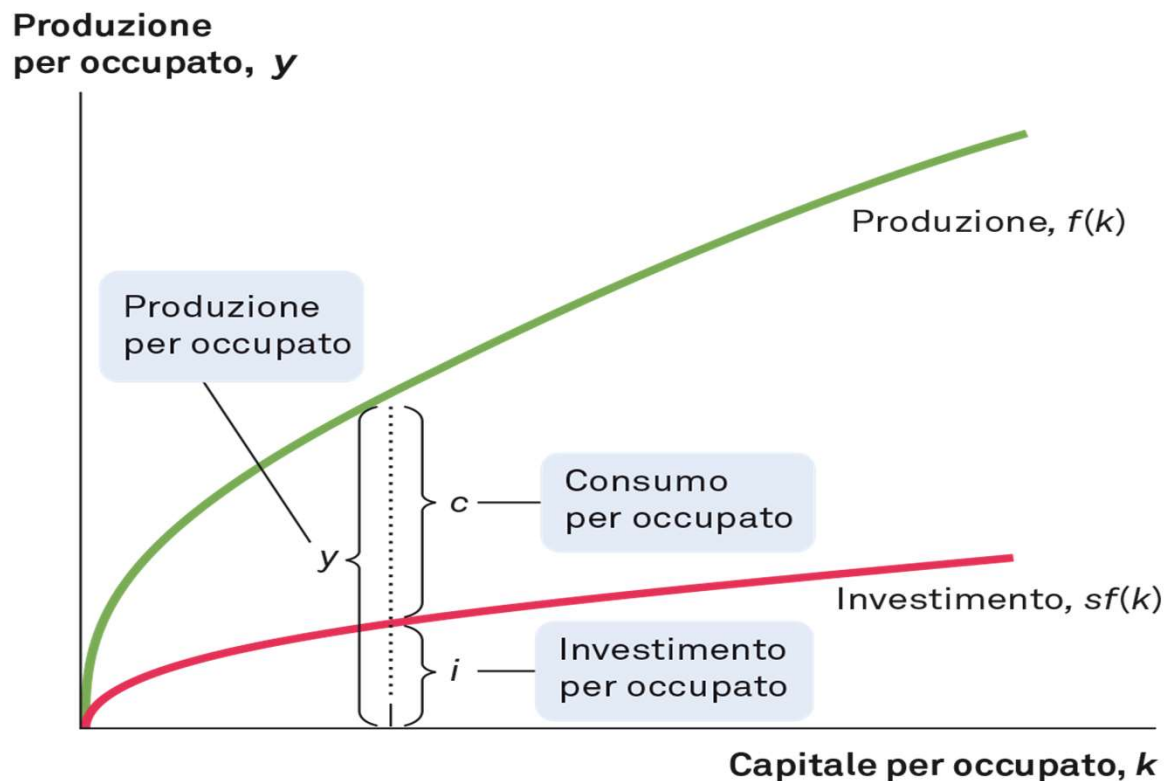
$$i = s y$$

E usando la funzione di produzione:  $i = s f(k) = s k^\alpha$  (se Cobb-Douglas)

NOTA la  $f(k)$  è concava

Es:  $y = k^\alpha$

E quindi lo è anche  
la  $s f(k) = s k^\alpha$



## ***Accumulazione del capitale pro-capite*** (per lavoratore)

Le nostre variabili cambiano nel tempo – sono funzioni del tempo (discreto)  $t$

Ad esempio:  $y_t = \text{PIL al tempo } t$        $i_t = \text{investimento al tempo } t$  , ecc.

In particolare, *il capitale cambia nel tempo* : indichiamo con  $\Delta$  la variazione tra due periodi consecutivi:

$$\Delta k = k_{t+1} - k_t$$

Il capitale cambia perché:

- Viene effettuato investimento:  $i_t$  cioè *accumulazione* di (nuovo) capitale
- Si *deprezza*: è dovuto al fatto che i beni capitali si usurano nel tempo, durante la produzione – è l'*ammortamento del capitale*

Assumiamo un *tasso costante di ammortamento/deprezzamento* =  $\delta$

Quindi la variazione di  $k$  sarà data da questa equazione:  $\Delta k = k_{t+1} - k_t = i_t - \delta k_t$

Usando  $i = s f(k)$ :

$$\Delta k = k_{t+1} - k_t = s f(k_t) - \delta k_t$$

## Lo STATO STAZIONARIO del modello

È una situazione in cui il capitale è costante nel tempo:  $k_{t+1} = k_t = k_{t-1} = \dots = k^*$

Ovvero:  $\Delta k = k_{t+1} - k_t = 0$  ciò implica:  $\Delta k = s f(k_t) - \delta k_t = 0$

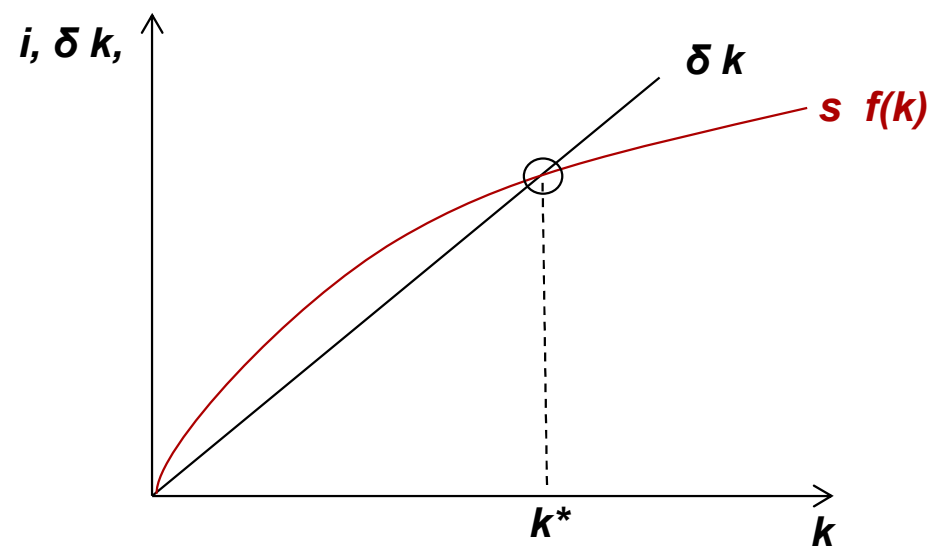
E dunque:  $s f(k^*) = \delta k^*$  il capitale di st.staz. soddisfa l'equazione

Caso Cobb-Douglas:  $s (k^*)^\alpha = \delta k^*$  che può essere risolta:  $(k^*)^{1-\alpha} = \left(\frac{s}{\delta}\right)$

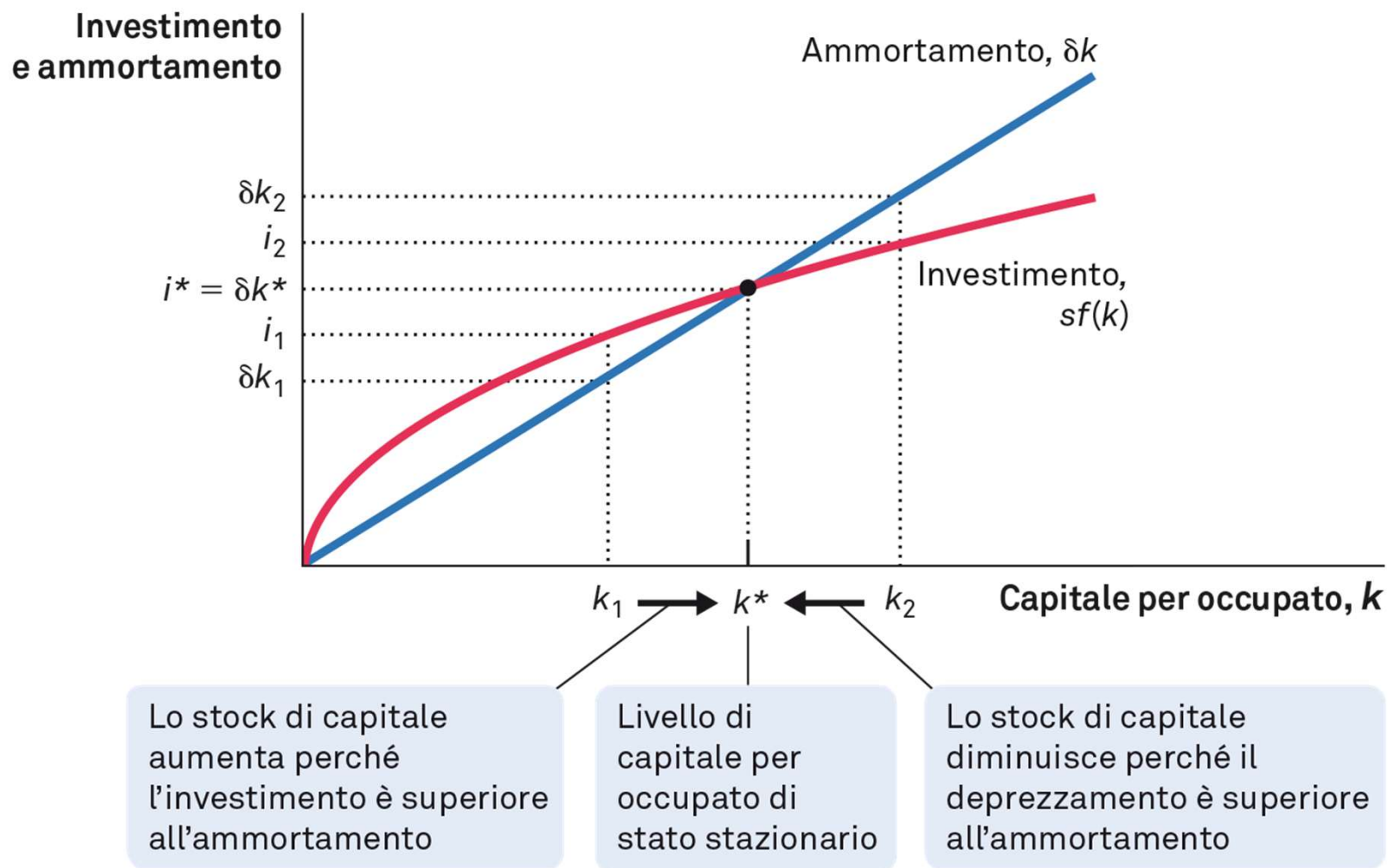
Cioè:

$$k^* = \left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Graficamente:



## Dinamica di aggiustamento verso lo stato stazionario



MEMO: 
$$\Delta k = k_{t+1} - k_t = s f(k_t) - \delta k_t$$

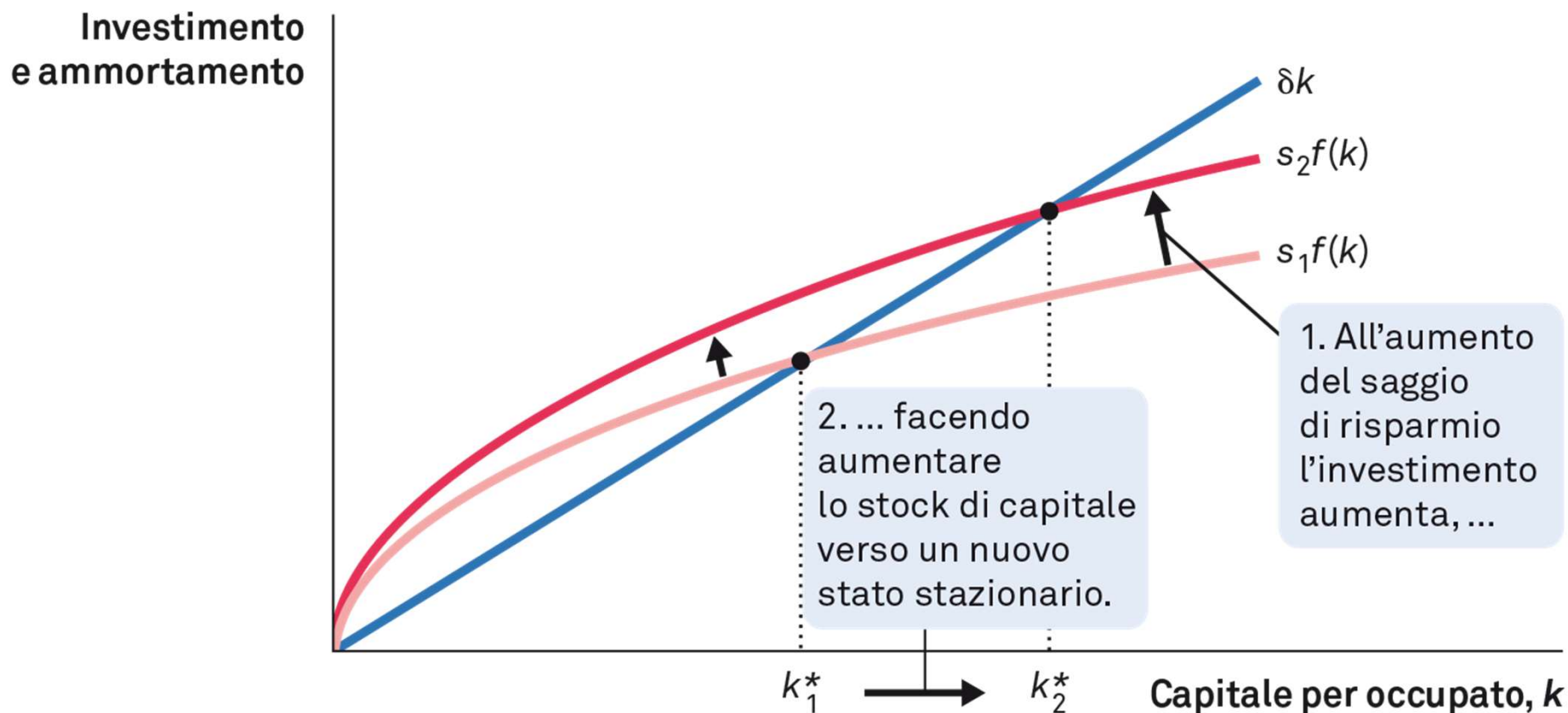
## Variazioni del saggio di risparmio, $s$

dallo st.staz., maggiore  $s \Rightarrow$  maggiore  $k^*$  ... e (poiché  $y = f(k)$ ) maggiore  $y^*$

Il modello predice che paesi che risparmiano di più avranno (nel lungo periodo) un maggior tenore di vita.

... ma: il tasso di crescita dell'economia non cambierà nel lungo periodo!

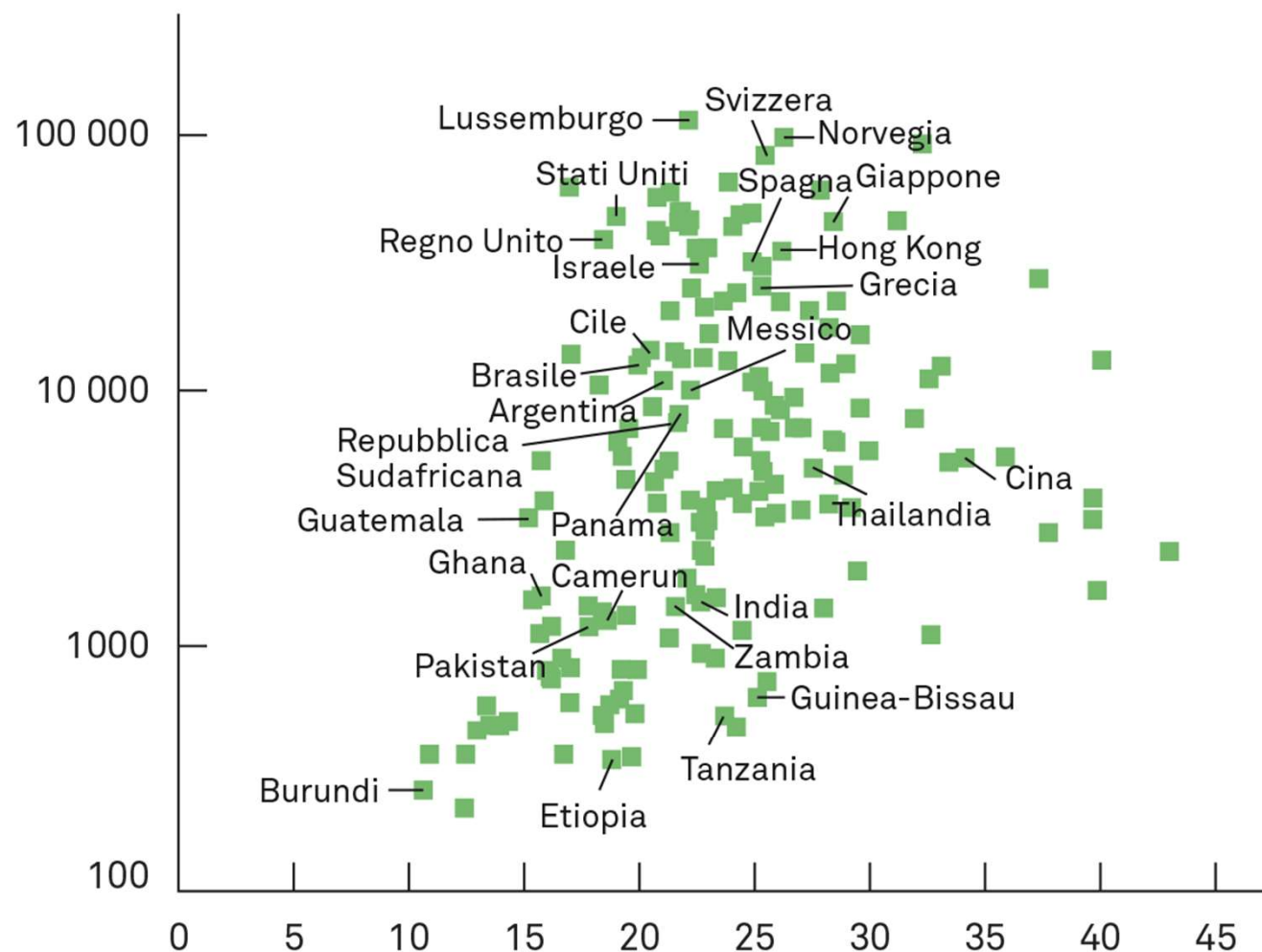
... Aumenta solo in una fase di transizione





Questa predizione del modello di Solow è abbastanza in linea con i dati empirici:

Reddito pro capite  
nell'anno 2011  
(scala logaritmica)



Investimento in percentuale  
della produzione (media 1960-2011)

## La REGOLA AUREA DELL'ACCUMULAZIONE

- Un'economia in cui  $s = 0$  è un'economia in cui  $k^* = 0$  e quindi il consumo sarà nullo nel lungo periodo.
- Se invece è  $s = 1$ , il livello di  $k^*$  e di  $y^*$  sarà molto alto. Ma poiché gli individui risparmiano tutto, il consumo sarà anche in tal caso nullo.

Si può dunque pensare che esiste un livello del saggio di risparmio che rende massimo il consumo per addetto.

Il livello di capitale,  $k_{Gold}$ , associato a questo saggio di risparmio è detto:

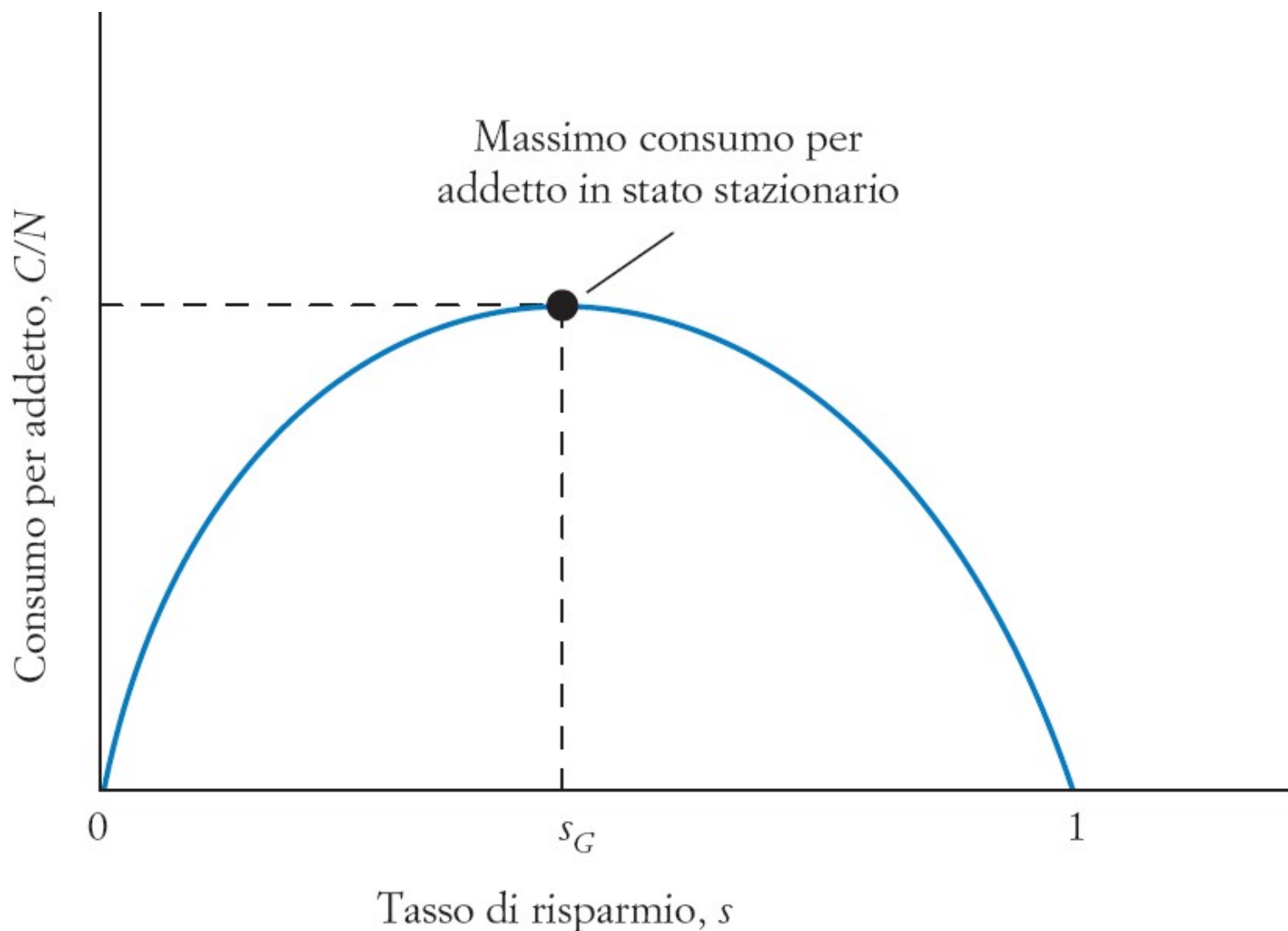
*livello di capitale di regola aurea*

Aumenti di capitale oltre il livello di regola aurea non fanno altro che ridurre il consumo.

## La REGOLA AUREA DELL'ACCUMULAZIONE

**Gli effetti del tasso di risparmio sul consumo per lavoratore (procapite) in stato stazionario.**

Un aumento del tasso di risparmio comporta prima un incremento e poi un calo del consumo per lavoratore (procapite) in stato stazionario.



## La REGOLA AUREA - analisi

In stato stazionario, il consumo per lavoratore (procapite) è uguale al prodotto per lavoratore meno il deprezzamento per lavoratore:

$$c^* = y^* - i^* \quad \Rightarrow \quad c^* = y^* - \delta k^*$$

Cobb-Douglas:  $y = (k^*)^\alpha$  da cui:  $c^* = (k^*)^\alpha - \delta k^*$

E sappiamo che in st.staz.:  $k^* = \left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$  quindi possiamo scrivere  $c^*$  in

funzione di  $s$  (e degli altri parametri del modello):  $c^* = \left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - \delta \left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$

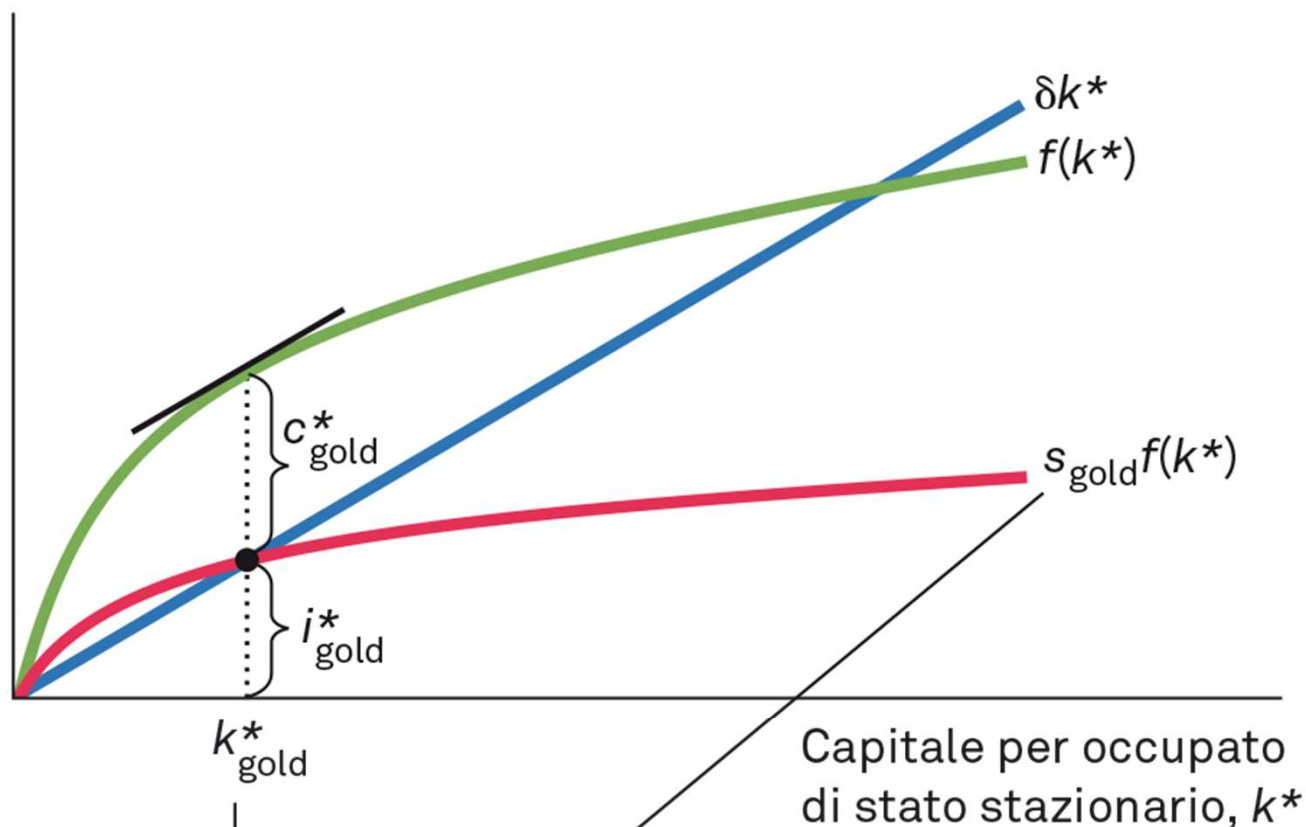
Cerchiamo l'  $s_{Gold}$  di regola aurea: è quello che risolve questo problema di massimo:

$$\max_s c^* = \left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - \delta \left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

... esercitazione.

## La REGOLA AUREA – analisi grafica

Produzione, ammortamento  
e investimento per occupato  
di stato stazionario



1. Per raggiungere lo stato stazionario di regola aurea ...

2. ... l'economia ha bisogno del giusto saggio di risparmio.

## La REGOLA AUREA – effetti di politica economica

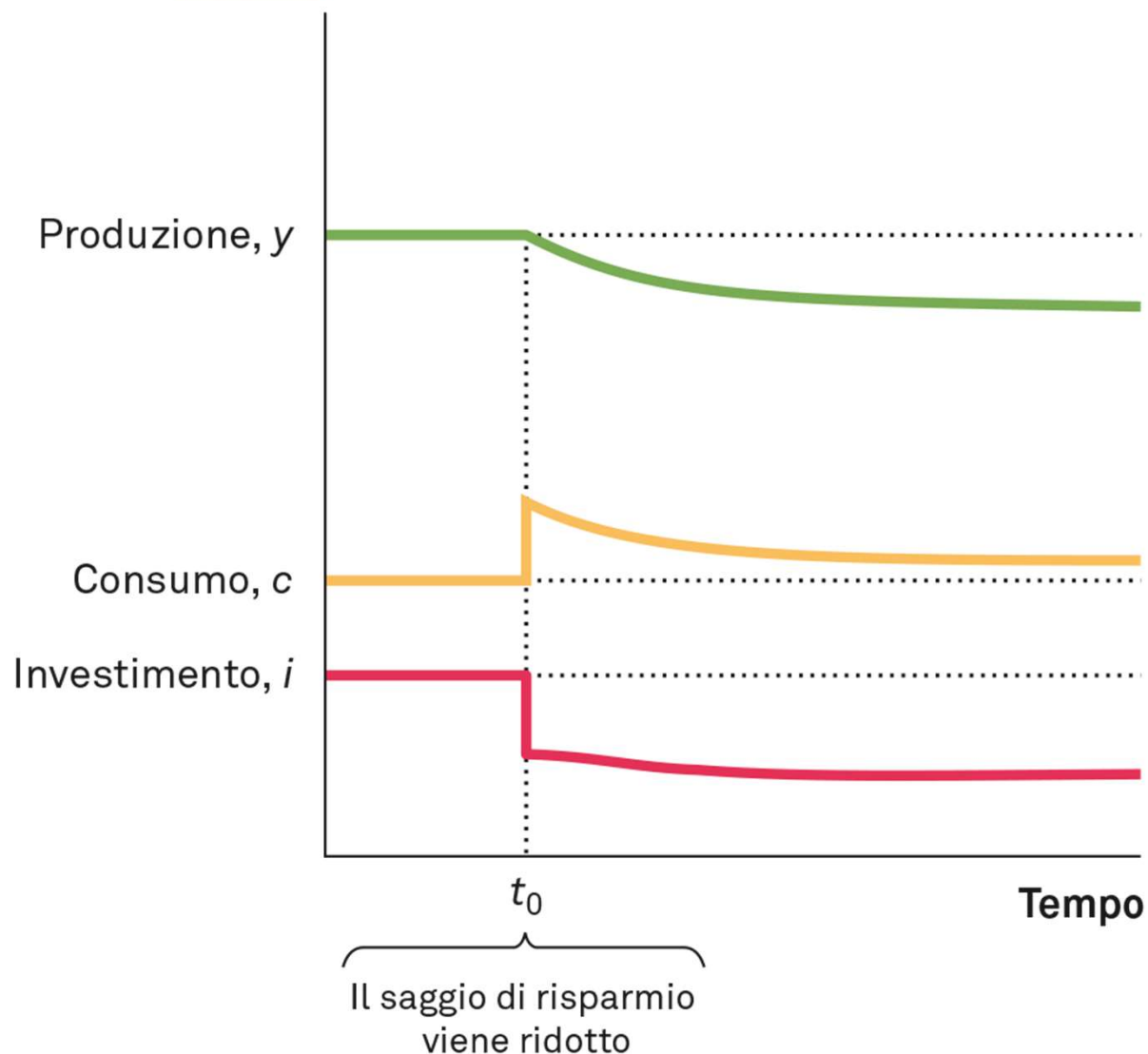
Supponiamo che il Governo cerchi di stabilire l'  $s_{Gold}$ , ma l'economia non si trovi da subito al livello  $k_{Gold}$ . Cosa accade? **Dipende:**

Se  $k^* > k_{Gold}$ , allora  $s > s_{Gold}$ , e occorre ridurre  $s$  cioè :

Investimento e output seguiranno una dinamica di transizione con **riduzioni**

Il consumo una di **aumento**

... fino a raggiungere il nuovo stato stazionario  $k_{Gold}$  ....  
dove la dinamica ha termine



## La REGOLA AUREA – effetti di politica economica

Se invece è  $k^* < k_{Gold}$ , allora  $s < s_{Gold}$ , e occorre aumentare  $s$  cioè :

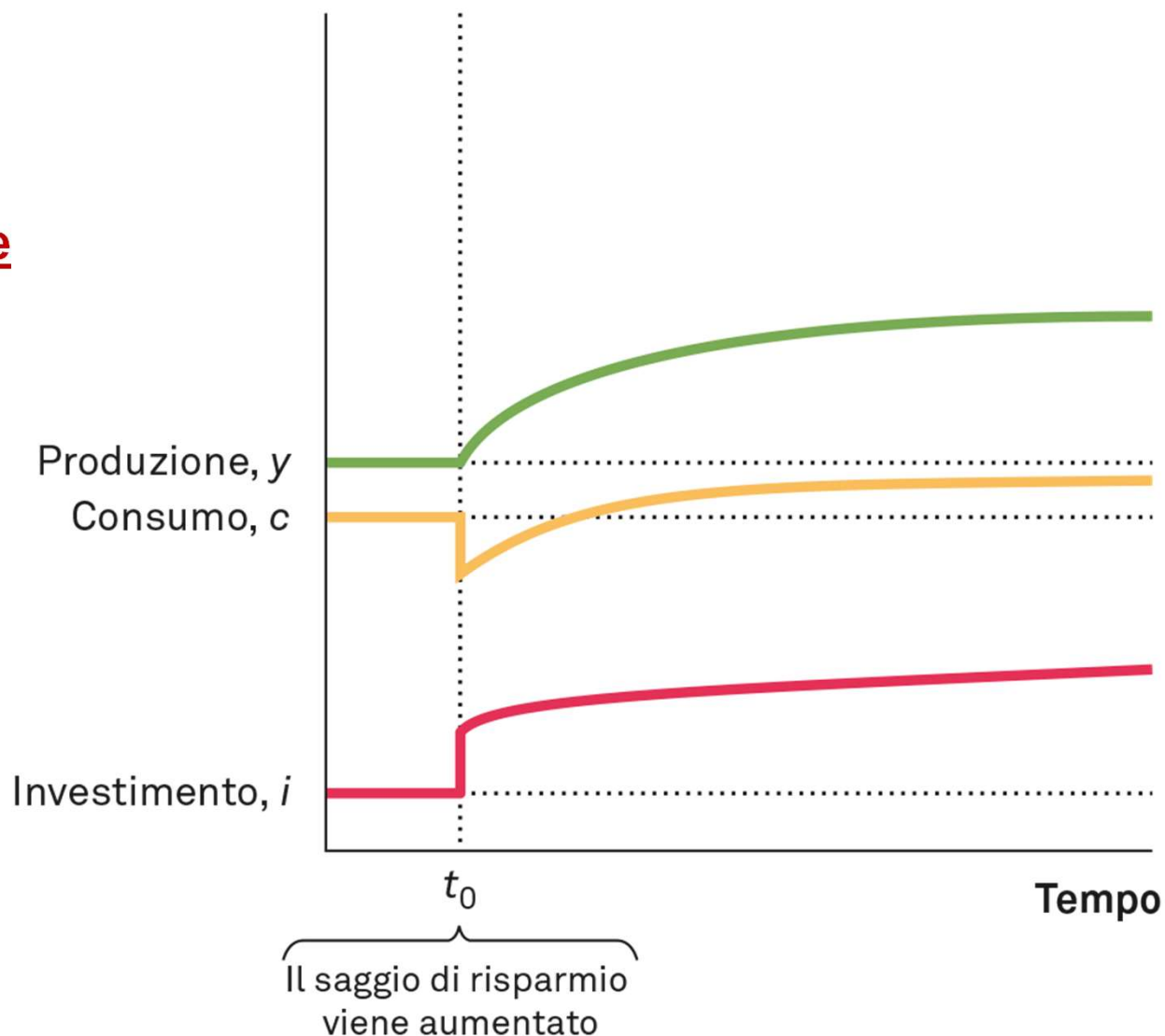
Investimento e output seguiranno una dinamica di transizione con **aumenti**

Il consumo inizialmente **scende** a causa dell'aumento di  $s$

... poi segue una dinamica di **aumento**

... la generazione presente è svantaggiata ma quelle future avranno maggior benessere

... fino a raggiungere il nuovo stato stazionario  $k_{Gold}$  ....  
dove la dinamica ha termine





## CRESCITA della POPOLAZIONE

Assumiamo ora che (nel lungo periodo) la popolazione e la forza lavoro crescano:

$\Delta L = L_{t+1} - L_t \rightarrow$  tasso di crescita:  $\frac{\Delta L}{L_t}$  e assumiamo che il tasso sia costante

$$\frac{\Delta L}{L_t} = n$$

**conseguenze:** tutte le variabili procapite cambiano !

Esempio:  $k = \frac{K_t}{L_t}$ ; ma anche  $y = \frac{Y_t}{L_t} = F\left(\frac{K_t}{L_t}\right)$ ; ecc.

Aggiustare la legge di moto del capitale:  $\frac{K_{t+1}}{L_t} - \frac{K_t}{L_t} = sf\left(\frac{K_t}{L_t}\right) - \delta \frac{K_t}{L_t}$  primo membro:

$$\frac{K_{t+1}}{L_t} \left( \frac{L_{t+1}}{L_{t+1}} \right) - \frac{K_t}{L_t} \Rightarrow \frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} \left( \frac{L_{t+1}}{L_t} \right) - \frac{K_t}{L_t}$$

Problema !

$$\frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} \left( \frac{L_{t+1}}{L_t} - 1 + 1 \right) - \frac{K_t}{L_t} = \frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} \left( \frac{L_{t+1} - L_t}{L_t} + 1 \right) - \frac{K_t}{L_t} \Rightarrow \frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} + n \left( \frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} \right) - \frac{K_t}{L_t}$$

Ora, altro «trucco»: 
$$\frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} + n \left( \frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} - \frac{K_t}{L_t} + \frac{K_t}{L_t} \right) - \frac{K_t}{L_t}$$

ma ricordiamoci che è :  $\frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} - \frac{K_t}{L_t} = \Delta k$  per definizione , quindi:

$$\frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} + n \left( \frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} - \frac{K_t}{L_t} + \frac{K_t}{L_t} \right) - \frac{K_t}{L_t} = \Delta k + n\Delta k + n\frac{K_t}{L_t} \Rightarrow \Delta k(1+n) + n\frac{K_t}{L_t}$$

NOTA: assumiamo che  $n$  sia piccolo, quindi  $(1+n) \approx 1$  e allora:  $\Delta k + n(K_t / L_t)$

Adesso usiamo il primo membro così ottenuto nell'equazione originaria:

$$\Delta k + n\frac{K_t}{L_t} = sF\left(\frac{K_t}{L_t}\right) - \delta\frac{K_t}{L_t} \Rightarrow$$

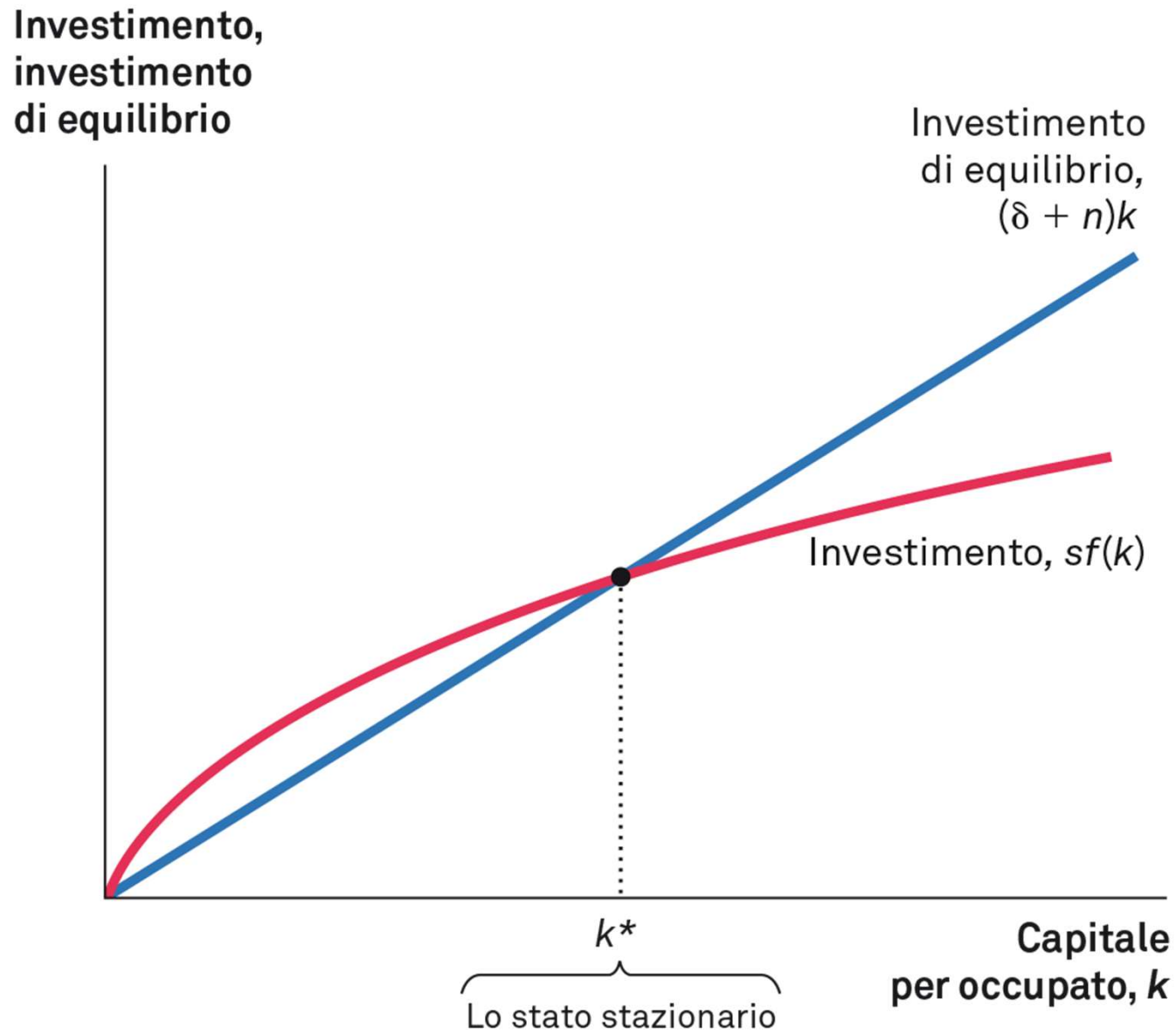
$$\Delta k = \underbrace{sf(k_t)}_{\text{Investimento effettivo}} - \underbrace{(\delta + n)k_t}_{\text{Investimento di equilibrio}}$$

L'investimento di equilibrio è quello che serve per mantener costante il capitale procapite:  $\Delta k = 0$

Investimento  
effettivo

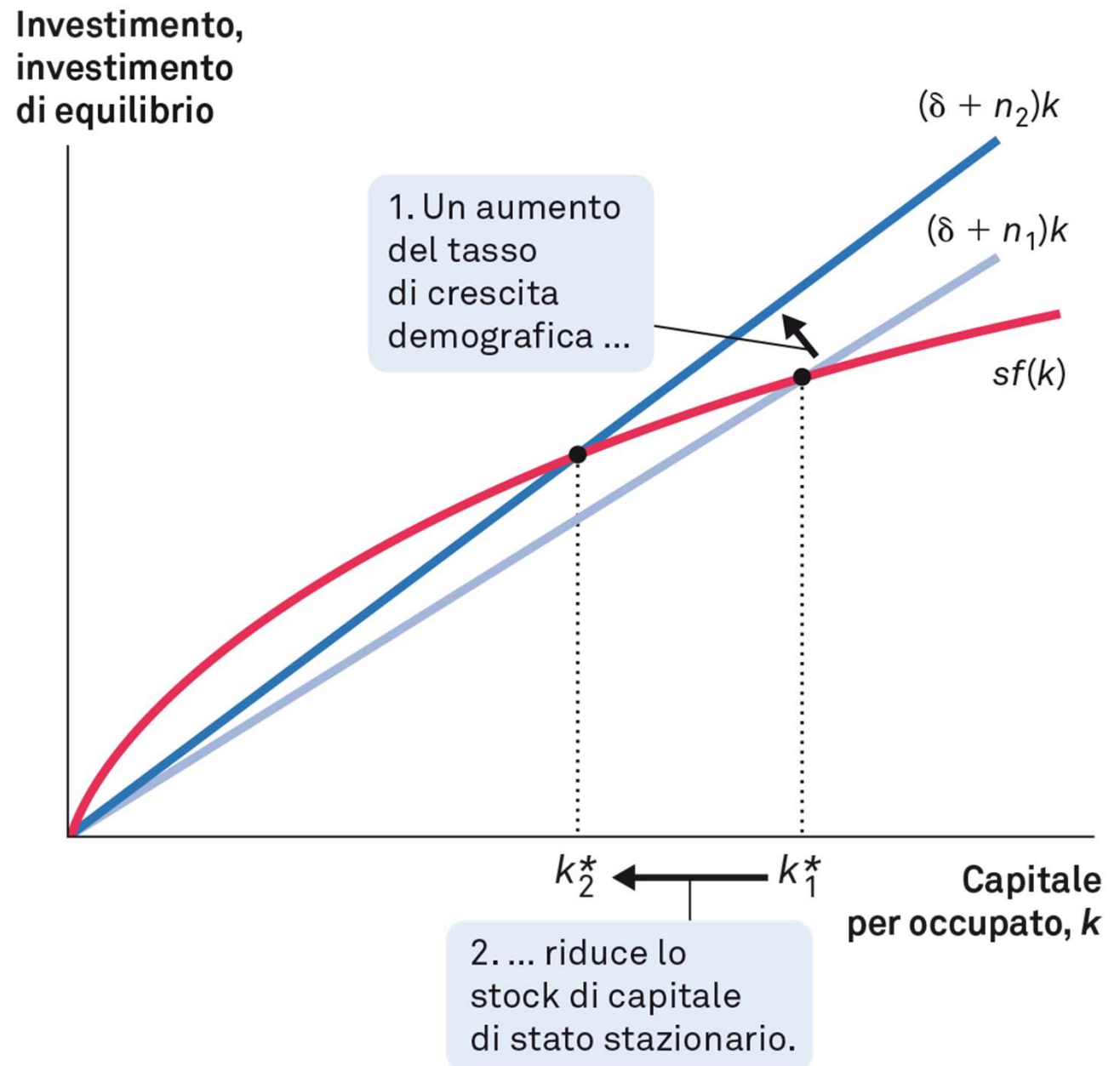
Investimento di  
equilibrio

## CRESCITA della POPOLAZIONE – analisi grafica

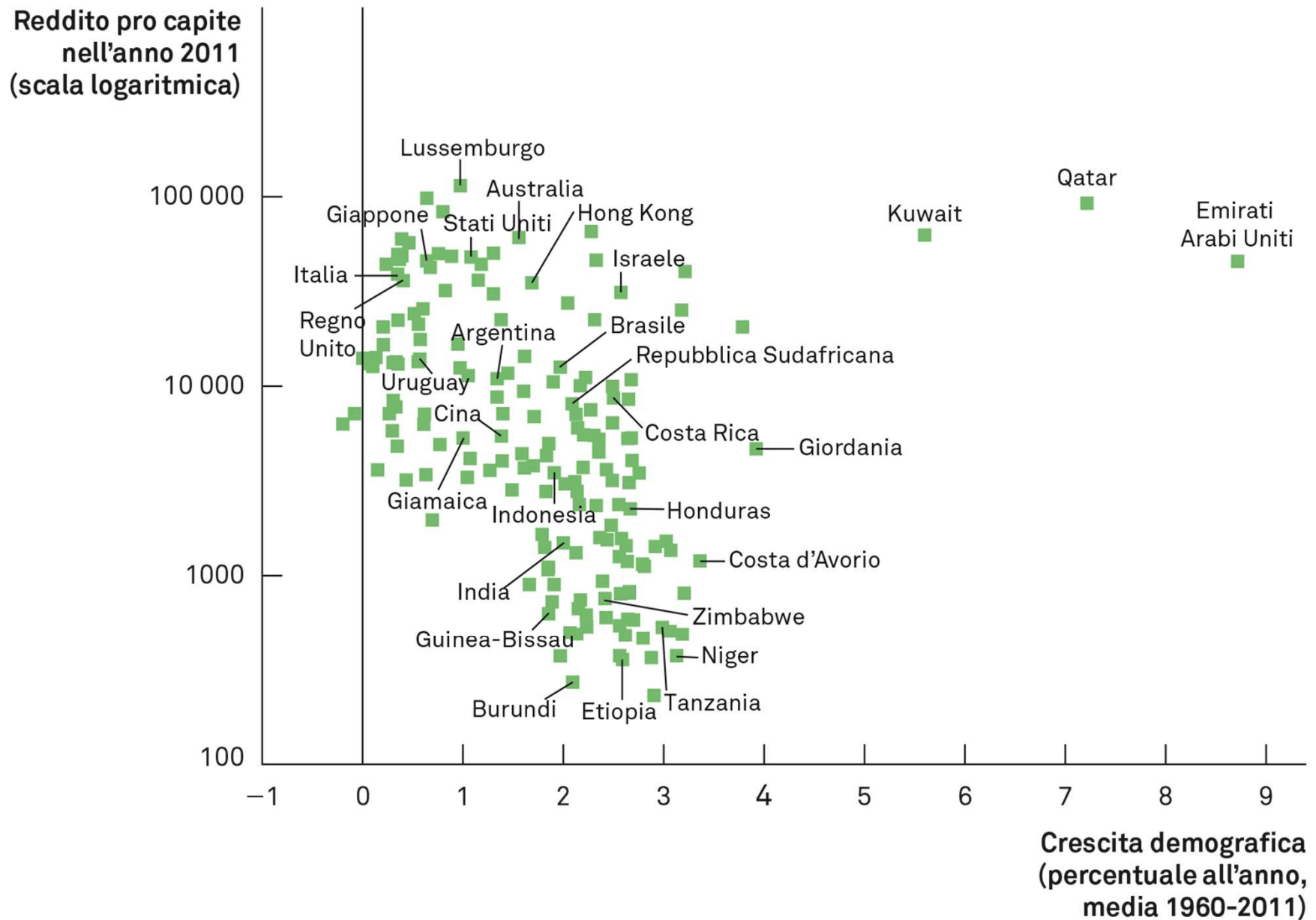


Se **aumenta**  $n$ , il capitale di stato stazionario si **riduce**:

... quindi paesi con  
tassi di crescita  
demografica maggiori,  
dovrebbero mostrare  
livelli di  $k^*$  - e quindi di  
PIL procapite  $y^*$   
**Minori** ...



... in effetti, una certa relazione empirica negativa tra  $n$  e  $y^*$  si osserva:



## La REGOLA AUREA con CRESCITA della POPOLAZIONE

Usiamo sempre la stessa equazione:

$$c^* = y^* - i^*$$

Ma ora in sta.staz. deve essere per definizione:

$$i^* = (n + \delta)k^*$$

E quindi usando la f.di produzione:

$$c^* = (k^*)^\alpha - (n + \delta)k^*$$

Rimane da calcolare  $k^*$  con  $n > 0$  – **esercizio:**

$$k^* = \left( \frac{s}{\delta + n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

E quindi per trovare l'  **$S_{Gold}$**  di regola aurea occorre risolvere il seguente problema di massimizzazione:

$$\max_s c^* = \left( \frac{s}{\delta + n} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - (\delta + n) \left( \frac{s}{\delta + n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$