

# LE SCELTE DEL CONSUMATORE

---

## Perché si studiano le scelte del consumatore?

- Consentono di ricavare la curva di domanda di un bene o di un servizio
- Tale curva è rilevante per gli imprenditori
- Il Governo può utilizzarle per stabilire come e chi aiutare

## Obiettivi formativi

---

- Teoria del consumatore;
  - I panieri di consumo;
  - Le preferenze;
  - Il vincolo di bilancio;
  - La scelta ottima del consumatore
- 
- Strumenti matematici:
    - Funzione di due variabili del tipo  $y=f(x,z)$

# Teoria del consumatore

---

## □ Teoria del consumatore:

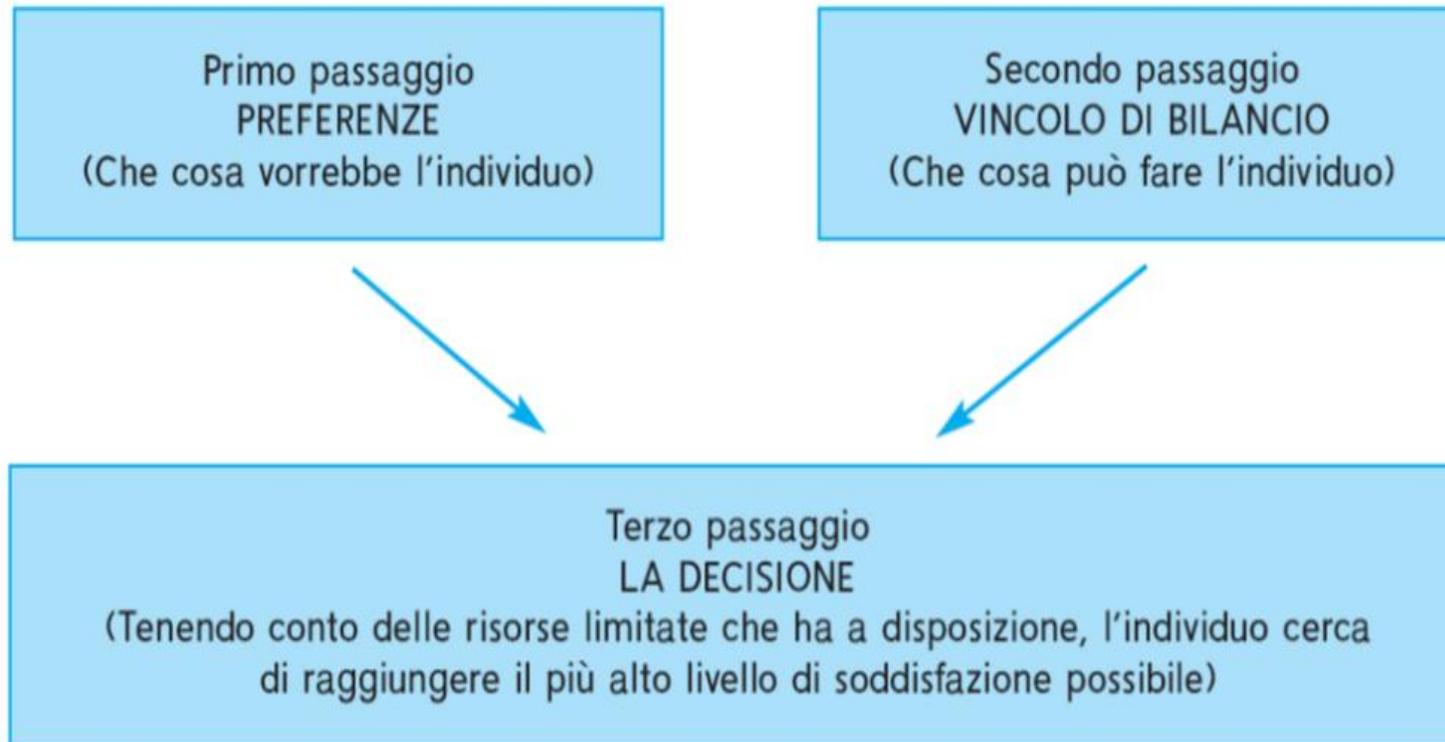
come un individuo effettua scelte:

- sulla base dei propri gusti (preferenze);
- tenendo conto del reddito (vincolo).

➤ Il consumatore effettua scelte in condizioni di risorse scarse.

# Le scelte del consumatore: schema concettuale

---



# Le preferenze

---

**LE PREFERENZE DEL CONSUMATORE** CI DICONO COME UN INDIVIDUO VALUTA DUE PANIERI IN ORDINE DI DESIDERABILITÀ, IPOTIZZANDO CHE I DUE PANIERI SIANO DISPONIBILI A COSTO ZERO.

X

Y

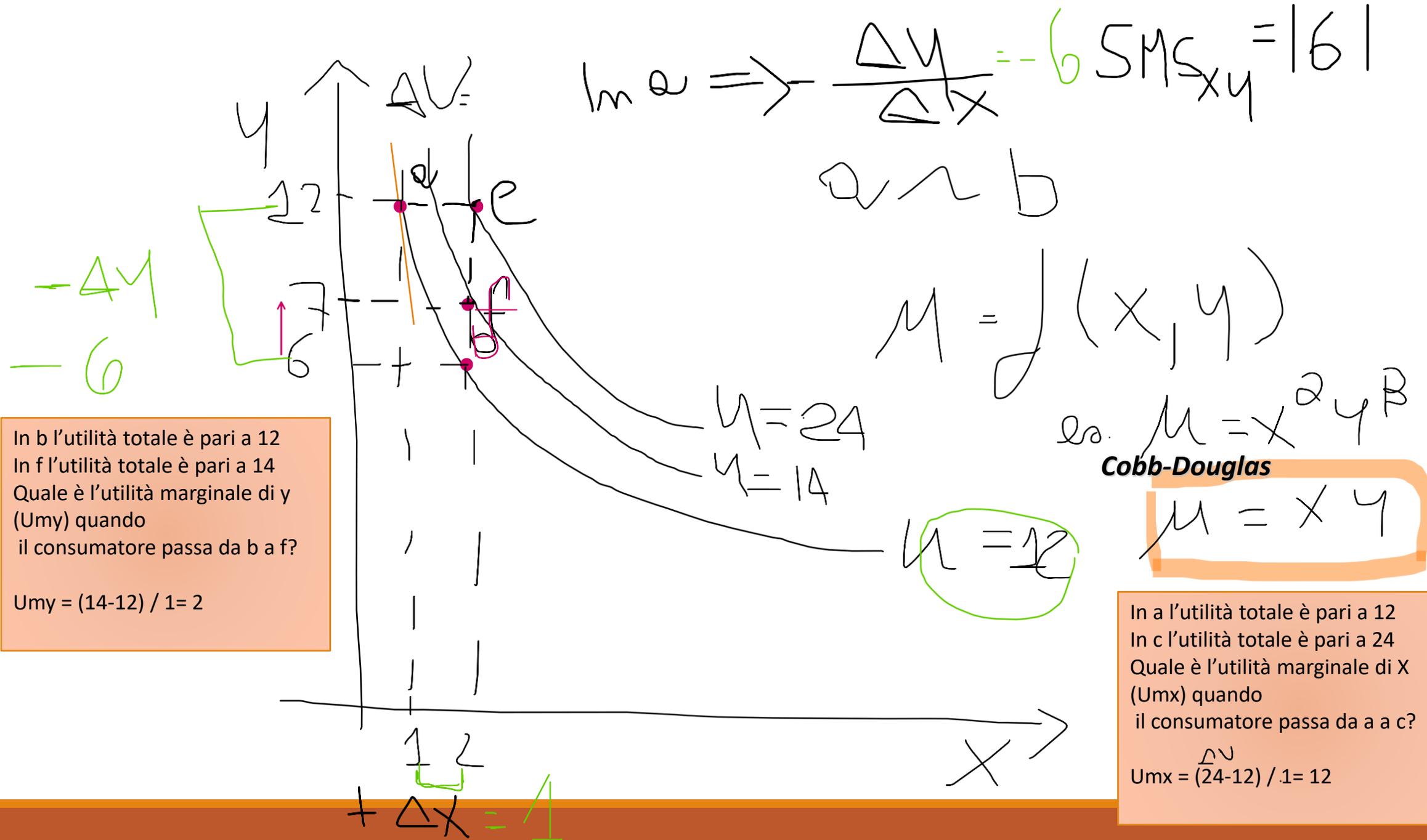
Utilità  $U = f(X;Y)$

$P_x$

$P_y$

m

Scegliere la quantità di X e di Y che  $\text{Max } U = f(X;Y)$  e considerando il suo vincolo di bilancio



In b l'utilità totale è pari a 12  
 In f l'utilità totale è pari a 14  
 Quale è l'utilità marginale di y (U<sub>my</sub>) quando il consumatore passa da b a f?

$U_{my} = (14-12) / 1 = 2$

In a l'utilità totale è pari a 12  
 In c l'utilità totale è pari a 24  
 Quale è l'utilità marginale di X (U<sub>mx</sub>) quando il consumatore passa da a a c?

$U_{mx} = \frac{\Delta U}{\Delta X} = (24-12) / 1 = 12$

**Cobb-Douglas**

$$U = X Y$$

$U = J(x, y)$   
 es.  $U = x^2 y^{0.5}$

$\ln a \Rightarrow \frac{\Delta U}{\Delta X} = -6.5 MS_{xy} = |6|$

$a \sim b$

$U = 24$   
 $U = 14$

$U = 12$

$$U = f(x, y)$$

$$UM_x = \frac{\Delta U}{\Delta x} = \frac{(24 - 12)}{1} = 12$$

$$UM_y = \frac{\Delta U}{\Delta y} =$$

$$-\frac{\Delta y}{\Delta x} \Rightarrow$$

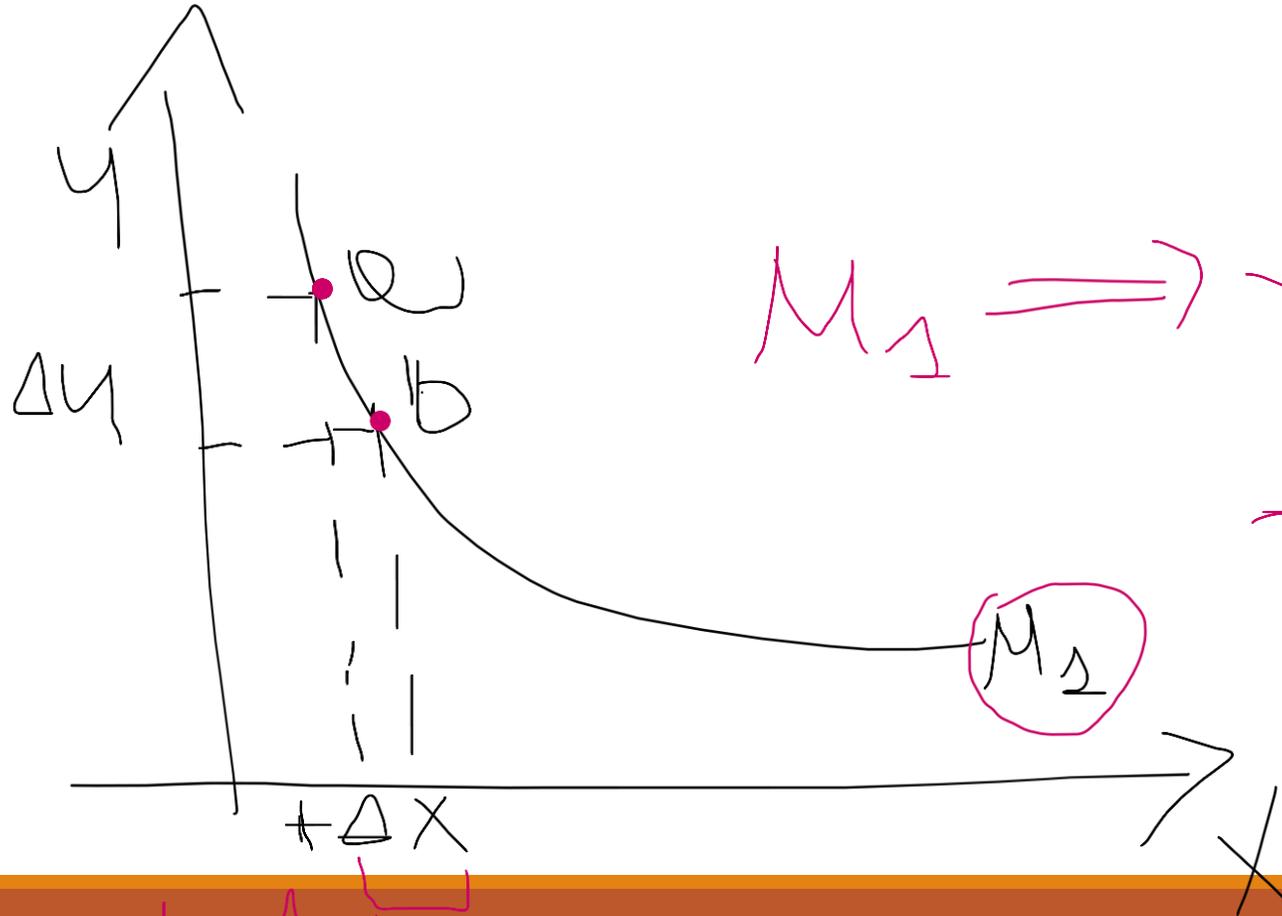
$$SMS_{xy} = \frac{UM_x}{UM_y}$$

APPROFONDIMENTO SUL perché...

$$UM_x = -\frac{\Delta U}{\Delta x}$$

$$\Delta U_x = UM_x \cdot \Delta x$$

$$-\Delta U_y$$



$M_2 \Rightarrow$

$$-\Delta U_y = +\Delta U_x$$

$$-UM_y \Delta Y = UM_x \Delta X$$

$$-\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{UM_x}{UM_y}$$

$$+\Delta U_x$$

# L'insieme di consumo

---

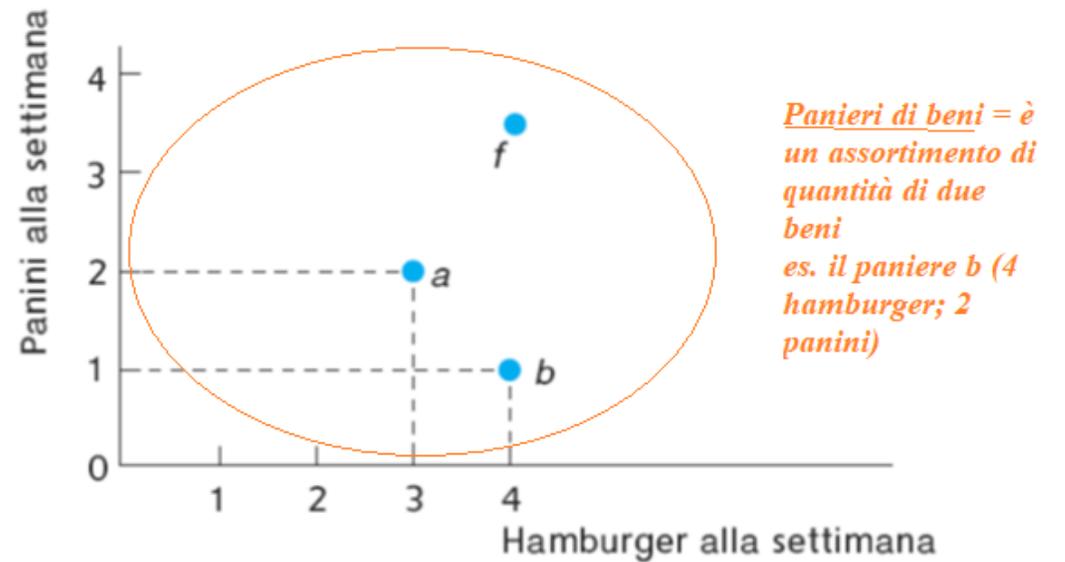
- Il primo passaggio è capire quali sono i beni che si possono consumare; tecnicamente, si parla **dell'insieme di consumo** (attenzione) -> **insieme di panieri di beni**

Esempi:

- panini; hamburger;
- lavoro; tempo libero;
- pizza a Roma; pizza a Napoli;

- Per semplicità, ipotizzeremo sempre che il consumatore sceglie di consumare due soli beni.

**FIGURA 2.2 Le combinazioni alternative di beni**  
Ciascun punto rappresenta una diversa combinazione dei due beni. Il paniere *a* è composto da 3 hamburger e 2 panini; il paniere *b* da 4 hamburger e 1 panino; il paniere *f* da 4 hamburger e 3 panini e mezzo.



$a(3;2)$   $b(4;1)$   $f(4; 3,5)$  sono panieri di consumo

## I panieri di consumo

Un **paniere** è una combinazione di beni e servizi acquistabili da un consumatore.

# Le Preferenze del consumatore: i quattro assiomi

---

- Dato lo spazio dei panieri (insieme di consumo), il consumatore può ordinare i panieri di beni secondo un criterio di preferenza;
- **Criterio di preferenze:** In generale un consumatore deve poter affermare rispetto a due panieri **a** e **b** se:
  - b è preferito a . notazione:  $\succ$ ; ( $b \succ a$ )
  - a è indifferente a b. notazione:  $\sim$  (es.  $a \sim b$ )
  - a è preferito a b. notazione:  $\succ$ ; ( $a \succ b$ )
- Le preferenze del consumatore illustrano le modalità con le quali egli ordina i panieri di beni (**confronta la loro desiderabilità**);

Esempio, il paniere c è il preferito, mentre a e b sono indifferenti. Tuttavia, non possiamo dire di quanto c è preferito ad *a* e *b*

  - un ordinamento di preferenze non permette di avere un commento sulla loro desiderabilità relativa (metrica ordinale ma non cardinale)
  - soggetti diversi possono avere ordinamenti diversi di preferenze.

# Preferenze del consumatore: i quattro assiomi

---

Definiamo con  $C = (a, b, \dots)$  l'insieme di consumo

## □ Assioma 1 - Completezza

- un ordinamento è completo se permette al consumatore di classificare tutte le possibili combinazioni di beni e servizi.

Esempio: dati due panieri qualsiasi  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ , il consumatore sa se  $a \succ b$ ,  $a \sim b$  o  $b \succ a$ ;

## □ Assioma 2 - Non sazietà:

- a parità di altre condizioni, è preferibile avere maggiori quantità di almeno un bene.
- Esempio: confrontando i panieri  $a = (10, 7)$  e  $b = (11, 7)$ , avremo che  $b \succ a$ .

## I quattro assiomi (2)

---

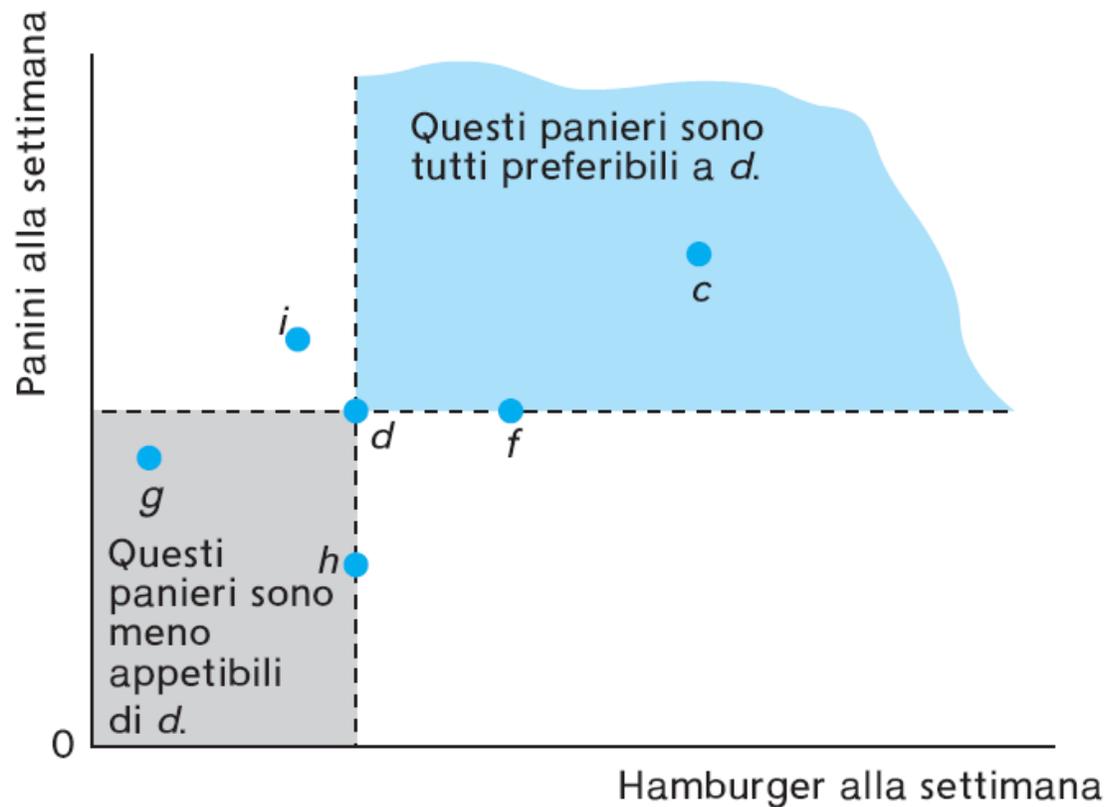
**Assioma 3 - Transitività:** dati tre panieri,  $a$ ,  $b$ ,  $d$ , tutti all'interno dell'insieme di consumo  $C$

- se  $a \succ b$  e  $b \succ d$  allora  $a \succ d$
- assioma relativo alla coerenza interna delle scelte dei consumatori.
- si applica sia alla relazione di preferenza che a quella di indifferenza (o a loro combinazioni)
- Es:  $A=(4,2)$ ,  $B=(3,3)$ ,  $D=(2,4)$

**Assioma 4 - Convessità:** le combinazioni di beni "intermedie" sono preferite a quelle estreme.

- Dati due panieri indifferenti  $A(10;2)$  e  $B(2; 10)$ , il consumatore preferisce sempre un terzo paniere  $C$  composto dalla combinazione dei due panieri  $A$  e  $B$ , in quanto il paniere  $C(6;6)$  è associato ad un livello di soddisfazione totale maggiore rispetto agli altri due.

# Il confronto tra diversi panieri di beni



- Assioma di non sazietà: come ordinereste i panieri ?

$$c \succ d; d \succ g; d \succ h; f \succ d$$

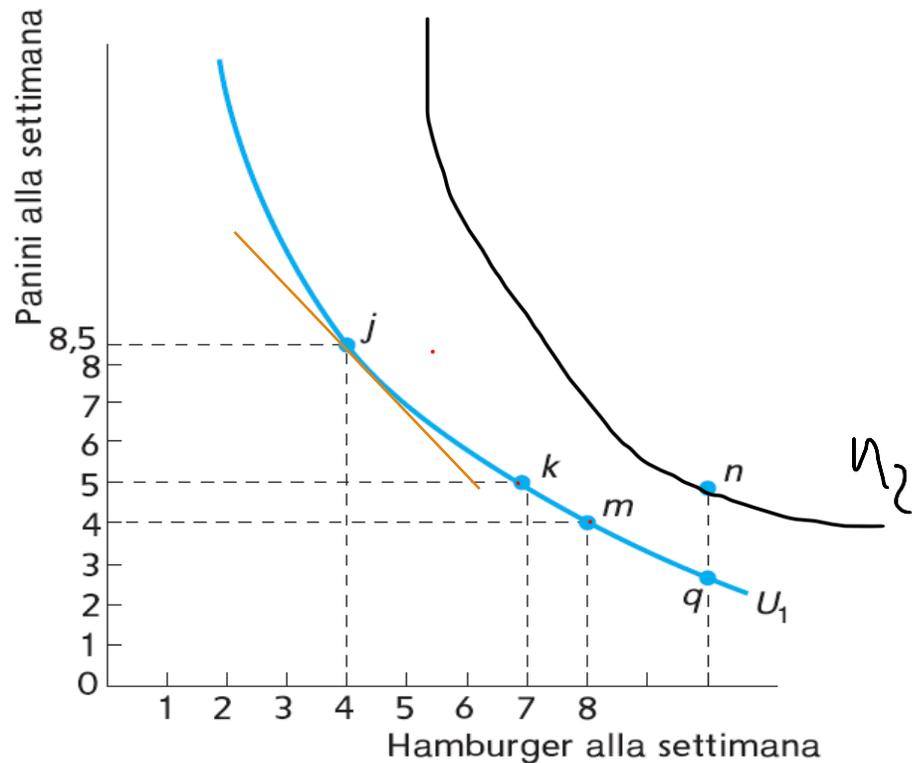
- Assioma di transitività: cos'altro potremmo dire?

$$c \succ g; c \succ h; f \succ g; f \succ h$$

$$i \sim d$$

$$M_2 > M_1$$

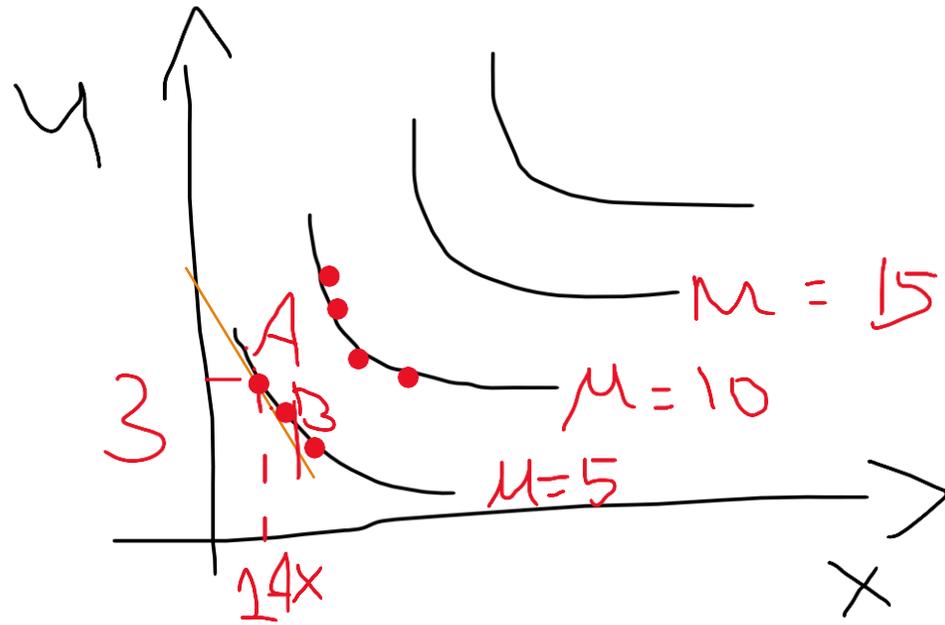
## La curva di indifferenza



- Possiamo distinguere tra:
  - panieri sicuramente **preferiti** rispetto a quello di riferimento;
  - panieri sicuramente **non preferiti** rispetto a quello di riferimento;
  - panieri **indifferenti** rispetto a quello di riferimento;
- Una curva di indifferenza ( $U_1$ ) mostra tutte le combinazioni dei panieri che assicurano al consumatore lo stesso livello di soddisfazione (**i panieri indifferenti  $j, k, m, q$** ).
- Per passare **da  $k$  (7;5) a  $m$  (8;4)** e mantenere così lo stesso livello di soddisfazione il consumatore è disposto a cedere 1 panino in cambio di 1 hamburger in più
- **Il paniere  $n$ ?** Assioma di non sazietà:  $n > q$  Assioma di transitività: cos'altro potremmo dire?

X, Y

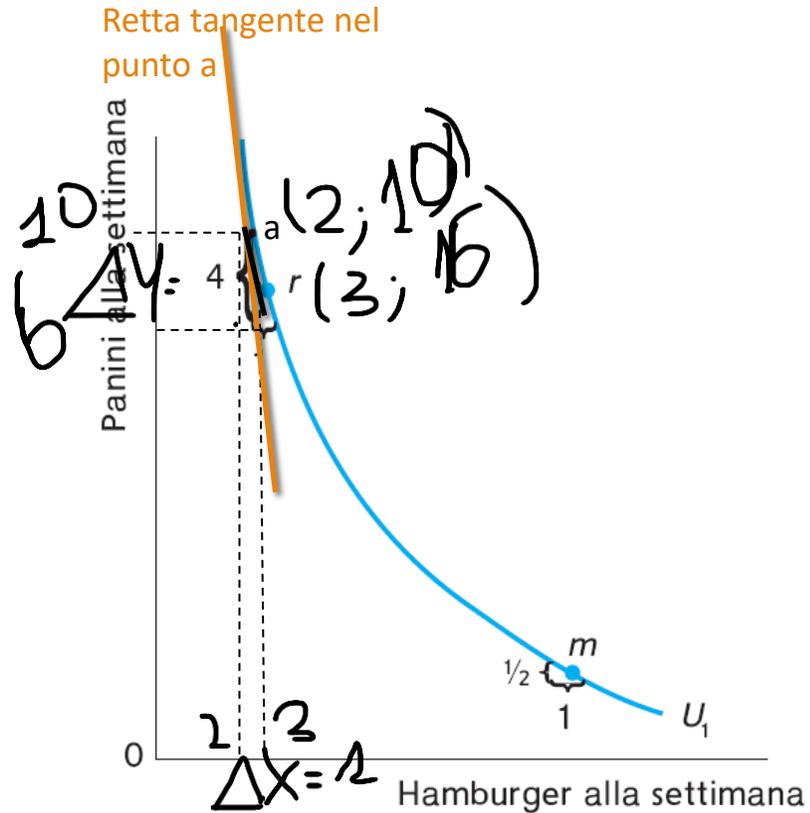
$$\frac{\Delta Y}{\Delta X}$$



$$SMS_{xy} = - \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

# La curva di indifferenza: la pendenza

## APPROFONDIMENTO



### INTERPRETAZIONE GEOMETRICA:

- **Pendenza:** è data dal rapporto tra la variazione della grandezza misurata sull'asse delle ordinate e la variazione della variabile misurata sull'asse delle ascisse  $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$
- La pendenza di una curva varia man mano che ci muoviamo lungo di essa (NON è COSTANTE!).
- **Inclinazione della curva nel punto a:** approssimazione: 1) scegliamo due punti sulla curva r e a; 2) tracciamo il segmento che unisce i due punti; 3) la pendenza del segmento ar è data dal rapporto  $\frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{6-10}{3-2} = -4/1 = -4$ 
  - Più il punto scelto per l'approssimazione è vicino al **paniere a** (con  $\Delta x$  prossimo a zero) migliore è l'approssimazione (l'errore di approssimazione tende ad annullarsi). Il valore dell'approssimazione per  $\Delta x$  prossimo a zero rappresenta la derivata della funzione.

# Richiami di matematica: inclinazione di una funzione curvilinea

## APPROFONDIMENTO

---

- Il saggio medio di variazione ( $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$ ) di una funzione lineare è costante ed è uguale all'inclinazione.
- L'inclinazione di una funzione curvilinea non è costante e varia nei diversi punti della curva.
  - In ogni punto della curva, la pendenza è uguale all'inclinazione di una retta tangente alla curva in quel punto.
- La **derivata** misura il saggio di variazione istantaneo di una funzione, ovvero la variazione della variabile dipendente (y) per una variazione unitaria (infinitesima) della variabile indipendente (x) :  $\frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{dY}{dX} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X}$ 
  - La derivata, dunque, misura l'inclinazione di una funzione (ed è particolarmente utile nel misurare l'inclinazione di una funzione curvilinea).
  - Il valore della derivata della funzione nel punto A fornisce una misura esatta della pendenza della curva in quel punto

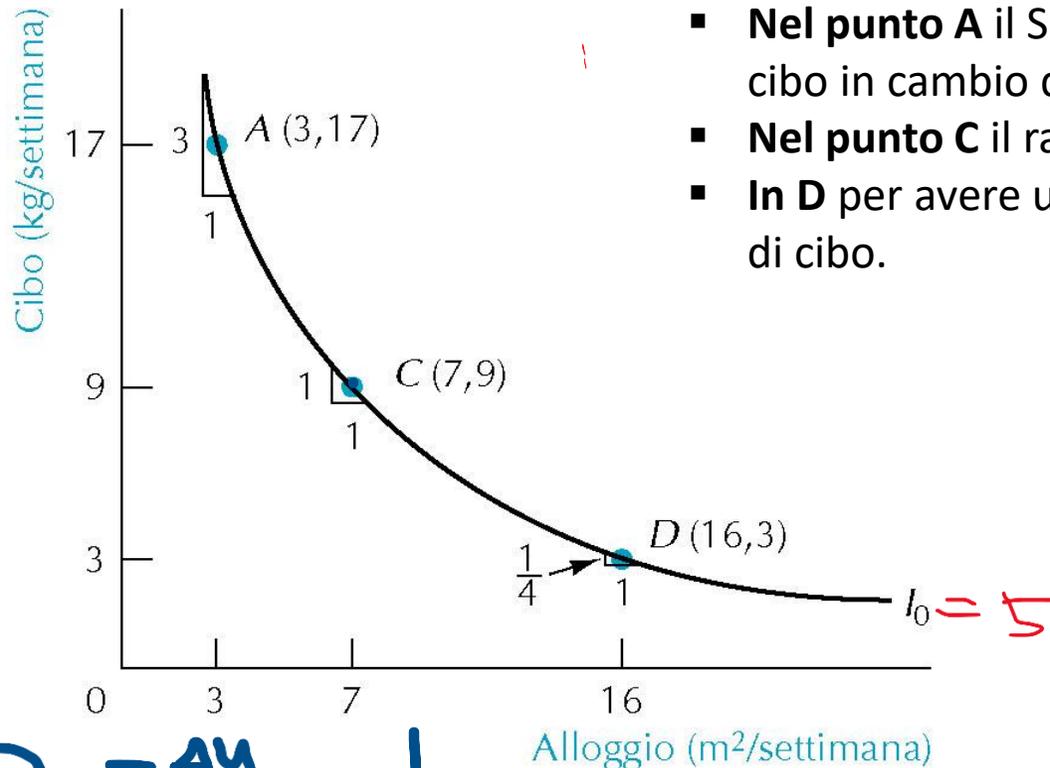
# Curva di indifferenza: la pendenza (negativa e decrescente)

---

## INTERPRETAZIONE ECONOMICA:

- ❑ **La pendenza della curva:** indica in quale rapporto il consumatore è disposto a sostituire una piccola quantità del bene misurato sull'asse verticale (delle y) in cambio di una piccola quantità aggiuntiva del bene misurato sull'asse orizzontale (delle x), MANTENENDO INALTERATA L'UTILITA'.
  - è **negativa**. **Perché?** Se vale l'assioma di non sazietà, per mantenere lo stesso livello di soddisfazione, muovendosi da un paniere all'altro lungo la curva, se aumenta la quantità di un bene la quantità dell'altro bene deve diminuire. (Ogni volta che il num. di hamburger aumenta il numero di panini si riduce).
    - Esempio: nel punto a la pendenza della curva è -4 ovvero il consumatore è disposto a cedere 4 panini per 1 hamburger in più
- ❑ Il valore assoluto della pendenza in qualsiasi punto della curva prende il nome di **Saggio Marginale di Sostituzione (SMS)**.
  - è **decrescente**: man mano che ci si sposta da sinistra verso destra lungo la curva il SMS diminuisce. **Perché?** Per avere una unità in più del bene sull'asse delle x il consumatore è disposto a rinunciare a dosi via via decrescenti del bene sull'asse delle y quanto più è l'ammontare che detiene del bene posto sull'asse delle ascisse.
    - Esempio: (slide successiva) nel punto A il SMS= 3 ; in C il SMS= 1; in D il SMS= 1/4
- ❑ **curva con pendenza decrescente -> Curva convessa rispetto all'origine**

# Saggio marginale di sostituzione decrescente



- **Nel punto A** il SMS è 3: consumatore è disposto a cedere 3 unità di cibo in cambio di 1 di alloggio.
- **Nel punto C** il rapporto di scambio scende a 1:1
- **In D** per avere una 1 unità di alloggio è disposto a cedere ¼ di unità di cibo.

$$Im A \rightarrow -\frac{\Delta Y}{\Delta X} = -3$$

$$SMS = 3$$

$$Im C \rightarrow -\frac{\Delta Y}{\Delta X} = -1$$

$$SMS = 1$$

$$Im D = \frac{-\Delta Y}{\Delta X} = -\frac{1}{4}$$

$$SMS = \frac{1}{4}$$

Con curve di indifferenza convesse il SMS non è costante, ma diminuisce via via che ci si muove dall'alto verso il basso lungo la curva.

# Saggio marginale di sostituzione

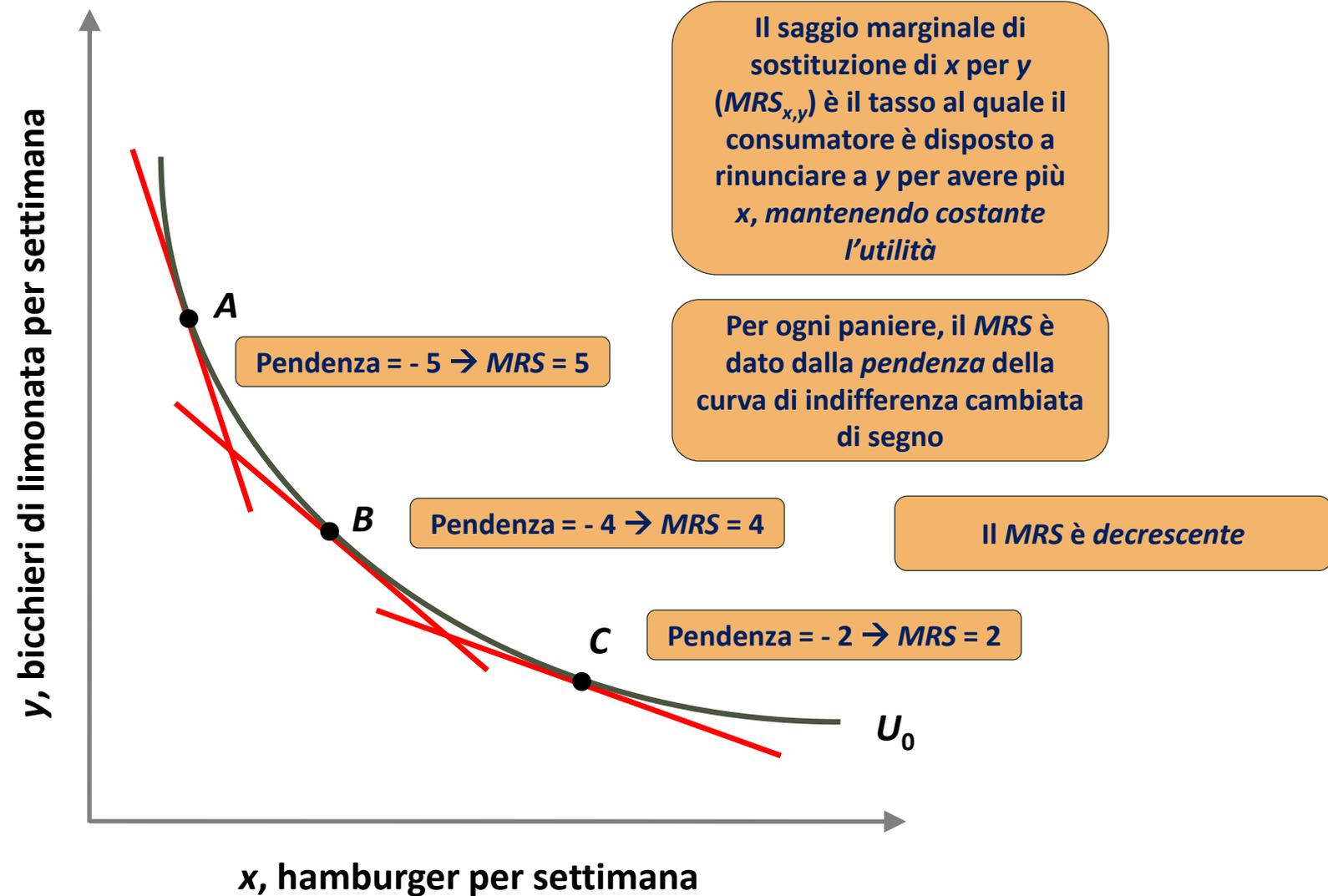
Il **saggio marginale di sostituzione** misura la disponibilità di un consumatore a sostituire un bene con un altro mantenendo lo stesso livello di soddisfazione.

In un grafico in cui siano riportate sull'asse orizzontale la quantità del bene  $x$  e sull'asse verticale la quantità del bene  $y$ , il saggio marginale di sostituzione di  $x$  per  $y$ , denotato con  $MRS_{x,y}$ , in ogni punto è pari alla pendenza della curva di indifferenza in valore assoluto:

$$MRS_{x,y} = \left| \Delta y / \Delta x \right| \text{ (per un dato livello di utilità)}$$

# Il saggio marginale di sostituzione di x per y ( $MRS_{x,y}$ )

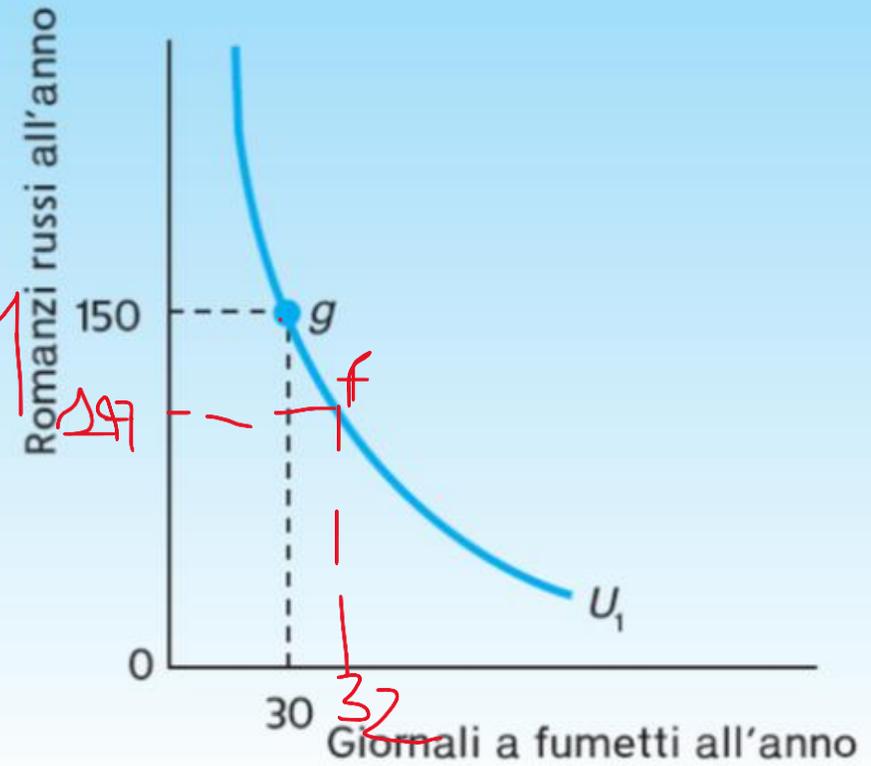
COMMENTARE  
LA FIGURA



## Esercizio 2.2

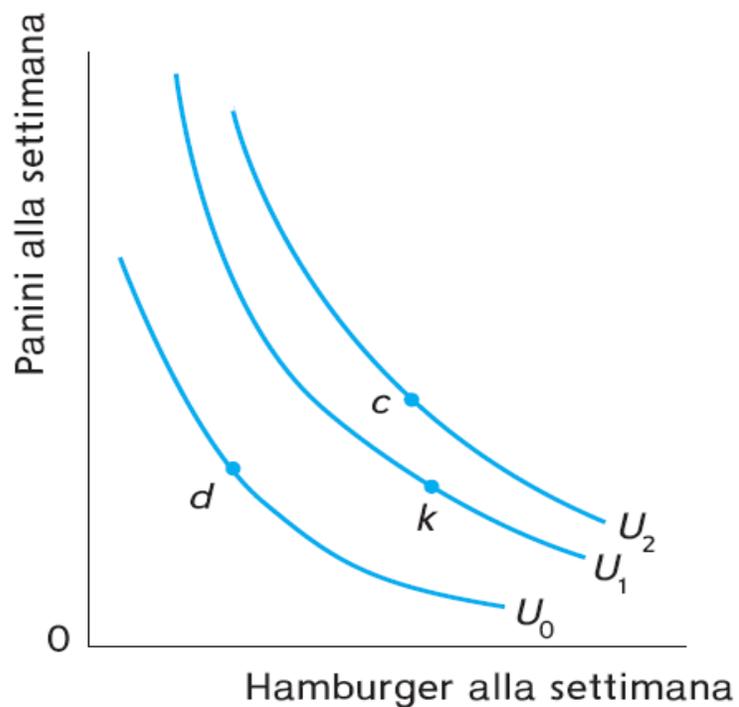
LA SOLUZIONE È DISPONIBILE  
SUL SITO WEB 

In corrispondenza del punto  $g$  del grafico, Luisa acquista 150 romanzi russi e 30 giornali a fumetti e sarebbe disposta a ridurre il suo consumo di romanzi russi di 3 unità, se le venissero dati in cambio 2 giornali a fumetti. In prossimità del punto  $g$ , appartenente alla curva d'indifferenza  $U_1$ , qual è il saggio marginale di sostituzione dei due beni?



$$\Delta X = +2$$

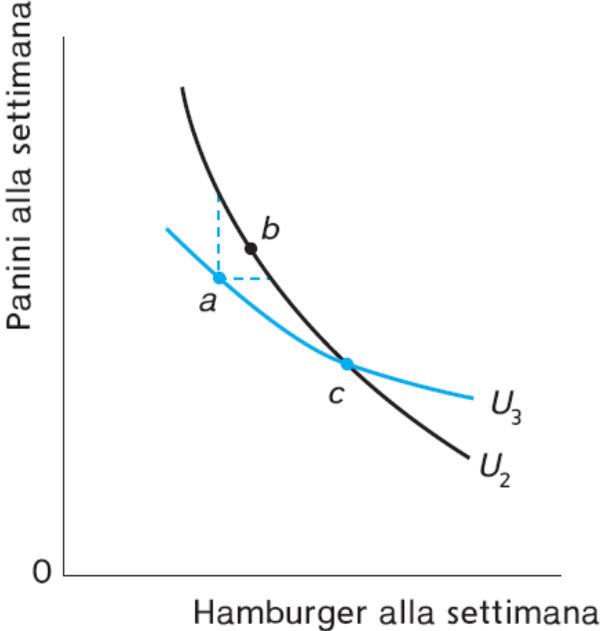
# La curva di indifferenza



- Una **mappa o insieme di curve di indifferenza** mostra differenti livelli di soddisfazione in corrispondenza di diversi panieri di beni ordinati a seconda del livello di desiderabilità.

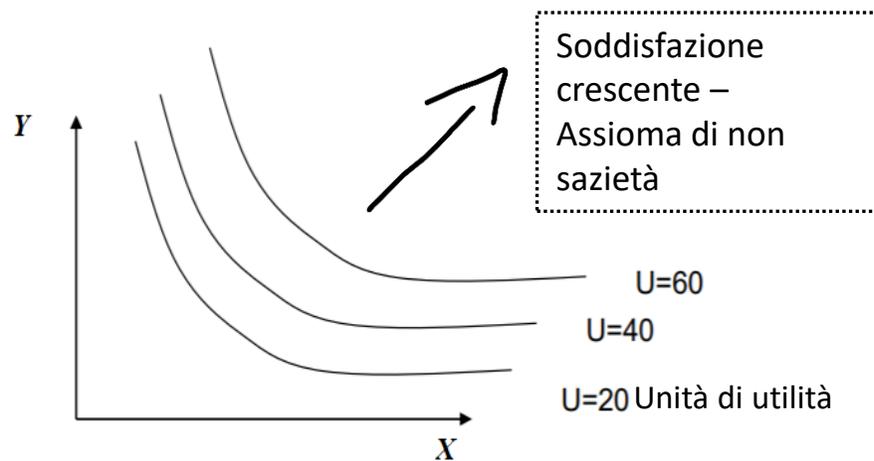
# Posizione curve di indifferenza e transitività

---



# Utilità e curve di indifferenza: quello che il consumatore preferisce

1. ogni curva di indifferenza individua sul piano un livello di utilità diverso;
2. attraverso la funzione di utilità possiamo associare un numero a ogni curva di indifferenza in modo tale che a curve più esterne sia sempre associato un numero più alto – **ordinamento ordinale**.



## Proprietà delle curve di indifferenza convesse rispetto all'origine:

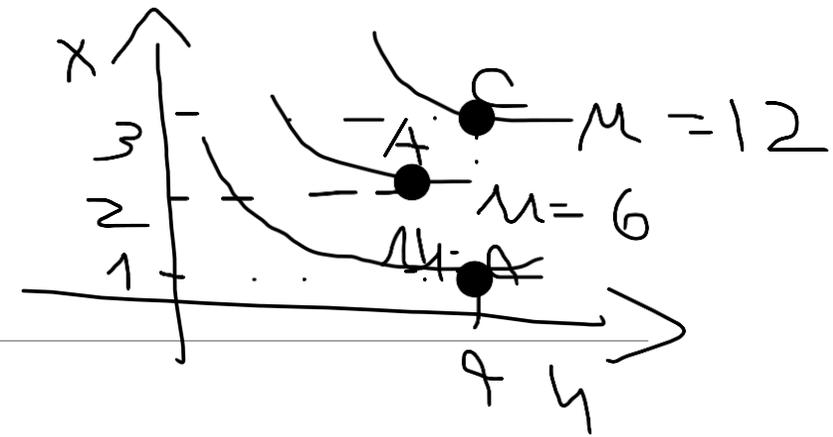
- pendenza negativa e decrescente;
- MRS saggio marginale di sostituzione = valore assoluto della pendenza;
- Più le curve di indifferenza sono spostate verso l'alto e a destra maggiore è il livello di soddisfazione a esse corrispondente;
- Le curve di indifferenza non possono intersecarsi: ciascun paniere può giacere su un'unica curva di indifferenza

## La funzione di utilità

- La **funzione di utilità** assegna un numero a ciascun paniere in modo tale che se il paniere  $A$  è preferito al paniere  $B$ , il numero assegnato ad  $A$  è maggiore (o uguale) di quello assegnato a  $B$ .
- L'utilità è un **concetto ordinale**: la grandezza del numero che la funzione assegna di per sé non ha alcun significato.
  - L'**ordinamento ordinale** fornisce semplicemente informazioni circa l'ordine secondo cui un consumatore classifica i panieri.
  - L'**ordinamento cardinale** fornisce informazioni circa l'*intensità* delle preferenze del consumatore.
- La funzione di utilità preserva le proprietà fondamentali delle preferenze

Sebbene l'ordinamento *cardinale* contenga *maggiori* informazioni, l'ordinamento *ordinale* è sufficiente per spiegare le scelte del consumatore

# Funzione di utilità



- La funzione di utilità è del tipo  $U=f(x,y)$ . ... è quindi una funzione multivariata.
- La funzione di utilità ci dice quale è il **livello di soddisfazione associato a ciascun possibile paniere di beni** e consente di ordinarli secondo un criterio di preferenza.
  - Esempio: Dati il paniere A(3,2) e il paniere B(4,1) e C(4,3). Se la funzione di utilità è  $U(x,y)=xy$  quale paniere è preferito?
  - ! Il valore numerico associato a ciascun paniere di beni definisce la sua utilità totale
- Le curve di indifferenza sono la rappresentazione grafica della  $f$  di utilità nello spazio a 2 dimensioni.

x	y	U=xy
3	2	6
4	1	4
4	3	12

$$U = f(x, y)$$

$$UM_x = \frac{\Delta U}{\Delta x}$$

$$UM_y = \frac{\Delta U}{\Delta y}$$

$$A(3, 2) \Rightarrow U = 6$$

$$B(4, 2) \Rightarrow U = 8$$

$$\Delta U = 2$$

$$C(3, 3) \Rightarrow U = 9$$

# Funzione di utilità e utilità marginale

---

- Immaginiamo che il nostro paniere di consumo sia  $\mathbf{a}=(3 ; 5)$ , e che l'utilità derivante dal consumo di quel paniere sia 10 ( $\mathbf{U}=10$ ).  
Ci chiediamo di quanto aumenterebbe la nostra utilità se potessimo consumare un paniere  $\mathbf{b}=(3 ; 6)$ .



- **L'utilità marginale** (Umg oppure MU) ci dice di quanto varia l'utilità totale ( $\Delta U$ ) quando la quantità consumata di un bene varia di una unità (o di una variazione infinitesima) ( $\Delta Y$ ), mentre la quantità consumata dell'altro bene resta invariata ( $\Delta x = 0$ ).
- L'utilità marginale è sempre positiva ma decrescente.

# Utilità marginale, curve di indifferenza e MRS

- Come varia l'utilità del consumatore se aumenta di poco la quantità consumata del bene x, a parità di altre condizioni? => **UTILITA' MARGINALE DEL BENE X**

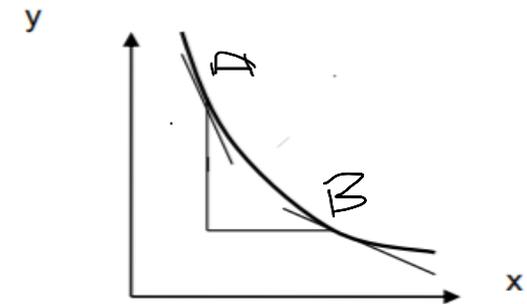
- **UTILITA' MARGINALE e MRS:**

- Lungo la curva di indifferenza l'utilità è costante, perciò: se cede y diminuisce l'utilità totale; se ottengo x aumenta l'utilità totale.
- Per poter stare sulla stessa curva di indifferenza aumento e diminuzione devono essere della stessa entità ( $\Delta UM_x = \Delta UM_y = \Delta U = 0$ ).

- Ne consegue che lungo la curva d'indifferenza vale la regola:

$$\Delta U = \Delta x \cdot MU_x$$

$$\begin{aligned} dU &= \overbrace{UMg_x dx + UMg_y dy} \\ 0 &= UMg_x dx + UMg_y dy \\ -\frac{dy}{dx} &= \frac{UMg_x}{UMg_y} \end{aligned}$$



# Utilità marginale, curve di indifferenza e MRS

---

- Il SMS si ricava come segue (differenziale totale di Utilità);
- Questa definizione di SMS è importantissima perché permette di calcolare il SMS conoscendo la funzione di utilità.

$$-\frac{dy}{dx} \equiv SMS = \frac{UMg_x}{UMg_y}$$