Statistica I modulo (*S.I.A.F.A.*, AA 2024/25)

Le variabili casuali discrete

Soluzioni

1. (a)-(b)

x	$P(x)$	$F(x)$
2	0.20	0.20
3	0.20	0.40
4	0.20	0.60
5	0.20	0.80
6	0.20	1

(c) vedi Figura 1

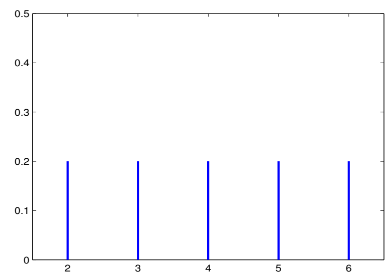

Figura 1: Funzione di probabilità della v.c. $X \sim Ud(2, 5)$.

(d) $E(X) = 0.20\,(2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 4$

2. (a)-(d)

x	$P(x)$	$F(x)$	$xP(x)$
0	0.2621	0.2621	0
1	0.3932	0.6553	0.3932
2	0.2458	0.9011	0.4916
3	0.0819	0.9830	0.2457
4	0.0154	0.9984	0.0616
5	0.0015	0.9999	0.0075
6	0.00006	1	0.0004
Totale	1		1.2

$E(X) = \sum_i x_i P(x_i) = 1.2$

$E(X) = n\pi = 6 \cdot 0.2 = 1.2$

3. Si definisce la VC $X = \{$Numero di pezzi difettosi in un lotto di n=4$\}$.
La VC X è una VC binomiale con parametri $\pi = 0.24$ e $n = 4$, quindi $X \sim Bin(0.24, 4)$.
(a)

$$P(X = 3) = \frac{4!}{3!(4-3)!} 0.24^3 (1 - 0.24)^1 = 0.0420$$

(b)

$$P(X = 4) = \frac{4!}{4!(4-4)!} 0.24^4 (1 - 0.24)^0 = 0.0033$$

(c)

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0.9547$$

(d)

$$P(X > 1) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 0.2449$$

4. Si definisce la VC $X = \{$Numero di barattoli con un'etichetta rovinata in un lotto di 10 barattoli$\}$. La VC X è una VC binomiale con parametri $\pi = 0.06$ e $n = 10$, quindi $X \sim Bin(0.06, 10)$.
(a)
$$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + \ldots + P(X = 10)$$
che può più facilmente calcolarsi come
$$P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1).$$
Applicando le formule della VC binomiale si ottiene
$$P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - 0.5386 - 0.3438 = 0.1176$$
(b) Seguendo lo stesso ragionamento e modificando solo il parametro π che ora è 0.02, si ha
$$P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - 0.8170 - 0.1667 = 0.0163$$

5. Si definisce la VC $X = \{$Numero di incidenti giornalieri nella tratta stradale S-RC$\}$, quindi $X \sim Po(3)$.
(a)
$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2) \\ &= 1 - \frac{e^{-3}3^0}{0!} - \frac{e^{-3}3^1}{1!} - \frac{e^{-3}3^2}{2!} \\ &= 1 - 0.0498 - 0.1494 - 0.2240 = 0.5768 \end{aligned}$$

6. Si definisce la VC $X = \{$Numero di chiamate ad una stazione di taxi nell'arco di 5 minuti$\}$, quindi $X \sim Po(2.5)$.
(a) $\lambda = 2.5$ rappresenta il numero medio di chiamate nell'arco temporale specificato (5 minuti).
(b)
$$P(X = 4) = \frac{e^{-2.5}2.5^4}{4!} = 0.1336$$
(c)
$$\begin{aligned} P(X > 2) &= 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2) \\ &= 1 - \frac{e^{-2.5}2.5^0}{0!} - \frac{e^{-2.5}2.5^1}{1!} - \frac{e^{-2.5}2.5^2}{2!} \\ &= 1 - 0.0821 - 0.2052 - 0.2565 = 0.4562 \end{aligned}$$