Statistica I modulo (*S.I.A.F.A.*, AA 2024/25)

La probabilità

Soluzioni

1. (a) Definito l'evento $E = \{\text{risultato} > 4\}$, $P(E) = \frac{2}{6}$
   (b) Definito l'evento $E = \{\text{risultato} \leq 2\}$, $P(E) = \frac{2}{6}$
   (c) Definiti gli eventi $E_1 = \{\text{risultato dispari}\}$ e $E_2 = \{\text{risultato} > 5\}$, $P(E_1 \cup E_2) = \frac{4}{6}$
   (d) Definiti gli eventi $E_1 = \{\text{risultato dispari}\}$ e $E_2 = \{\text{risultato} > 2\}$, $P(E_1 \cap E_2) = \frac{2}{6}$
   (e) Definiti gli eventi $E_1 = \{\text{risultato dispari}\}$ e $E_2 = \{\text{risultato} > 5\}$, $P(E_1 \cap E_2) = \frac{0}{6} = 0$

2. (a) Si definiscono gli eventi $E_1 = \{\text{Risultato} > 4 \text{ per il primo dado}\}$ e $E_2 = \{\text{Risultato} < 4 \text{ per il secondo dado}\}$. Poiché i due eventi sono indipendenti, $P(E_1 \cap E_2) = P(E_1)P(E_2)$. Quindi

$$P(E_1 \cap E_2) = \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$$

   (b) Il risultato totale (somma dei due risultati) è 12 solamente se il risultato per il primo dado è 6 e il risultato per il secondo è 6. Si definiscono gli eventi $E_1 = \{\text{Risultato} = 6 \text{ per il primo dado}\}$ e $E_2 = \{\text{Risultato} = 6 \text{ per il secondo dado}\}$. Poiché i due eventi sono indipendenti, $P(E_1 \cap E_2) = P(E_1)P(E_2)$. Quindi

$$P(E_1 \cap E_2) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

   (c) Il risultato totale (somma dei due risultati) è 11 se il risultato per il primo dado è 6 e il risultato per il secondo è 5, oppure se il risultato per il primo dado è 5 e il risultato per il secondo è 6. Definiti gli eventi:
   $E_1 = \{\text{Risultato} = 6 \text{ per il primo dado}\}$
   $E_2 = \{\text{Risultato} = 5 \text{ per il secondo dado}\}$
   $E_3 = \{\text{Risultato} = 5 \text{ per il primo dado}\}$
   $E_4 = \{\text{Risultato} = 6 \text{ per il secondo dado}\}$
   si calcola la probabilità $P[(E_1 \cap E_2) \cup (E_3 \cap E_4)]$. Gli eventi E_1 e E_2 sono tra loro indipendenti. Anche gli eventi E_3 e E_4 sono tra loro indipendenti. Inoltre la sequenza $(E_1 \cap E_2)$ è incompatibile con la sequenza $(E_3 \cap E_4)$. Dunque

$$P[(E_1 \cap E_2) \cup (E_3 \cap E_4)] = P(E_1)P(E_2) + P(E_3)P(E_4) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{36}$$

3. (a) P(Nord) = 8800/26200 = 0.336
   (b) P(Supermercato $\cap$ Nord) = 2000/26200 = 0.076
   (c) P(Supermercato $\cup$ Ipermercato) = 6200/26200+11800/26200 = 0.687
   (d) P(Ipermercato | Nord) = 5200/8800 = 0.591
   (e) P(Ipermercato | Sud) = 2400/8600 = 0.279

4. (a) Definiti gli eventi:
   $VR_1 = \{\text{Primo brano di Vasco Rossi}\}$
   $VR_2 = \{\text{Secondo brano di Vasco Rossi}\}$
   $Z_1 = \{\text{Primo brano di Zucchero}\}$
   $Z_2 = \{\text{Secondo brano di Zucchero}\}$
   $V_1 = \{\text{Primo brano di Vecchioni}\}$
   $V_2 = \{\text{Secondo brano di Vecchioni}\}$

$$P(VR_2|VR_1) = \frac{6}{14} = 0.429$$

   (b)

$$\begin{aligned} P\left[(VR_1 \cap VR_2) \cup (Z_1 \cap Z_2) \cup (V_1 \cap V_2)\right] &= P(VR_1 \cap VR_2) + P(Z_1 \cap Z_2) + P(V_1 \cap V_2) \\ &= \frac{7}{15} \cdot \frac{6}{14} + \frac{3}{15} \cdot \frac{2}{14} + \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} \\ &= \frac{68}{210} = 0.324 \end{aligned}$$

(c) Si tratta dell'evento complementare a quello definito al punto (b). Quindi,

$$P\left[(VR_1 \cap Z_2) \cup (VR_1 \cap V_2) \cup (Z_1 \cap VR_2) \cup (Z_1 \cap V_2) \cup (V_1 \cap VR_2) \cup (V_1 \cap Z_2)\right] = 1 - 0.324 = 0.676$$

5. (a) Si definiscono gli eventi $E_1 = \{\text{Ritardo I autocarro}\}$ e $E_2 = \{\text{Ritardo II autocarro}\}$.
   Poiché $0.25 \cdot 0.60 \neq 0.20$, gli eventi non sono indipendenti.

   (b)
$$P(E_1|E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)} = \frac{0.20}{0.60} = 0.333$$

   (c)
$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) = 0.25 + 0.60 - 0.20 = 0.65$$

6. (a) Definiti gli eventi $Inc = \{\text{Incidente}\}$, $M = \{\text{Sesso maschile}\}$ e $F = \{\text{Sesso femminile}\}$, si ha
   $P(Inc|M) = 0.16$
   $P(Inc|F) = 0.12$
   $P(M = 0.55)$
   Si ricava, quindi,

$$\begin{aligned} P(Inc) &= P(\Omega \cap Inc) = P[(M \cup F) \cap Inc] = P[(M \cap Inc) \cup (F \cap Inc)] \\ &= P(M \cap Inc) + P(F \cap Inc) = P(M)P(Inc|M) + P(F)P(Inc|F) \\ &= 0.55 \cdot 0.16 + 0.45 \cdot 0.12 = 0.142 \end{aligned}$$

7. (a)
$$P(M_1|S) = \frac{P(M_1)P(S|M_1)}{\sum_i P(M_i)P(S|M_i)} = \frac{0.025}{0.135} = 0.185$$

   (b) $P(M_1) = P(M_2) = P(M_3) = 1/3$. Dunque

$$P(M_1|S) = \frac{P(M_1)P(S|M_1)}{\sum_i P(M_i)P(S|M_i)} = \frac{0.0167}{0.1834} = 0.091$$