

# ***Magnetic resonance imaging part 2***

## **Strumentazione biomedica e bioimmagini**

***Laurea in  
Ingegneria Informatica, Biomedica e delle Telecomunicazioni***

**Fabio Baselice**



# Sommario

- Gradienti
- Acquisizione dell'immagine
- Codifiche



# Gradienti di campo

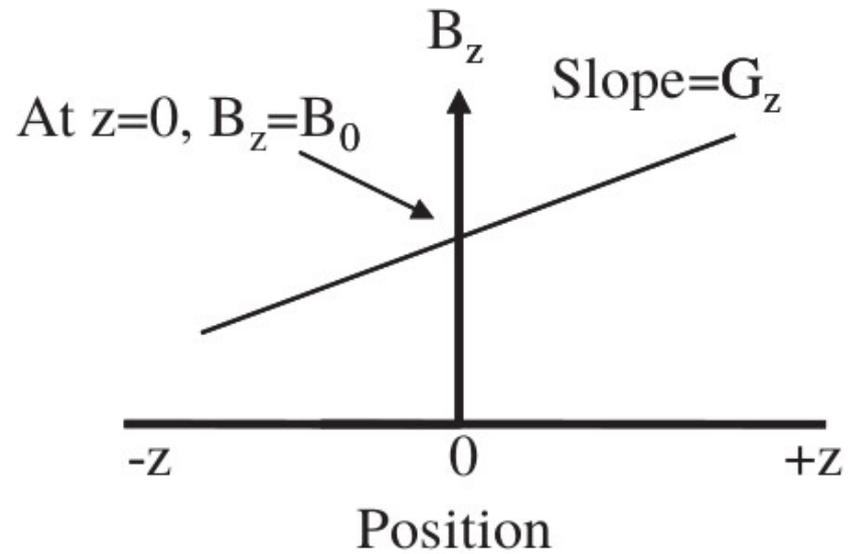
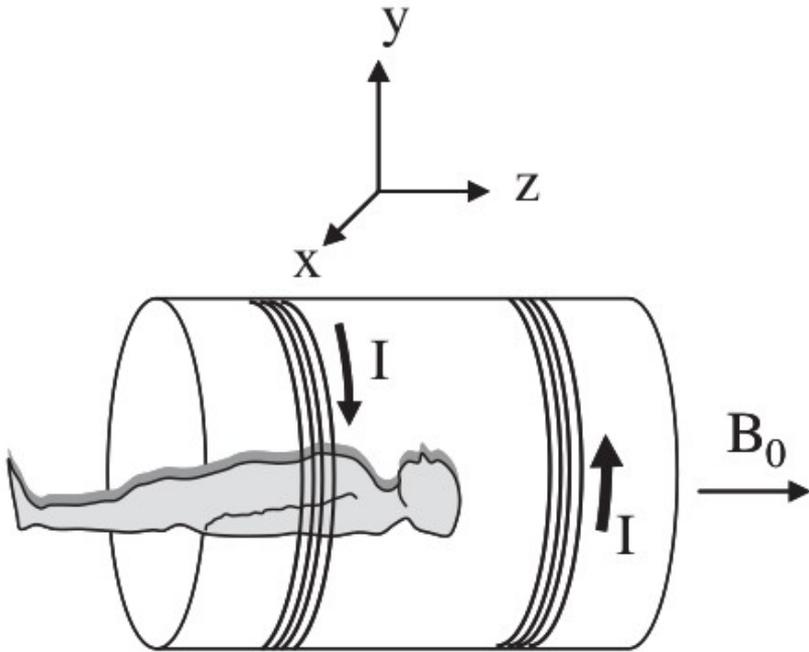
I gradienti sono utilizzati per variare localmente il campo magnetico complessivo. Nello scanner si utilizzano 3 *gradient coils*, in grado di lavorare sui 3 assi:

$$\frac{\partial B_z}{\partial z} = G_z, \quad \frac{\partial B_z}{\partial x} = G_x, \quad \frac{\partial B_z}{\partial y} = G_y$$

dove  $G$  rappresenta il gradiente di campo ed è misurato in T/m.



# Gradienti di campo



# Gradienti di campo

Concentriamoci sull'asse  $z$ . I protoni con la stessa coordinata sperimentano un campo pari a:

$$B_z = B_0 + zG_z$$

La frequenza di precessione dipenderà pertanto dalla coordinata  $z$ :

$$\omega_z = \gamma B_z = \gamma (B_0 + zG_z)$$

Considerando il sistema di riferimento rotante, diventa:

$$\omega_z = \gamma z G_z, \quad f_z = \frac{\gamma}{2\pi} z G_z$$

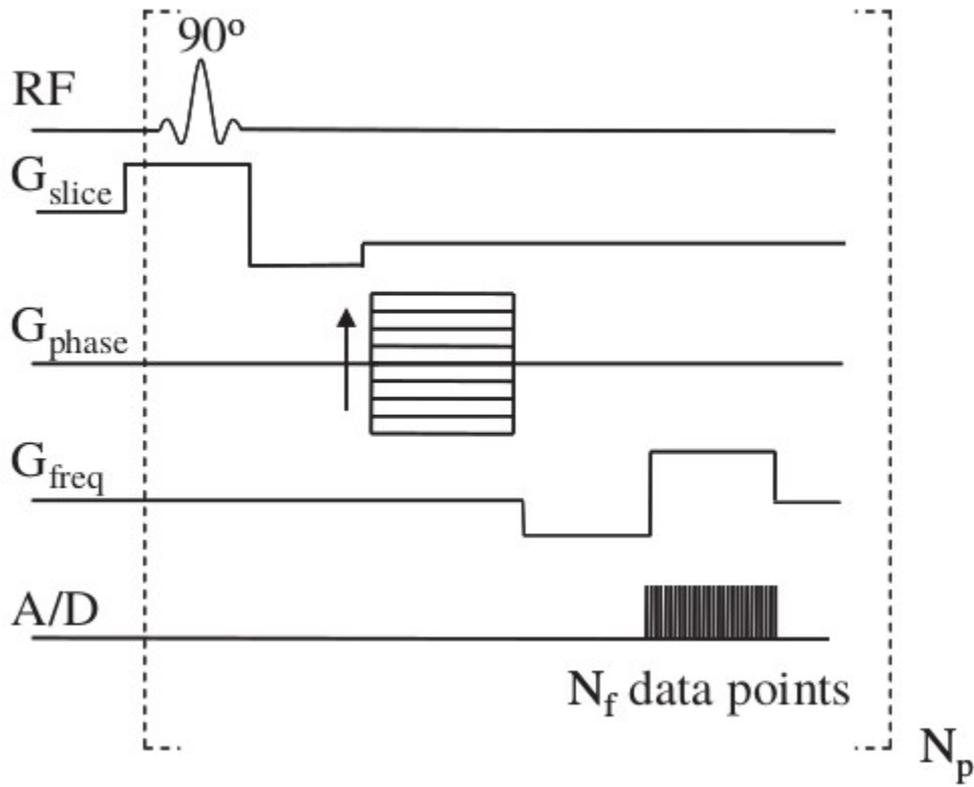


# Imaging

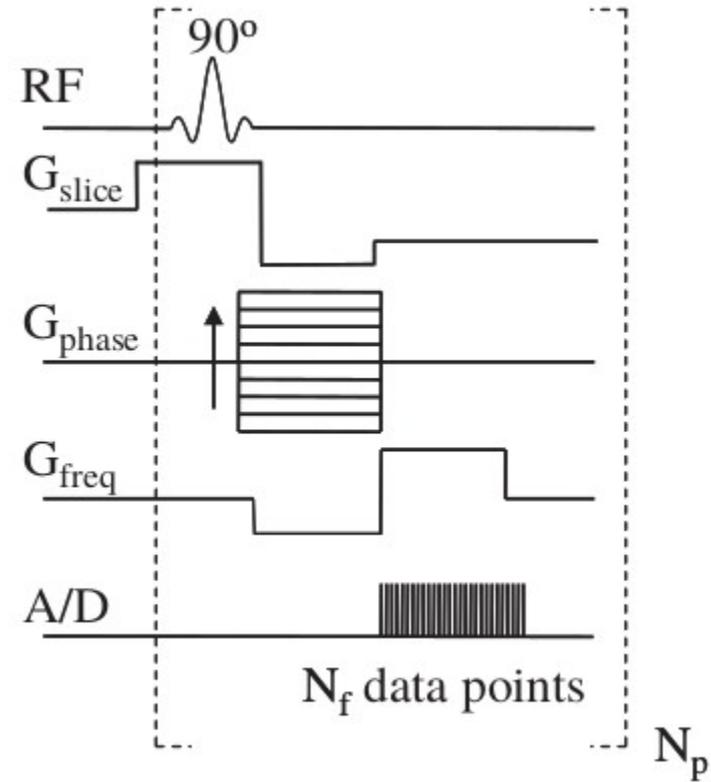
Il processo di formazione dell'immagine può essere suddiviso in tre fasi indipendenti, (potrebbero anche essere simultanee):

- Selezione della fetta.
- Codifica di fase.
- Codifica di frequenza.

# Imaging



Fasi sequenziali



Fasi parzialmente  
sovrapposte

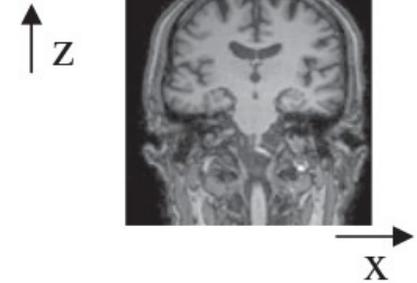
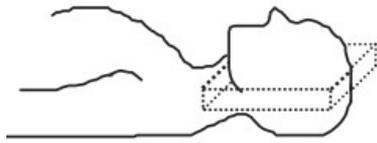
# Selezione fetta

Image orientation

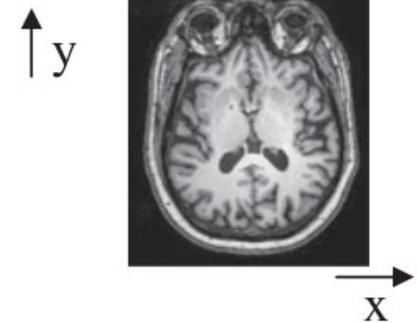
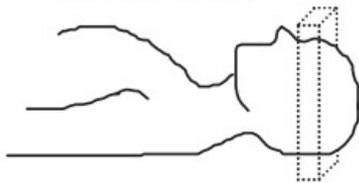
Slice select gradient

Image

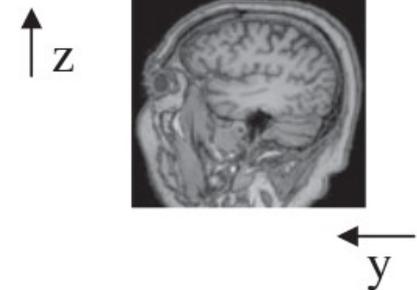
Coronal slice



Axial slice

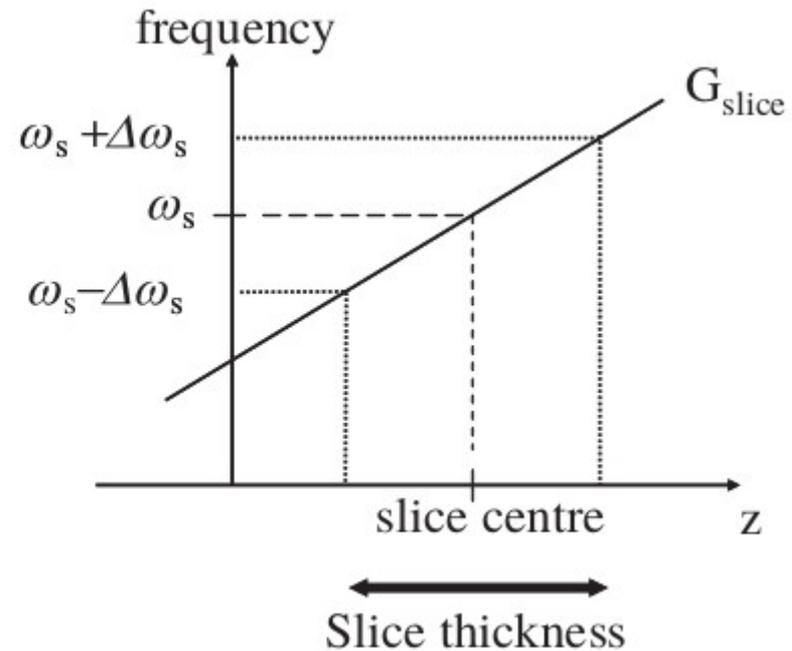
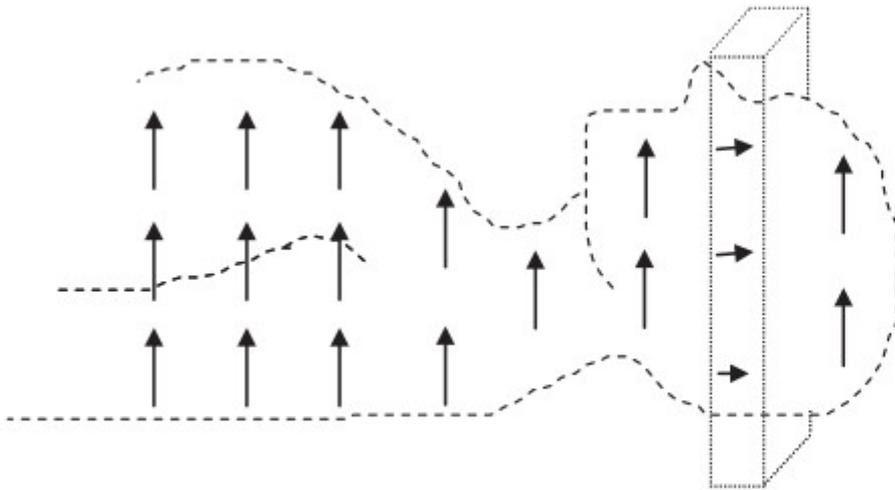


Sagittal slice



# Selezione fetta

Solo una fetta del corpo risuona con l'impulso RF.



# Selezione fetta

Lo spessore  $T$  della fetta selezionata dipende dalla banda del segnale RF e dall'intensità del gradiente:

$$T = \frac{2 \Delta \omega_s}{\gamma G_{slice}}$$

La fase accumulata dai protoni durante l'applicazione dell'impulso RF non è costante lungo  $z$  (riduzione vettore magnetizzazione netta):

$$\varphi_{slice}(z) = \gamma G_z z \frac{\tau}{2}$$

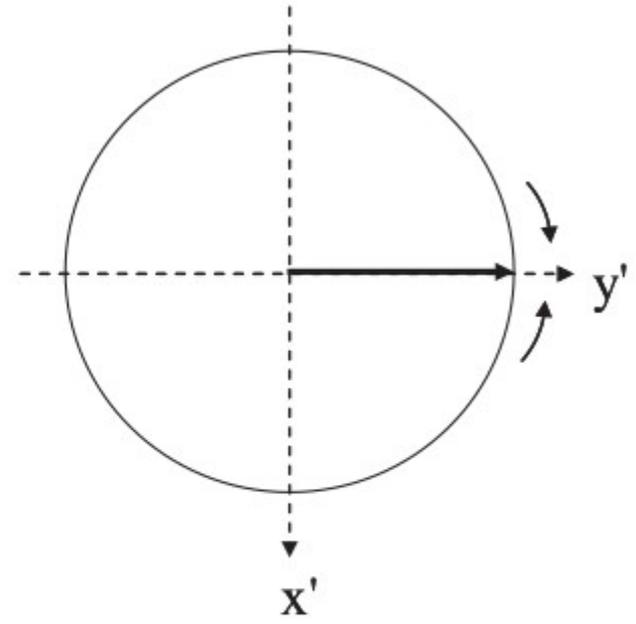
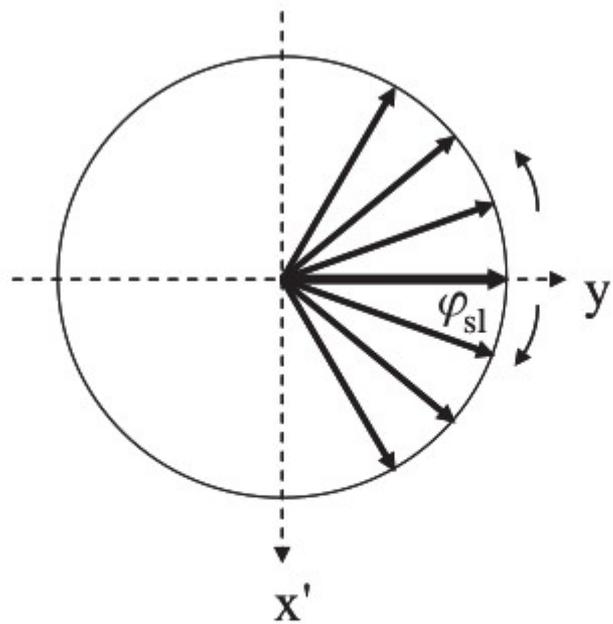
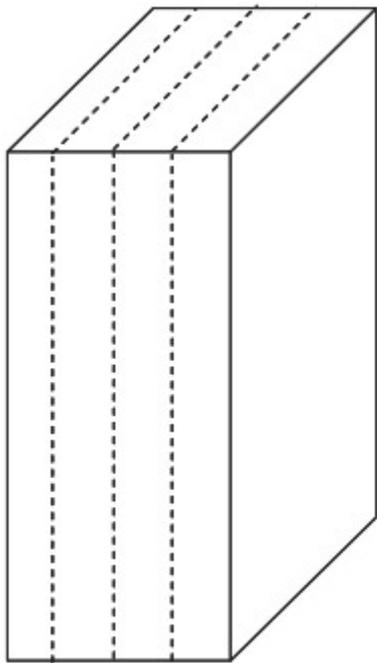
Per compensare, applichiamo un gradiente negativo di rifasamento:

$$G_{slice}^{ref} \tau^{ref} = \frac{\tau}{2} G_z$$



# Selezione fetta

E' necessario un gradiente di rifasamento negativo.



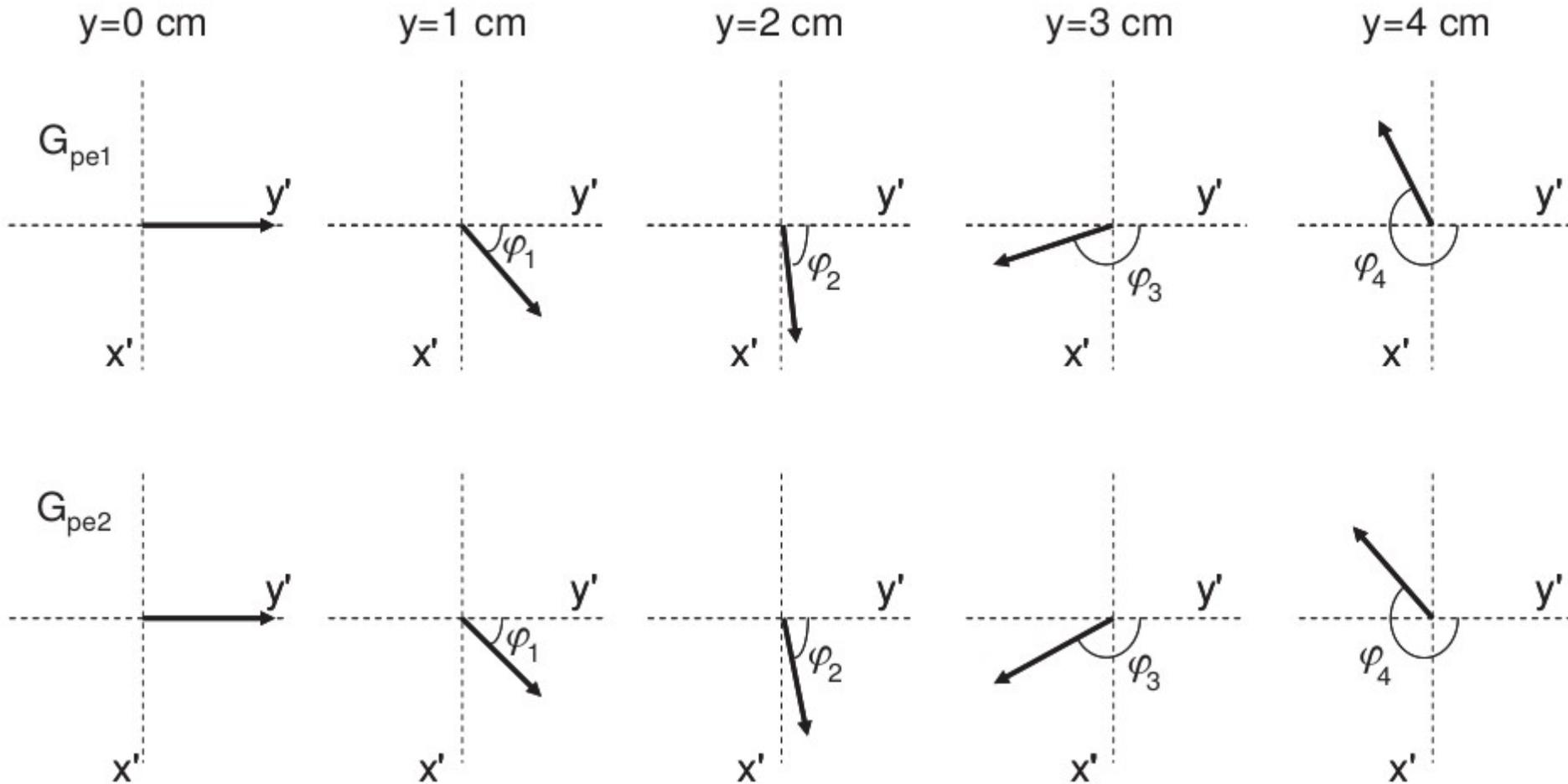
# Codifica di fase

Il gradiente di codifica di fase serve a differenziare i protoni lungo un asse del piano trasverso ( $y$  nel prosieguo). Applicandolo per un tempo  $\tau_{pe}$ , si produce una variazione di fase lungo l'asse  $y$  pari ad

$$\varphi_{pe}(G_Y, \tau_{pe}) = \omega_y \tau_{pe} = \gamma G_Y y \tau_{pe}$$

Nella slide successiva, vediamo cosa accade applicando due gradienti di intensità diverse in due punti nelle 5 posizioni  $y=0, 1, 2, 3, 4$  cm.

# Codifica di fase



# Codifica di frequenza

Il gradiente di codifica di frequenza serve a differenziare i protoni lungo l'altro asse (rispetto alla codifica di fase) del piano trasverso ( $x$  nel prosieguo). E' applicato durante la lettura del segnale, non per un tempo prefissato, e produce una variazione della pulsazione pari a:

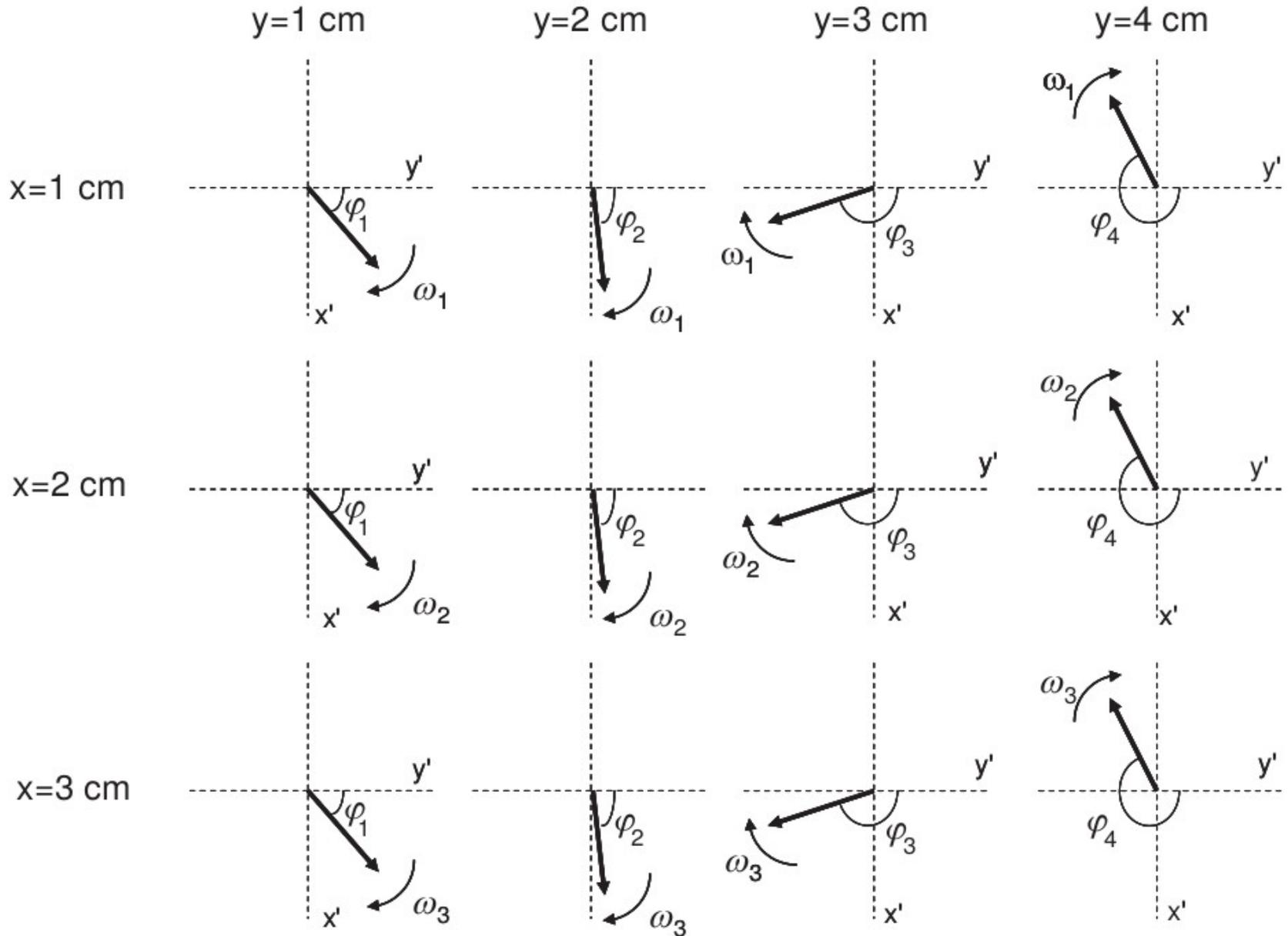
$$\omega_x = \gamma G_x x$$

Nella slide successiva, vediamo cosa accade applicando due gradienti di intensità diverse a diversi punti per  $x=1, 2, 3$  cm a valle dell'applicazione del gradiente di fase vista prima.

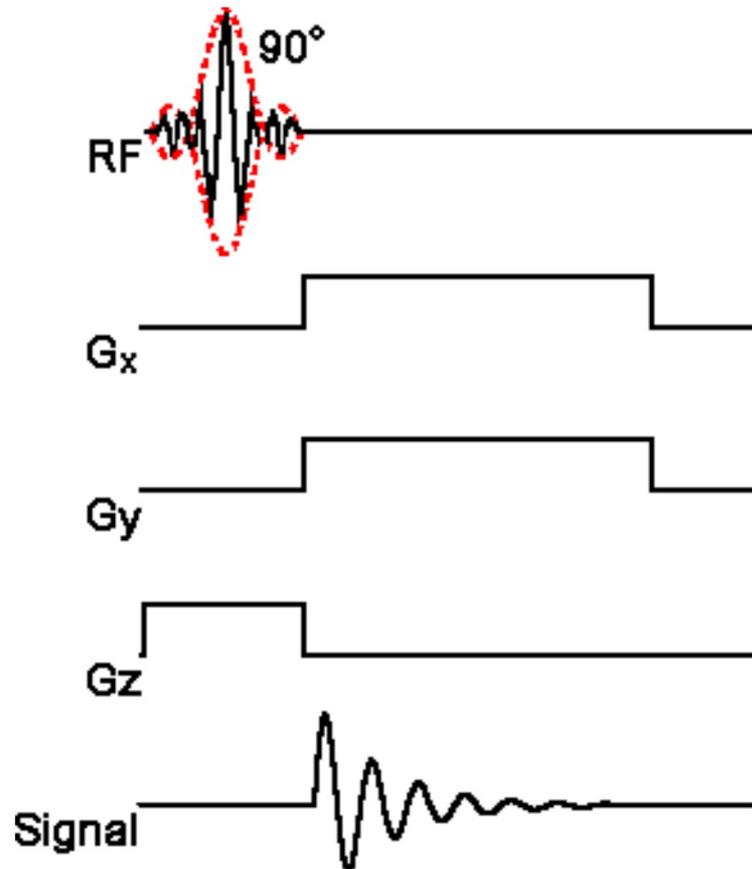
Ciascun voxel avrà una differente coppia di valori di fase e frequenza.



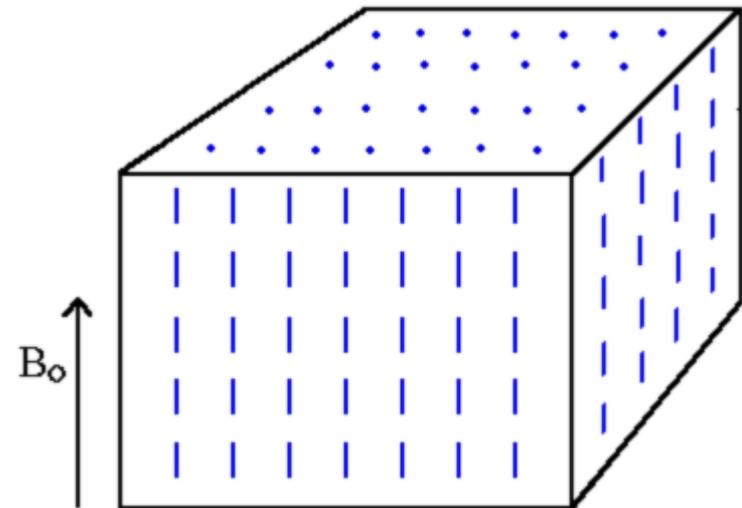
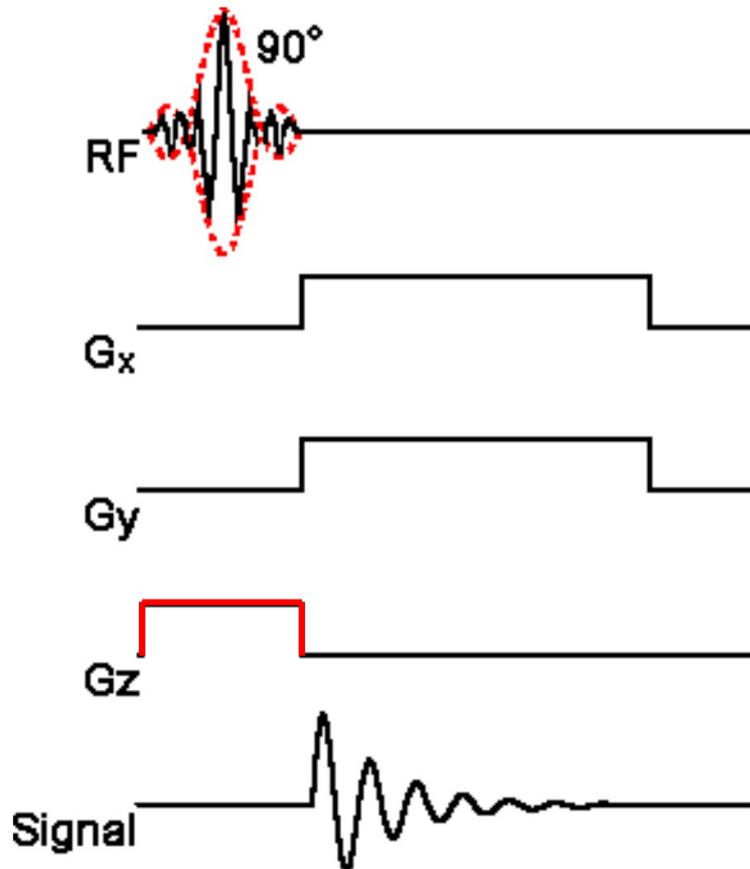
# Codifica di frequenza



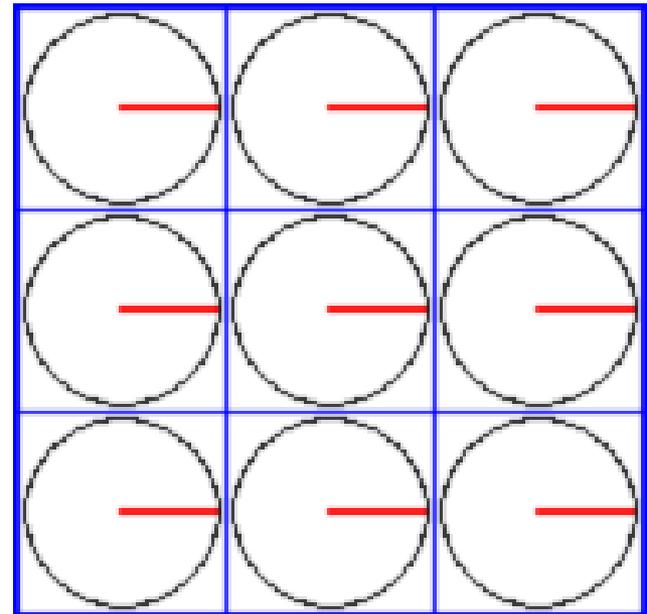
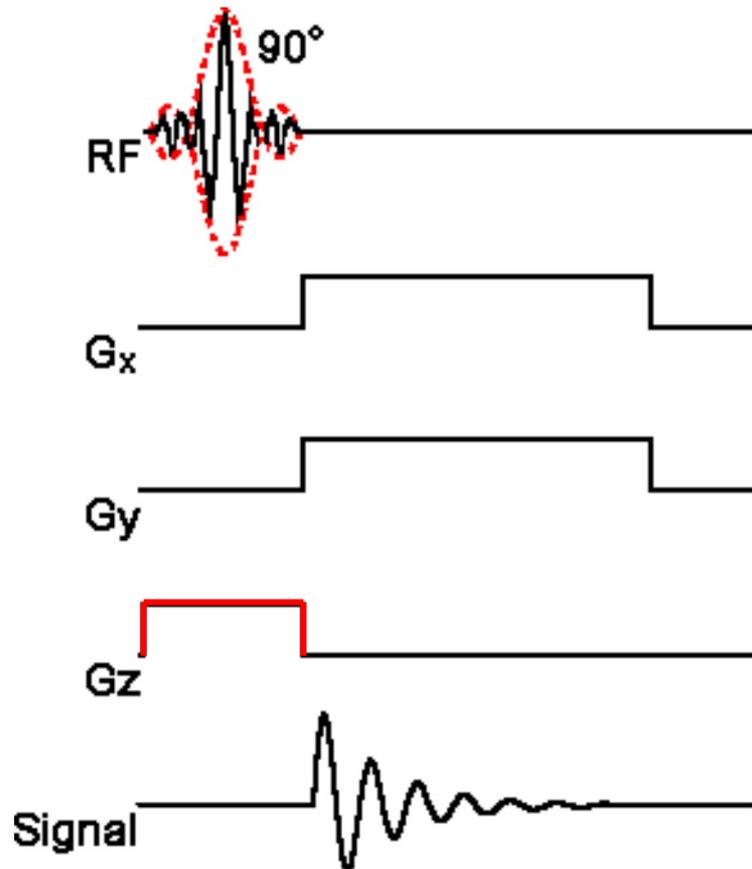
# Selezione fetta



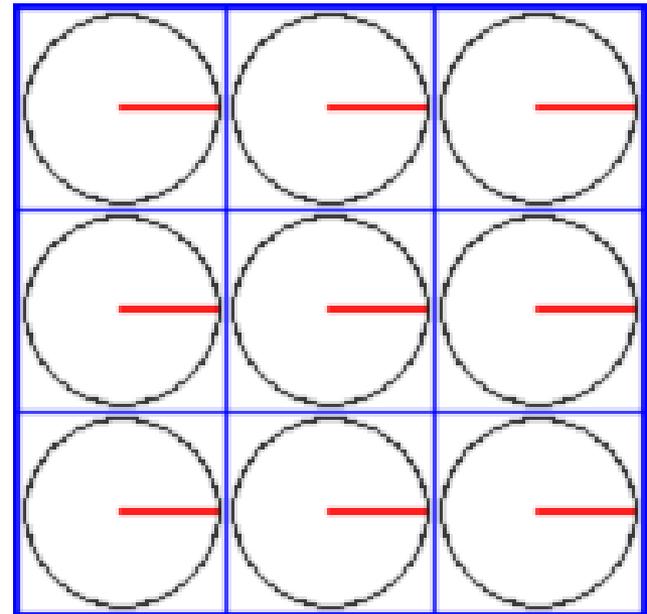
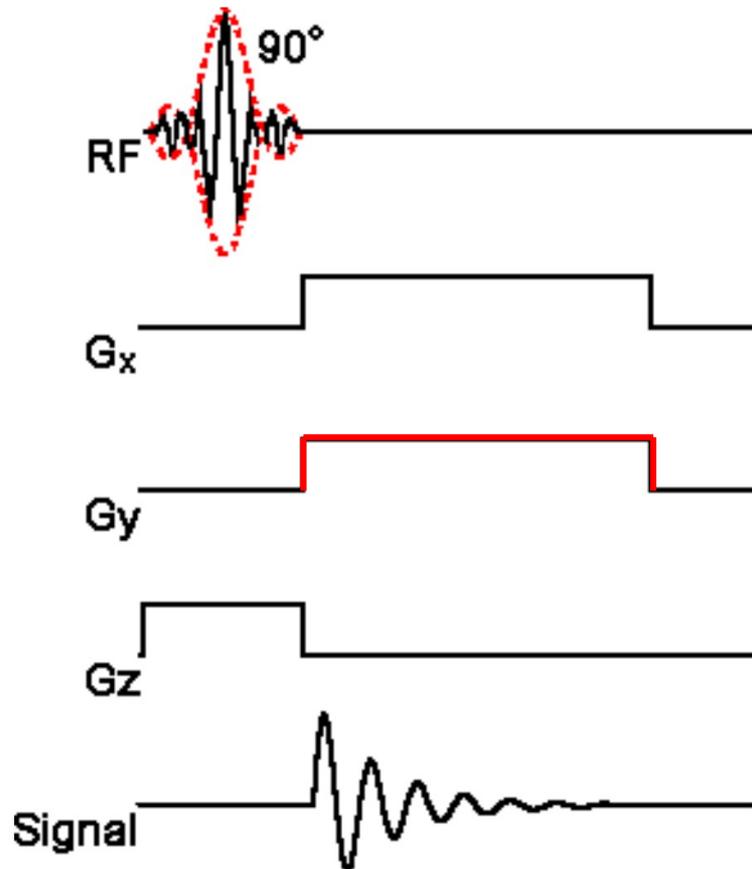
# Selezione fetta



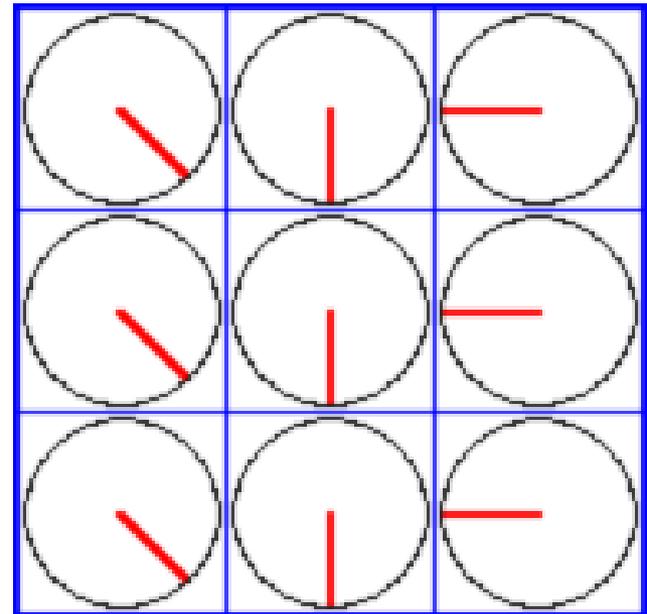
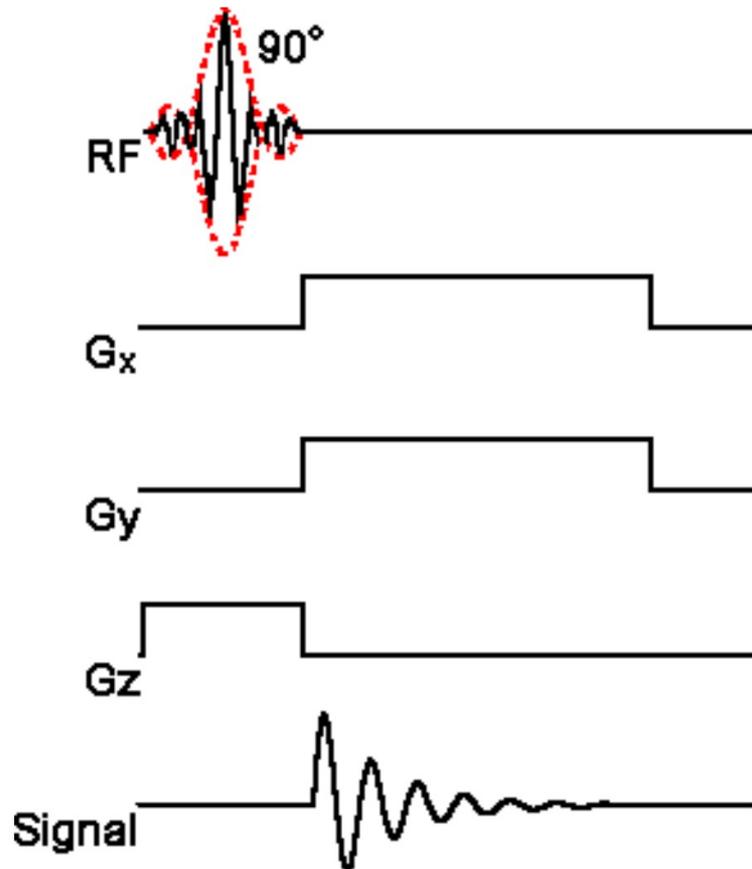
# Selezione fetta



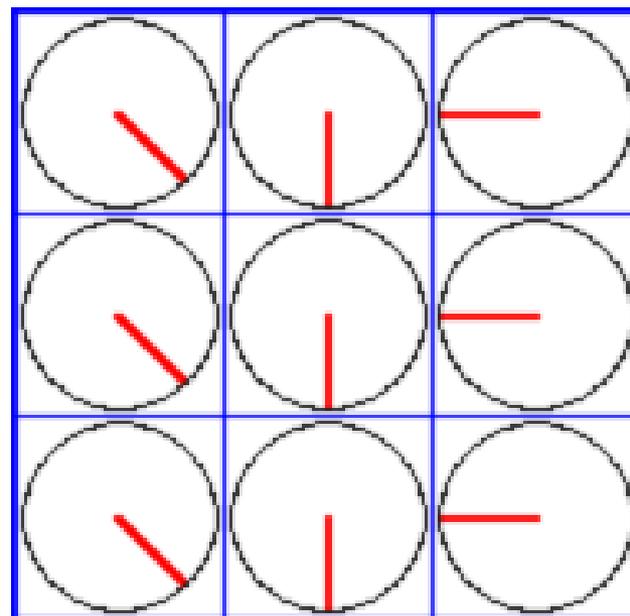
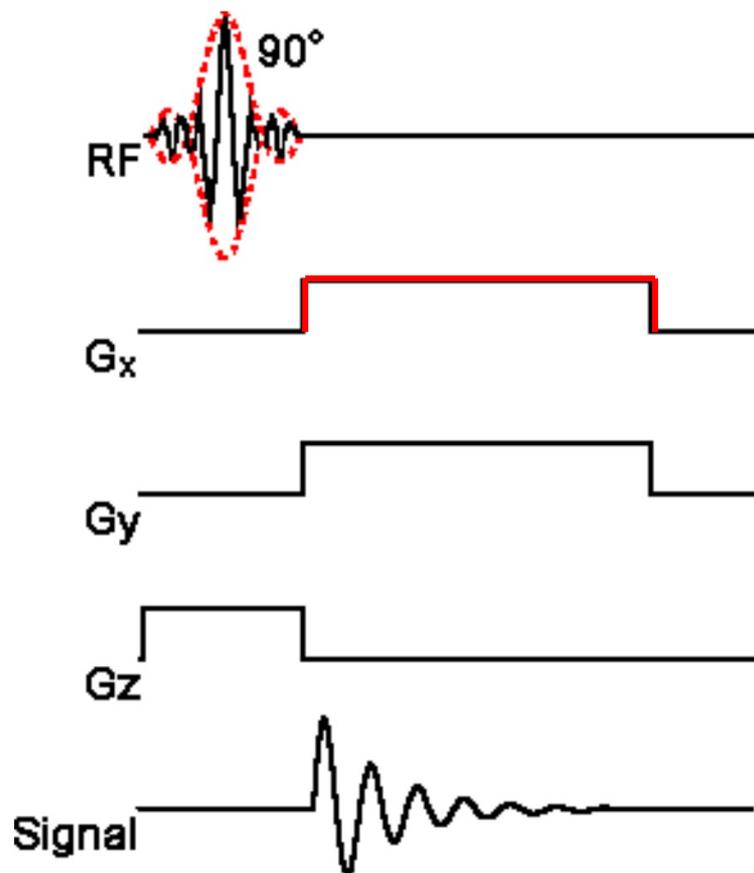
# Codifica di fase



# Codifica di fase



# Codifica di frequenza



# Spazio k

Esprimiamo il segnale ricevuto come una combinazione della densità dei protoni nell'oggetto osservato e dei gradienti utilizzati:

$$s(G_Y, \tau_{pe}, G_X, t) \propto \iint_{\text{slice}} \rho(x, y) e^{-i\phi_y} e^{-i\omega_x t} dx dy$$

Esplicitando i termini esponenziali otteniamo:

$$s(G_Y, \tau_{pe}, G_X, t) \propto \iint_{\text{slice}} \rho(x, y) e^{-i\gamma G_Y y \tau_{pe}} e^{-i\gamma G_X x t} dx dy$$

# Spazio k

$$s(G_Y, \tau_{pe}, G_X, t) \propto \iint_{\text{slice}} \rho(x, y) e^{-i\gamma G_Y y \tau_{pe}} e^{-i\gamma G_X x t} dx dy$$

Applichiamo la sostituzione:

$$k_x = \frac{\gamma}{2\pi} G_X t, \quad k_y = \frac{\gamma}{2\pi} G_Y \tau_{pe}$$

Il modello di acquisizione diviene:

$$S(k_x, k_y) \propto \iint_{\text{slice}} \rho(x, y) e^{-i2\pi k_x x} e^{-i2\pi k_y y} dx dy$$



# Spazio k

$$S(k_x, k_y) \propto \iint_{\text{slice}} \rho(x, y) e^{-i2\pi k_x x} e^{-i2\pi k_y y} dx dy$$

Confrontiamo il modello con la seguente relazione:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-i2\pi ux} e^{-i2\pi vy} dx dy$$

# Spazio k

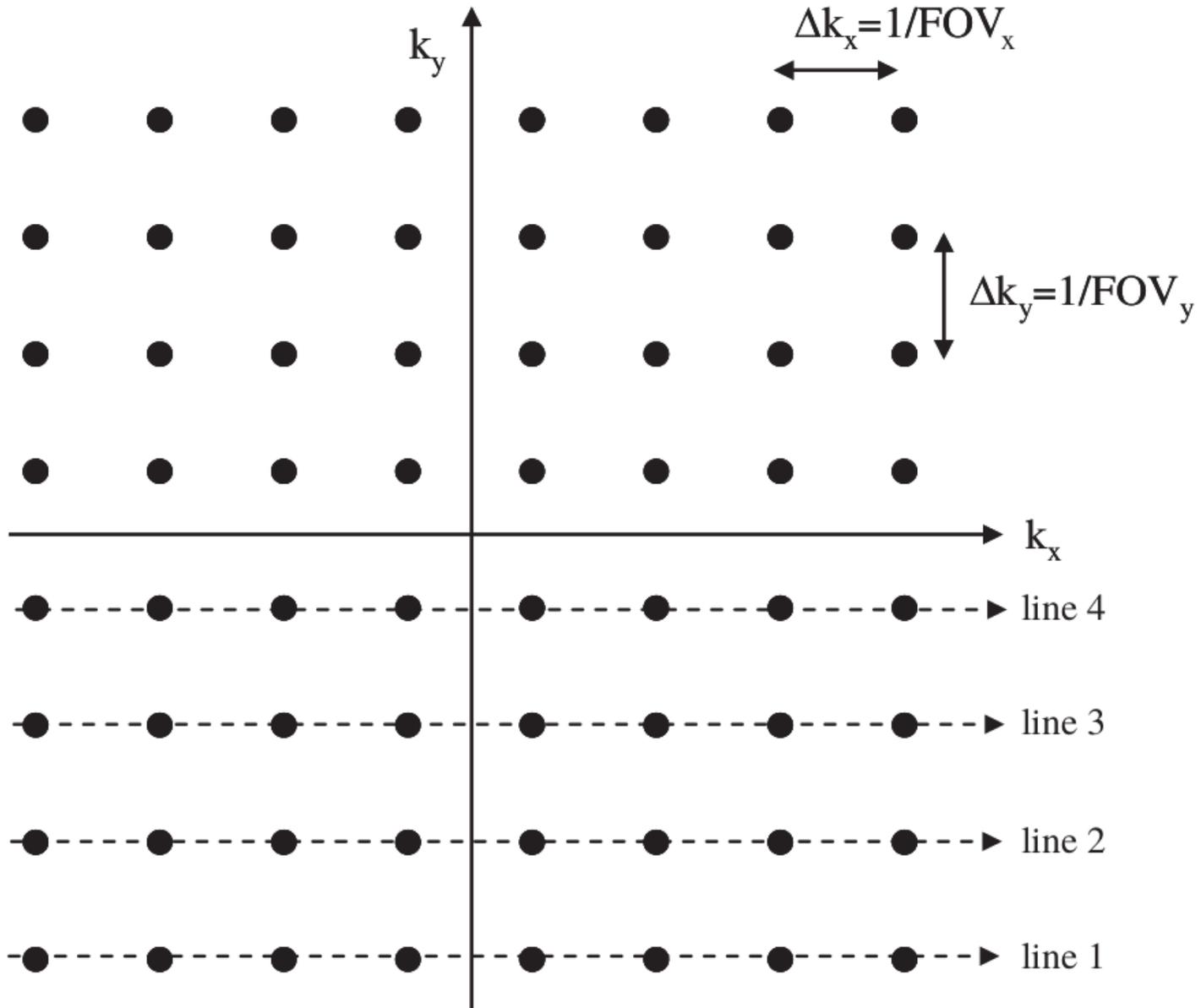
$$S(k_x, k_y) \propto \iint_{\text{slice}} \rho(x, y) e^{-i2\pi k_x x} e^{-i2\pi k_y y} dx dy$$

Confrontiamo il modello con la seguente relazione:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-i2\pi ux} e^{-i2\pi vy} dx dy$$

E' trasformata di Fourier 2D relativa, invece che allo spazio delle frequenze  $(u, v)$ , ad uno spazio  $(k_x, k_y)$ , che è definito spazio  $k$ .

# Spazio k



# Spazio k

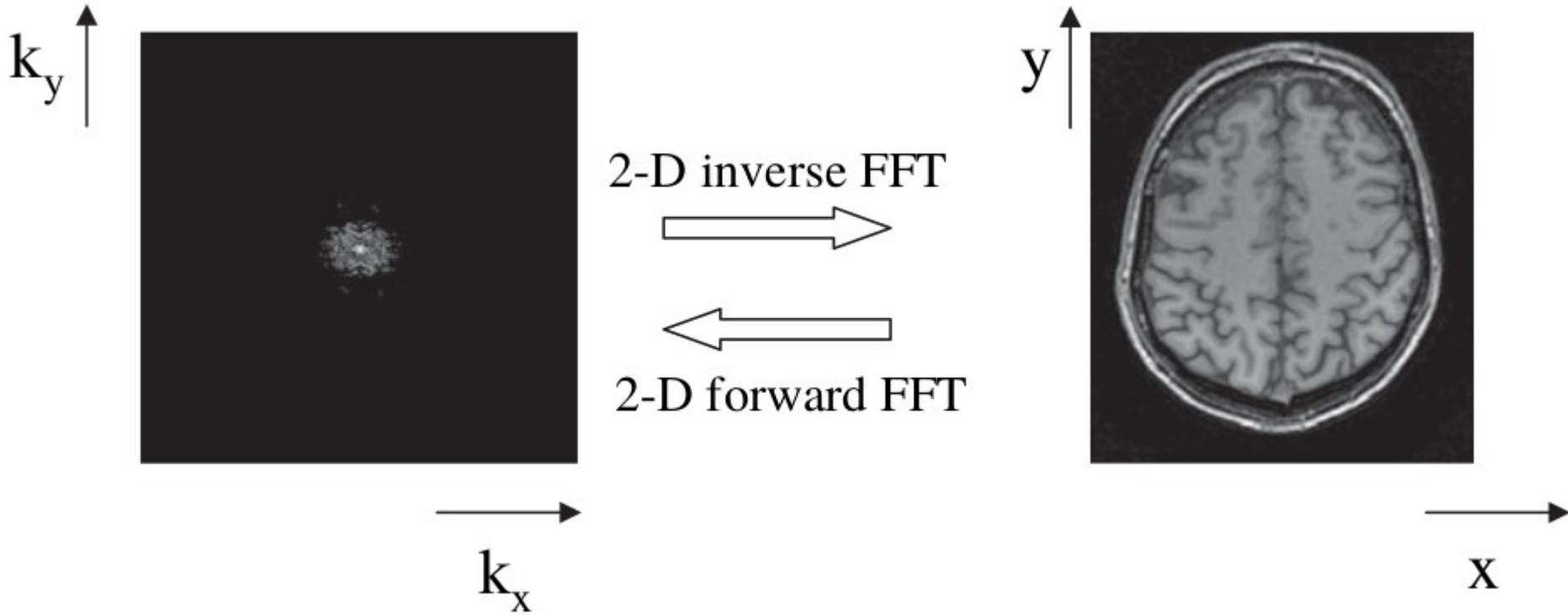
Assumendo un legame di questo tipo:

$$S(k_x, k_y) = \iint_{\text{slice}} \rho(x, y) e^{-i2\pi(k_x x + k_y y)} dx dy$$

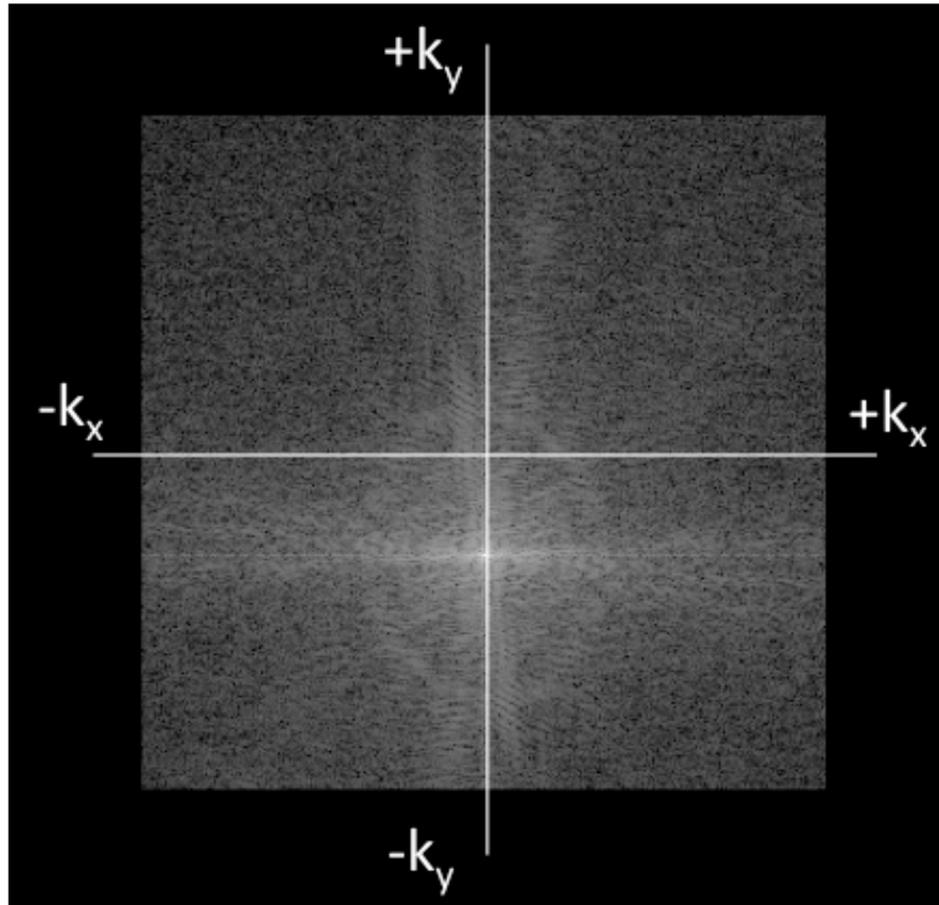
possiamo calcolare la densità di protoni utilizzando l'anti-trasformata di Fourier 2D:

$$\rho(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} S(k_x, k_y) e^{+i2\pi(k_x x + k_y y)} dx dy$$

# Spazio k

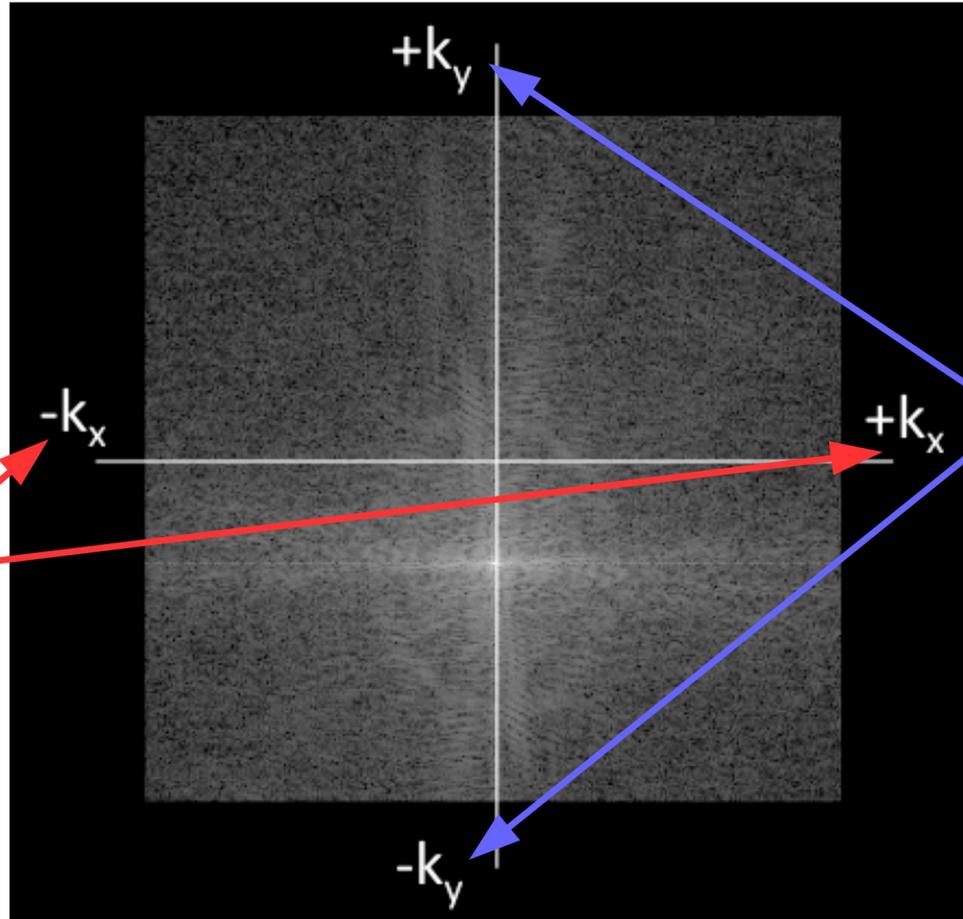


# Spazio k



Spazio di acquisizione del segnale. Di fatto, è lo spazio bidimensionale delle frequenze (orizzontale e verticale)

# Spazio k

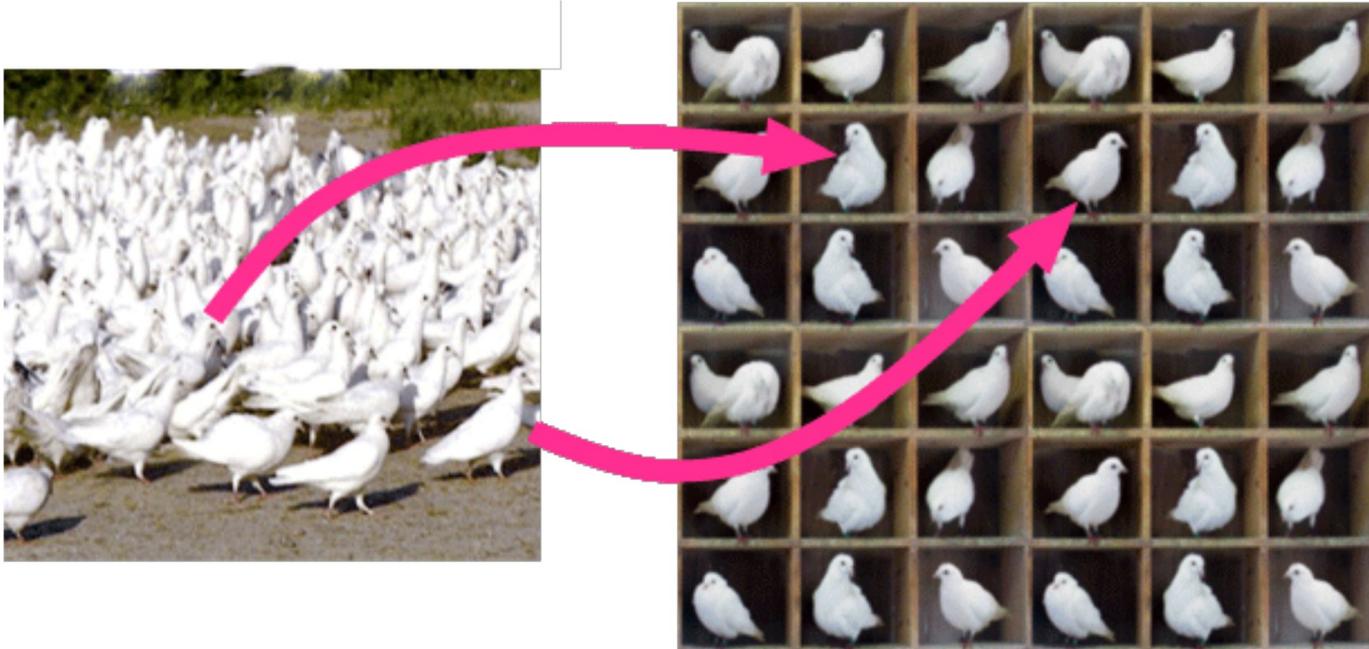


Gradiente per  
la codifica di  
fase

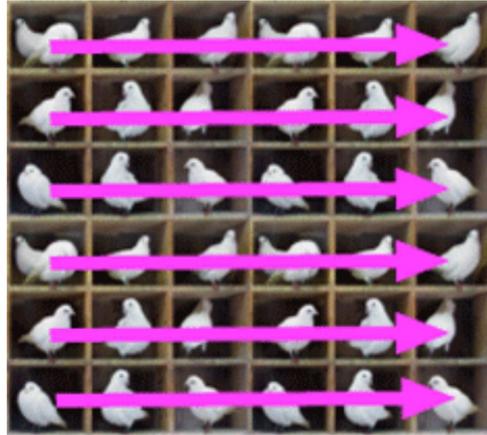
Gradiente per  
la codifica di  
frequenza

# Spazio k

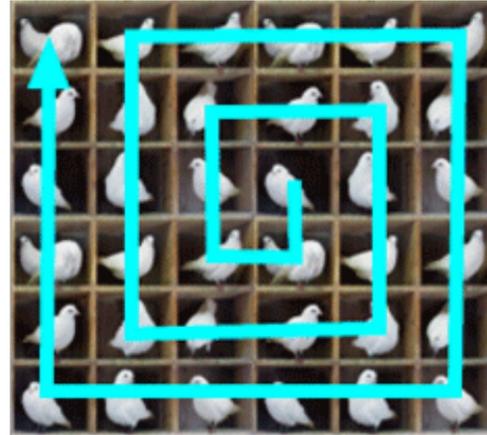
Strategie di riempimento



# Spazio k



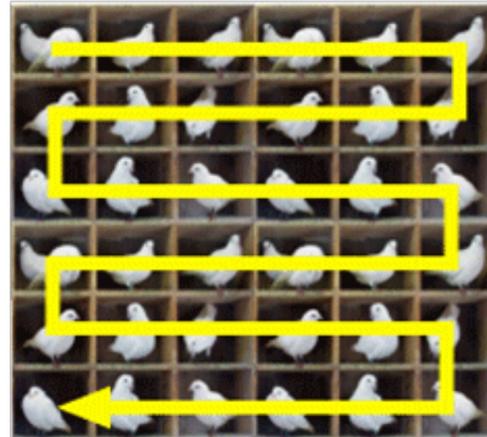
*Cartesian*



*Spiral*



*Radial*

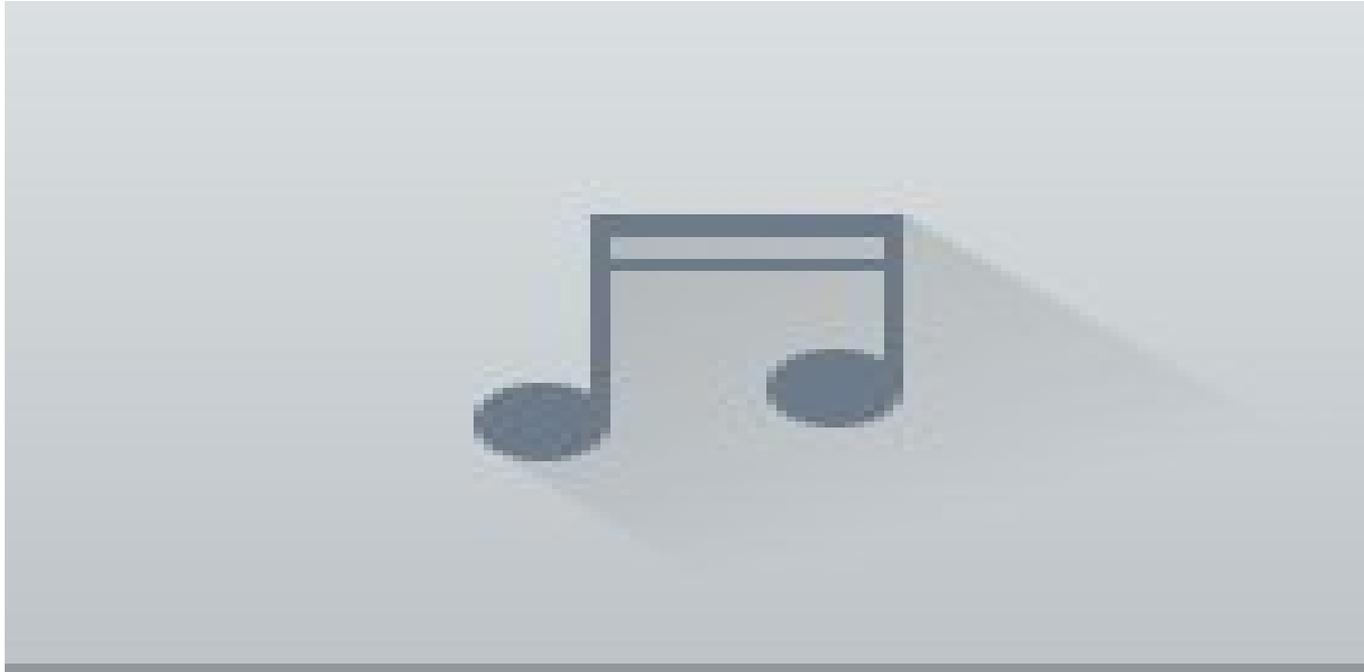


*Zig-Zag*

# Spazio k



# Spazio k



# Imaging a fette multiple

