

Magnetic resonance imaging part 1

Strumentazione biomedica e bioimmagini

***Laurea in
Ingegneria Informatica, Biomedica e delle Telecomunicazioni***

Fabio Baselice



Sommario

- Introduzione
- Effetto dei campi magnetici sui protoni
- Effetto degli impulsi a radiofrequenza sulla magnetizzazione



MRI



Scanner per la Risonanza Magnetica Nucleare (NMR)

MRI

Vantaggi

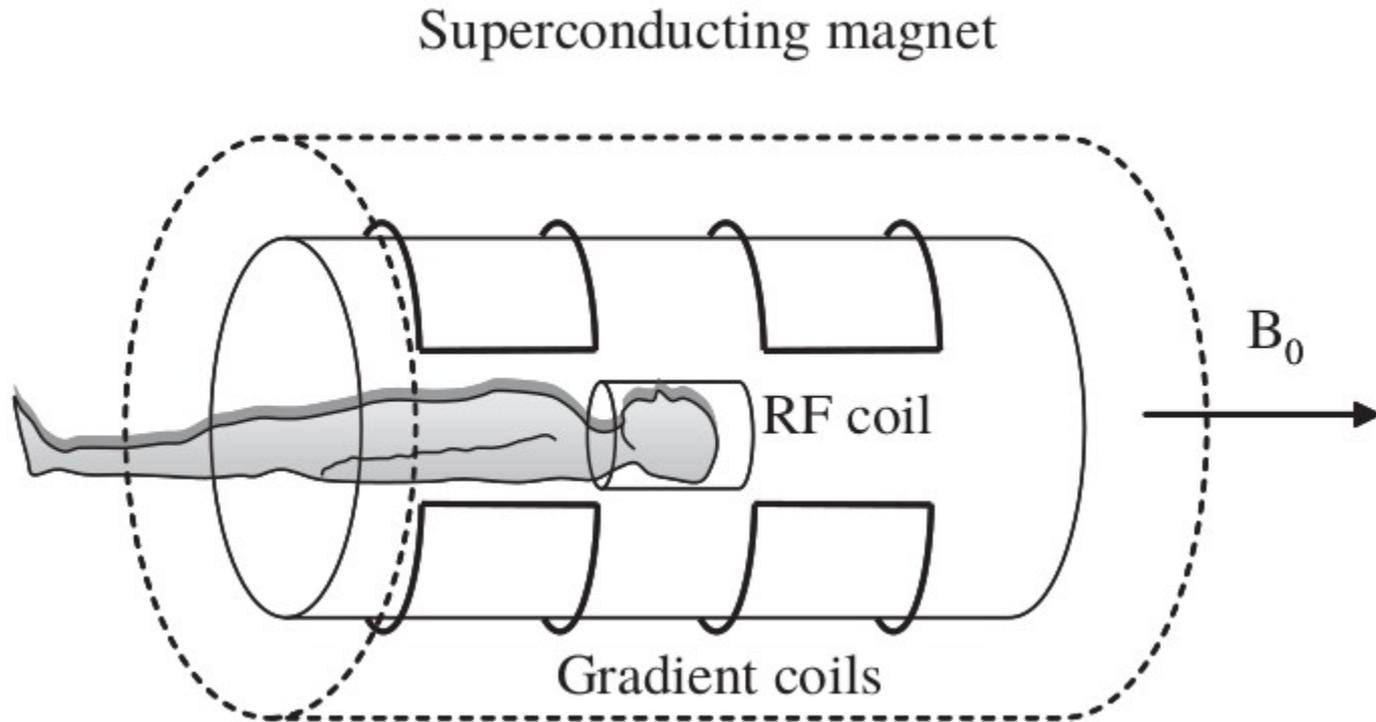
- Assenza di radiazioni ionizzanti
- Acquisizioni 2D e 3D
- Eccellente contrasto fra i tessuti molli
- Risoluzione spaziale inferiore ad 1 mm
- Effetti di penetrazione minimi

Svantaggi

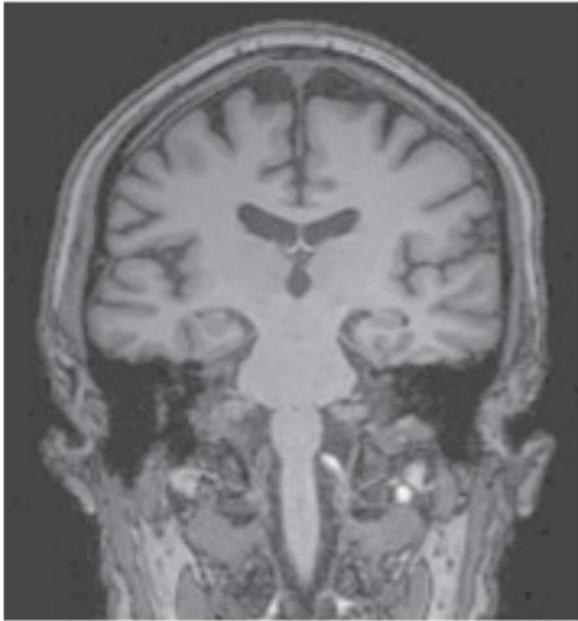
- Tempi di acquisizione
- Indagine preclusa a pazienti con impianti metallici (vecchi)
- Scanner costoso



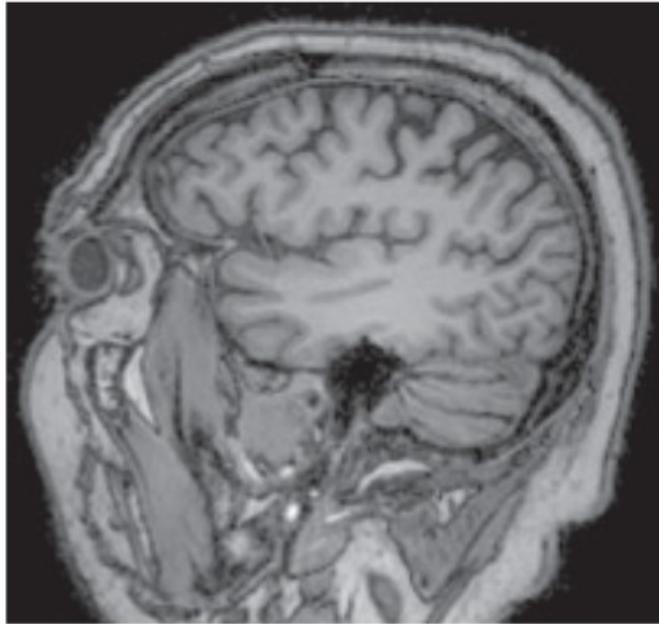
Componenti



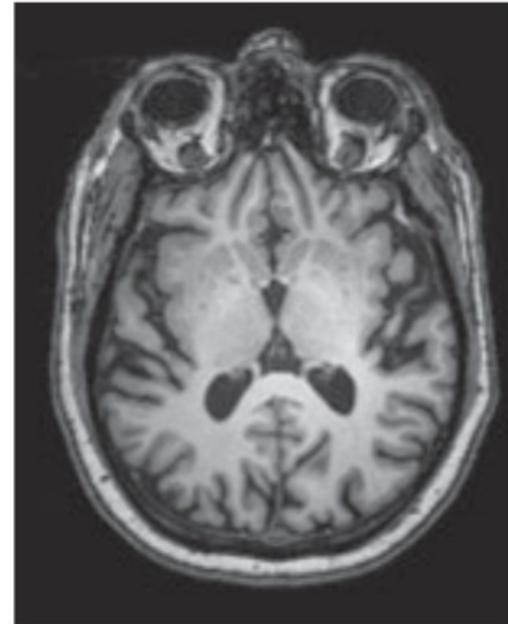
Immagini



Coronale

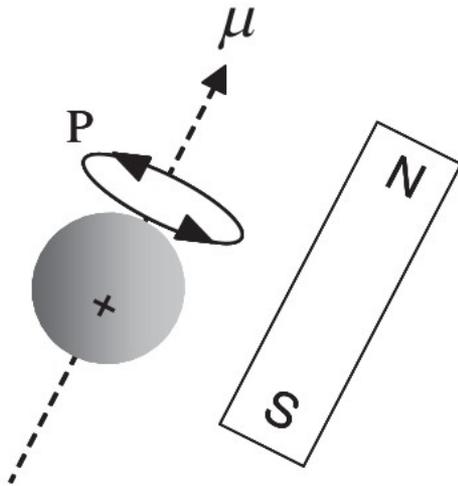


Sagittale



Assiale

Momento magnetico



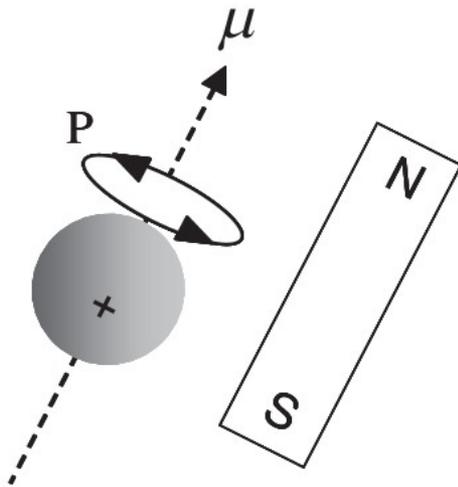
$$|\vec{\mu}| = \gamma |\vec{P}|$$

μ = momento magnetico

P = momento angolare

γ = rapporto giromagnetico

Momento magnetico

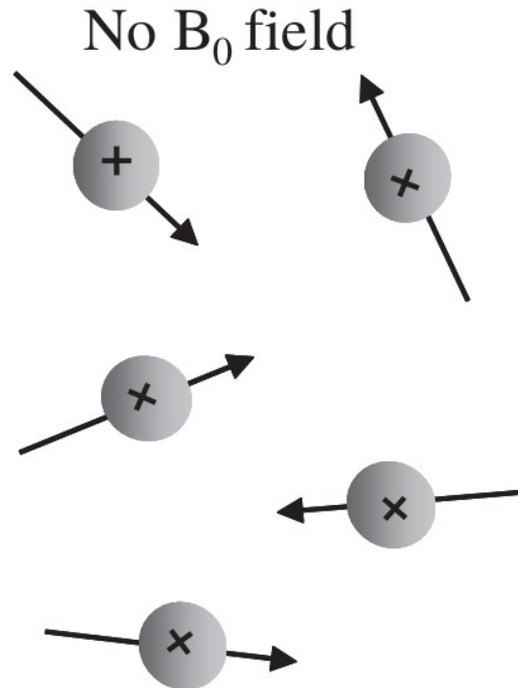


$$|\vec{\mu}| = \gamma |\vec{P}|$$

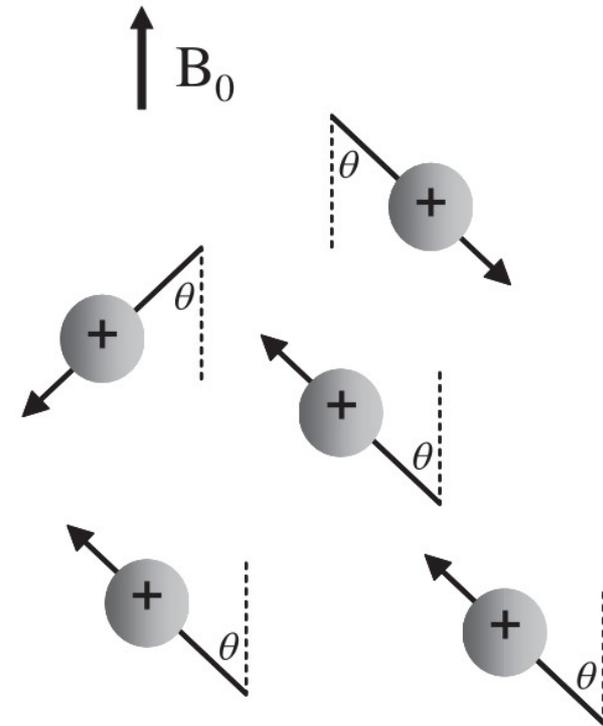
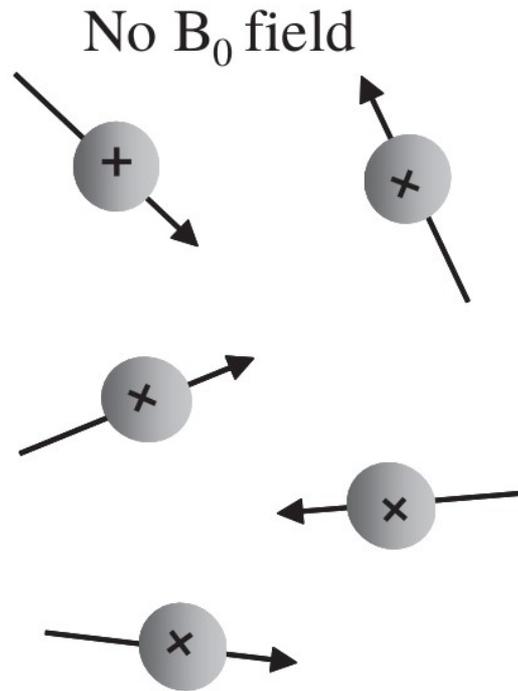
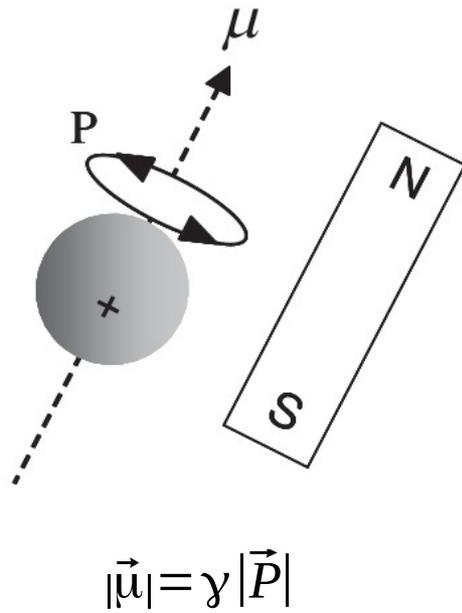
μ = momento magnetico

P = momento angolare

γ = rapporto giromagnetico



Momento magnetico

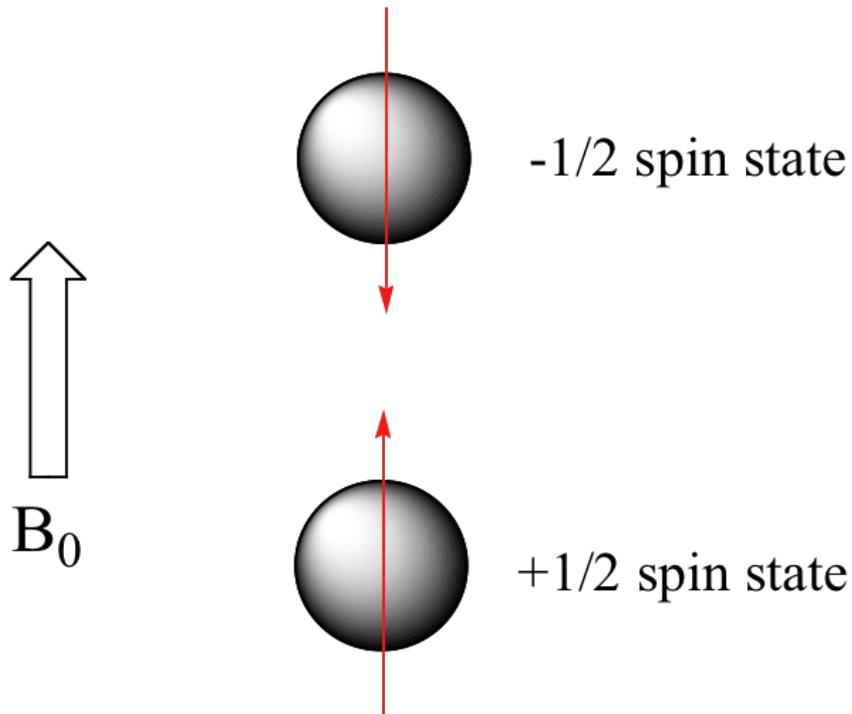


μ = momento magnetico

P = momento angolare

γ = rapporto giromagnetico

Momento magnetico

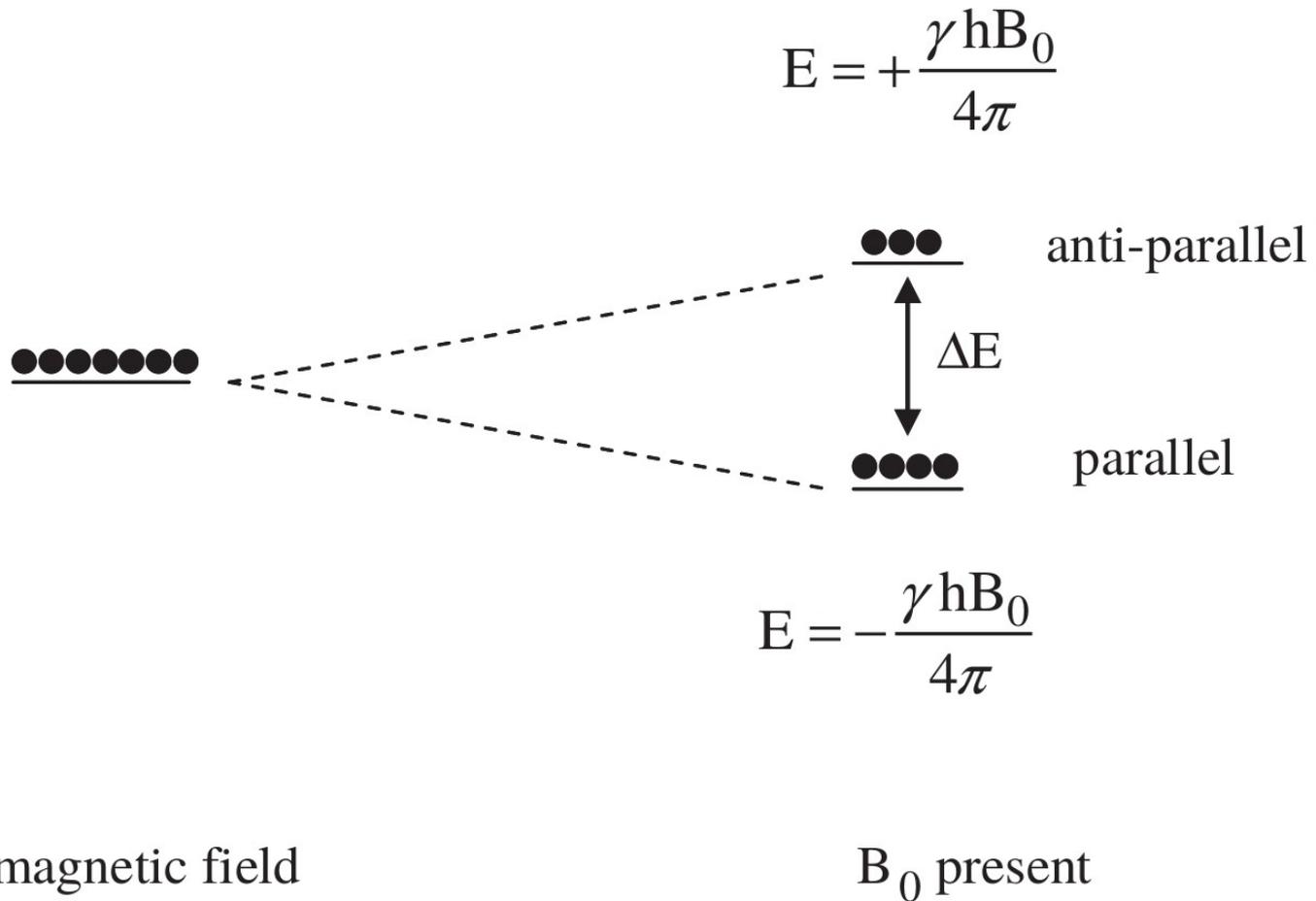


Considerando la componente del momento magnetico parallela al campo esterno, abbiamo due possibili stati: parallelo ed antiparallelo. Fra di essi vi è un diverso livello di energia:

$$\Delta E = \frac{\gamma h B_0}{2\pi}$$

dove h è la costante di Plank

Momento magnetico



Momento magnetico

Calcoliamo il numero relativo di protoni nei due stati tramite l'equazione di Boltzmann:

$$\frac{N_{\text{anti-parallel}}}{N_{\text{parallel}}} = \exp\left[\frac{-\Delta E}{kT}\right] = \exp\left[\frac{-\gamma h B_0}{2\pi k T}\right]$$

dove k è la costante di Boltzmann e T è la temperatura in Kelvin.

Applicando l'approssimazione al primo ordine $e^{-x} \approx 1 - x$ otteniamo:

$$\frac{N_{\text{anti-parallel}}}{N_{\text{parallel}}} \approx 1 - \left[\frac{\gamma h B_0}{2\pi k T}\right]$$



Momento magnetico

Il segnale MRI dipende dalla differenza fra queste due popolazioni:

$$N_{\text{parallel}} - N_{\text{anti-parallel}} = N_{\text{total}} \frac{\gamma h B_0}{2 \pi k T}$$

dove N_{total} è il numero totale di protoni.

A 25 °C e 3T, la differenza fra le due popolazioni è di 0.001% (10 protoni ogni milione).



Precessione

Il campo di induzione magnetica esterno B_0 tende a far allineare i momenti magnetici dei protoni con se stesso, producendo una coppia C data da:

$$\vec{C} = \vec{\mu} \times \vec{B}_0 = i_N |\mu| |B_0| \sin \theta$$

dove i_N è un vettore unitario ortogonale al momento magnetico ed al campo.

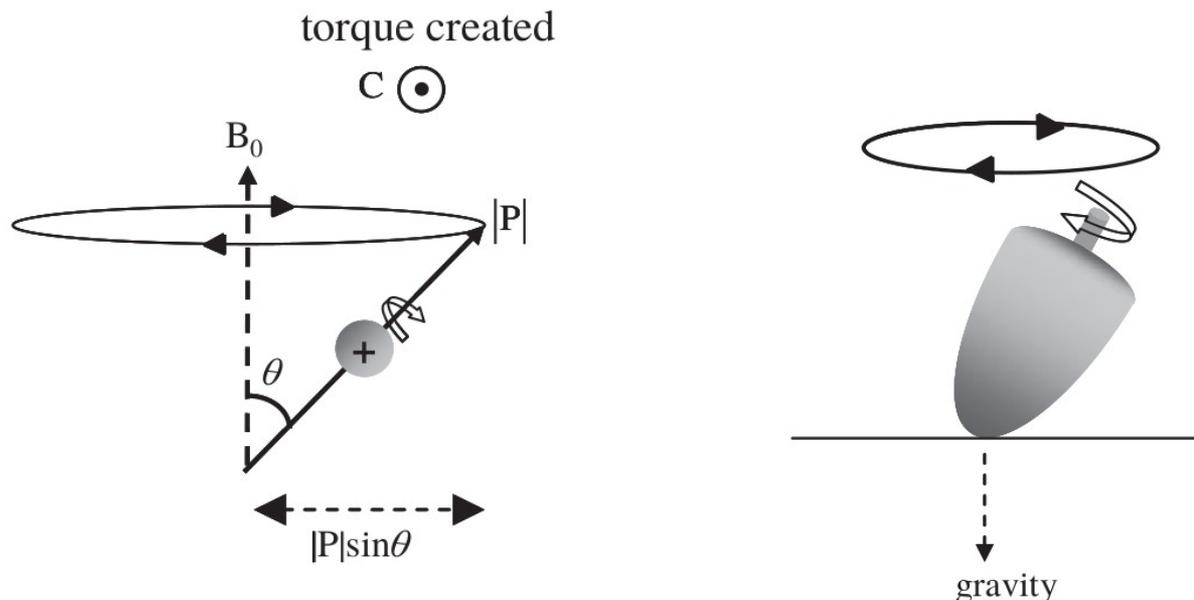


Precessione

Il campo di induzione magnetica esterno B_0 tende a far allineare i momenti magnetici dei protoni con se stesso, producendo una coppia C data da:

$$\vec{C} = \vec{\mu} \times \vec{B}_0 = i_N |\mu| |B_0| \sin \theta$$

dove i_N è un vettore unitario ortogonale al momento magnetico ed al campo.



Precessione

Calcoliamo la velocità di precessione, definita come la velocità di variazione del momento angolare del protone. La coppia è legata alla variazione temporale del momento angolare:

$$\vec{C} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{\mu} \times \vec{B}_0$$

Dopo un certo dt , μ subisce una precessione di un angolo $d\varphi$, producendo una variazione del momento angolare:

$$\sin(d\varphi) = \frac{d\vec{P}}{|\vec{P}|\sin\theta} = \frac{\vec{C} dt}{|\vec{P}|\sin\theta}$$

Precessione

Se l'angolo è piccolo, assumiamo $\sin(d\varphi) \approx d\varphi$.

Calcoliamo la frequenza di precessione angolare:

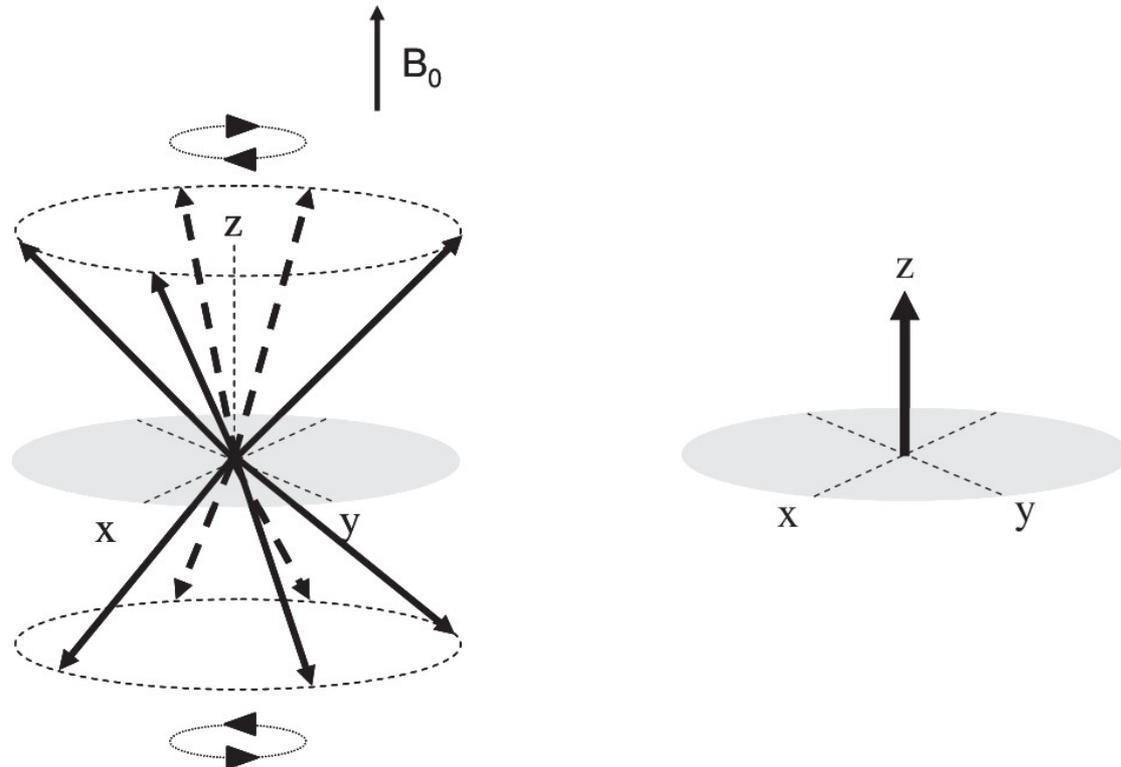
$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\vec{C}}{|\vec{P}|\sin\theta} = \frac{\vec{\mu} \times \vec{B}_0}{|\vec{P}|\sin\theta} = \frac{\gamma \vec{P} \times \vec{B}_0}{|\vec{P}|\sin\theta} = \frac{\gamma |\vec{P}| |\vec{B}_0| \sin\theta}{|\vec{P}|\sin\theta} = \gamma B_0$$

Tale frequenza (pulsazione), è detta frequenza di Larmor.

Magnetizzazione

La magnetizzazione netta è la somma di tutti i momenti magnetici:

$$M_0 = \sum_{n=1}^{N_{total}} \mu_{z,n} = \frac{\gamma h}{4\pi} (N_{parallel} - N_{anti-parallel}) = \frac{\gamma^2 h^2 B_0 N_{total}}{16\pi^2 k T}$$



Impulsi a radiofrequenza

Per ottenere transizioni fra i due livelli di energia si utilizza un'onda elettromagnetica a radiofrequenza (RF) con energia pari a $\Delta E = hf$ (equazione di De Broglie):

$$\Delta E = hf = \frac{\gamma h B_0}{2\pi} \Rightarrow f = \frac{\gamma B_0}{2\pi} \quad \& \quad \omega = \gamma B_0$$

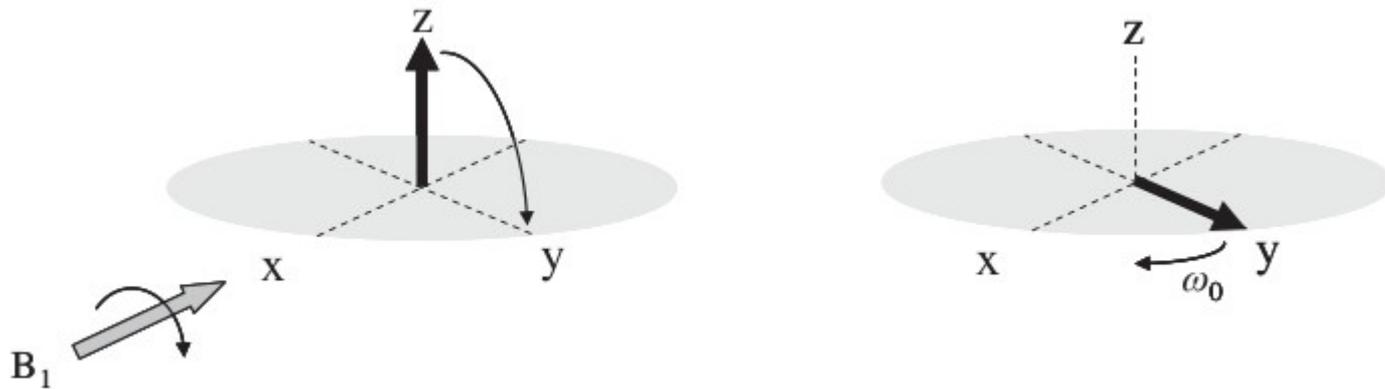
La frequenza dell'onda RF deve essere pari alla frequenza di Larmor.



Magnetizzazione trasversa

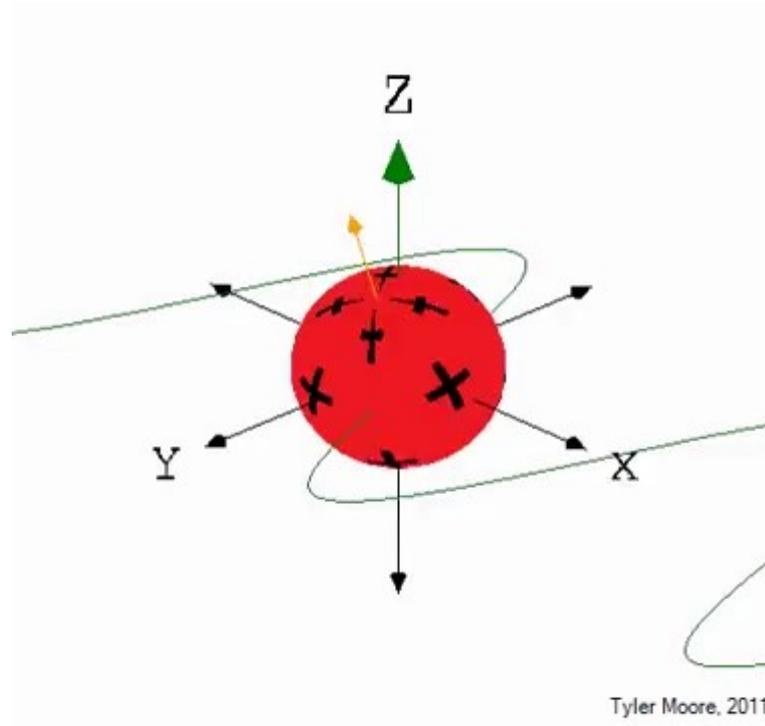
Applicando un impulso a radiofrequenza, la sua componente magnetica (campo B_1) genera una coppia che produce una rotazione del vettore di magnetizzazione netta pari all'angolo:

$$\alpha = \gamma B_1 \tau_{B_1}$$



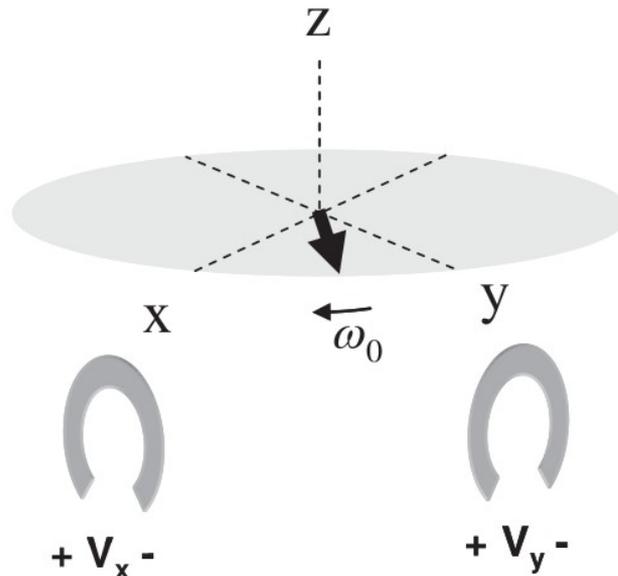
Possiamo generare impulsi RF a 90° e 180° .

Magnetizzazione trasversa



Induzione di Faraday

La ricezione dei segnali MR avviene attraverso due spire posizionate ortogonalmente fra loro (su due assi distinti).



Induzione di Faraday

La legge di induzione di Faraday afferma che il potenziale indotto nelle spire è proporzionale alla derivata temporale (variazione) del flusso magnetico:

$$V \propto \frac{-d\varphi}{dt}$$



Induzione di Faraday

La legge di induzione di Faraday afferma che il potenziale indotto nelle spire è proporzionale alla derivata temporale (variazione) del flusso magnetico:

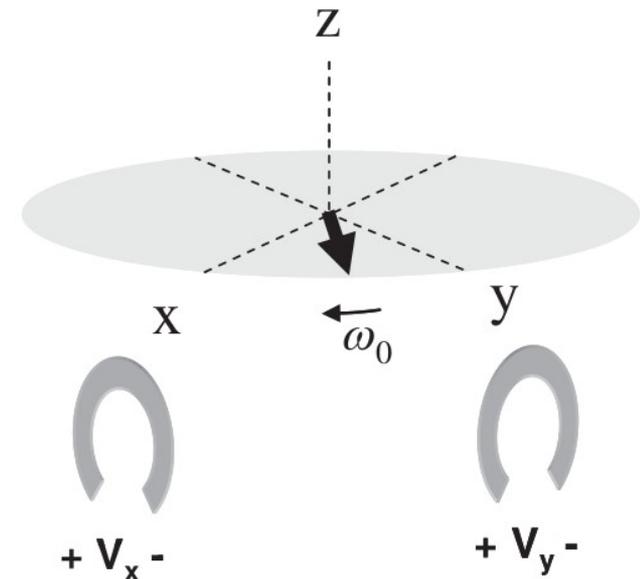
$$V \propto \frac{-d\varphi}{dt}$$

Nell'esempio di prima avremo i due segnali:

$$V_y \propto M_0 \omega_0 \sin \omega_0 t$$

$$V_x \propto -M_0 \omega_0 \cos \omega_0 t$$

Si noti che la componente z è nulla.



Intensità del segnale MR

L'intensità del segnale MR è determinata da 3 fattori:

- il numero di protoni coinvolti (in ciascun voxel)
- l'intensità del campo B_0 (es. 3T vs 1.5T)
- frequenza di precessione (freq. di Larmor), funzione di B_0 .

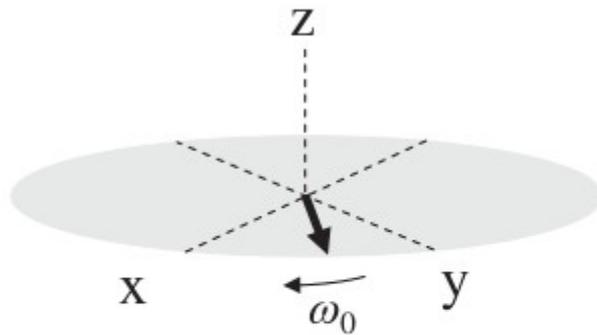
Pertanto l'intensità del segnale dipende dal quadrato del campo B_0 .

E' quindi preferibile avere magneti il più potente possibile.

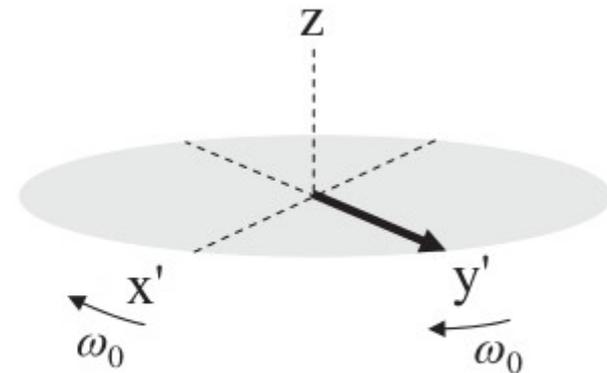


Sistema di riferimento rotante

Per poter considerare il vettore di magnetizzazione trasverso fisso, adottiamo un sistema di riferimento costituito da assi rotanti alla frequenza di Larmor (x' ed y').



Stationary frame



Rotating reference frame

Tempi di rilassamento

Lo stato di equilibrio della magnetizzazione corrisponde a:

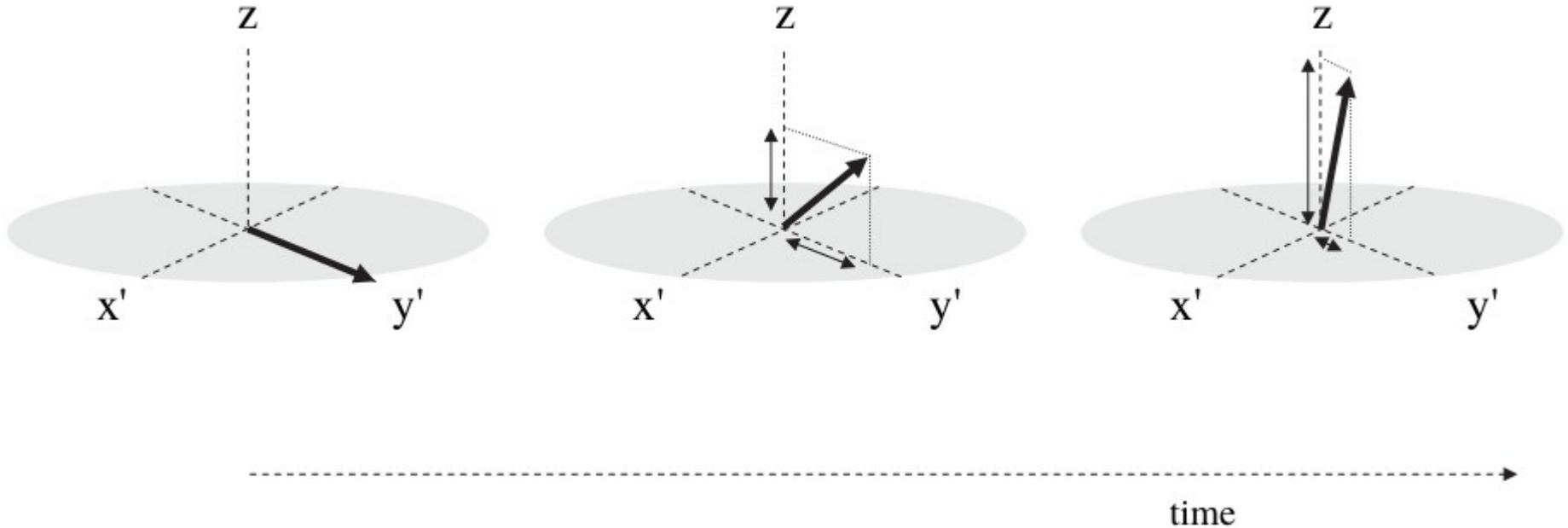
$$M_z = M_0$$

$$M_x = 0$$

$$M_y = 0$$

ovvero al vettore di magnetizzazione allineato con l'asse z . A valle dell'applicazione di un impulso RF a 90° , il vettore si troverà sul piano xy . Terminato l'impulso, il vettore di magnetizzazione netta M tenderà ad allinearsi nuovamente con l'asse z . Tale fenomeno è detto “rilassamento” ed è governato da alcune costanti di tempo dette tempi di rilassamento.

Tempi di rilassamento



Possiamo distinguere due fenomeni di rilassamento: il recupero della magnetizzazione longitudinale (asse z), e la perdita di quella trasversale (piano xy). Le relative costanti di tempo sono:

- tempo di rilassamento spin-reticolo (lattice) T_1
- tempo di rilassamento spin-spin T_2

Tempi di rilassamento

I tempi di rilassamento vengono fuori dalla derivata delle equazioni di Bloch, che descrivono il comportamento del vettore di magnetizzazione. In particolare, dopo l'applicazione di un impulso RF di α gradi, si ottiene:

$$M_z(t) = M_0 \cos \alpha + (M_0 - M_0 \cos \alpha) \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}\right)$$

Che, nel caso di impulso a 90° , si riduce a:

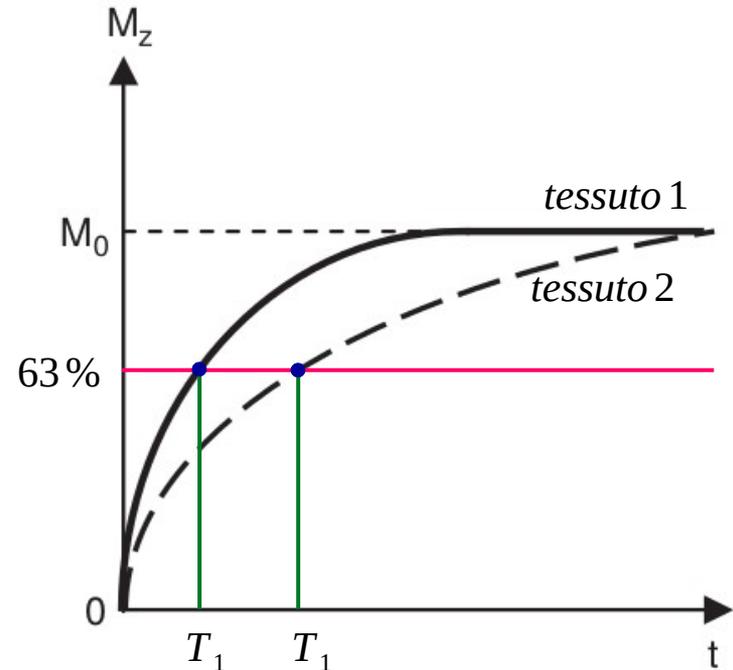
$$M_z(t) = M_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}\right)$$

Tempi di rilassamento

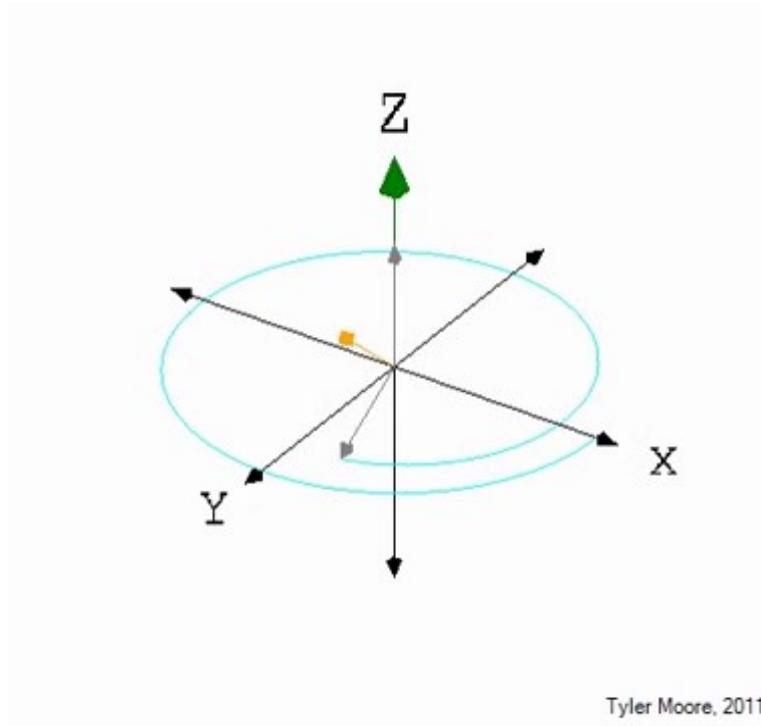
Si può notare come la legge di recupero della magnetizzazione longitudinale sia di andamento esponenziale, con costante di tempo pari a T_1

$$M_z(t) = M_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right)$$

T_1 : tempo necessario al ripristino del 63% della magnetizzazione longitudinale totale.



Tempi di rilassamento



Tempi di rilassamento

Un calcolo analogo può essere fatto per la magnetizzazione trasversale (sul piano xy):

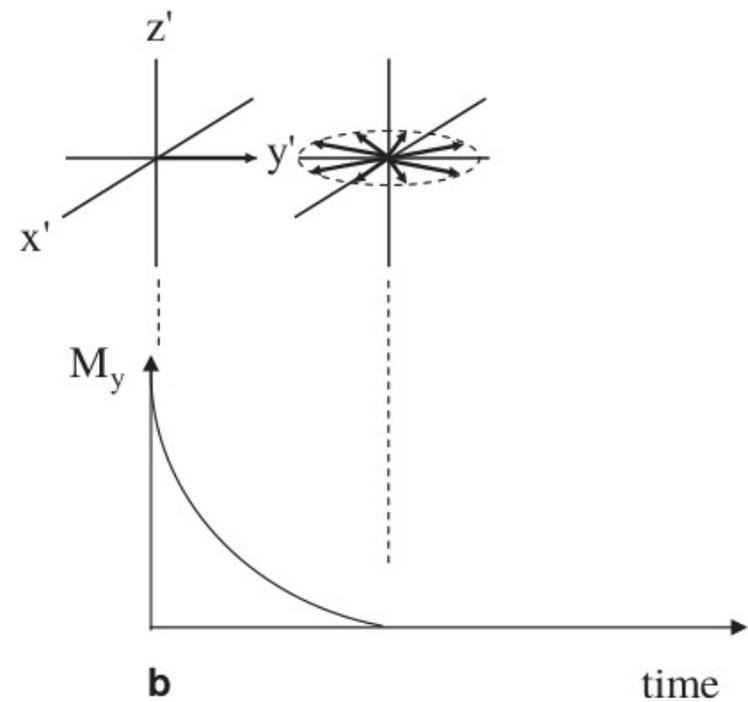
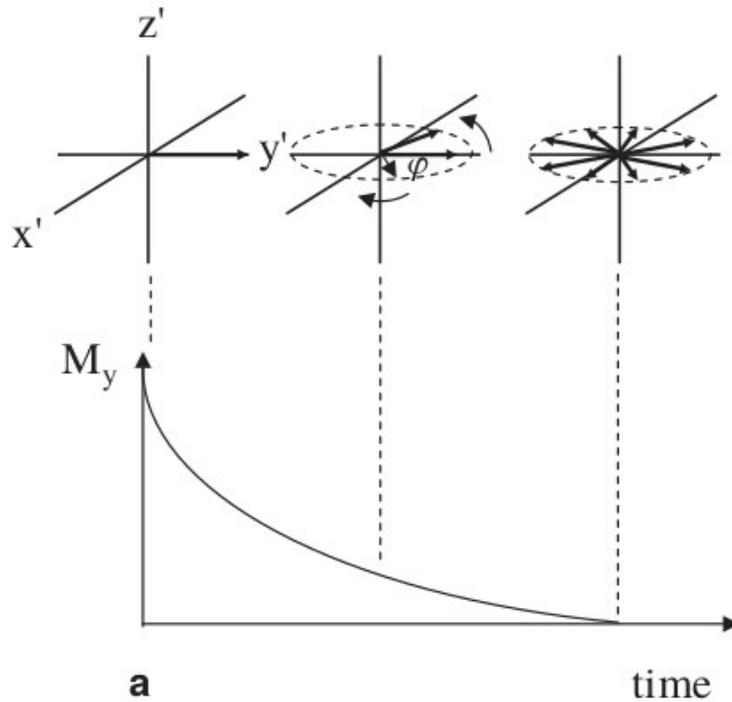
$$M_y(t) = M_0 \sin \alpha e^{\frac{-t}{T_2}}$$

Ancora una volta, nel caso di impulso a 90° l'equazione si riduce ad una legge esponenziale:

$$M_y(t) = M_0 e^{\frac{-t}{T_2}}$$



Tempi di rilassamento

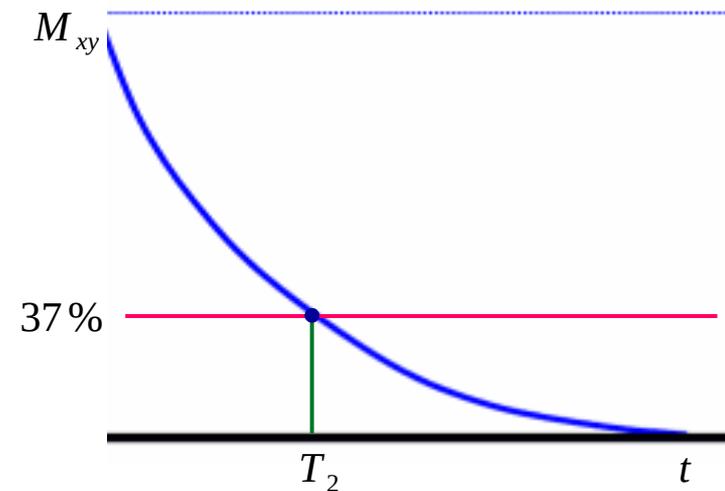


Tempi di rilassamento

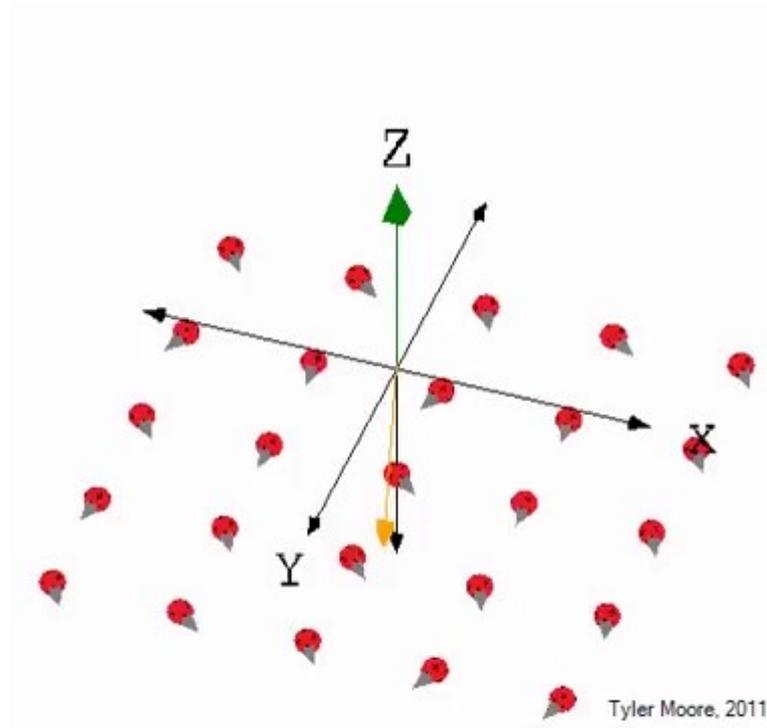
Si può notare come la legge di perdita della magnetizzazione trasversale sia esponenziale, con costante di tempo T_2

$$M_y(t) = M_0 e^{\frac{-t}{T_2}}$$

T_2 : tempo necessario alla perdita del 63% della magnetizzazione trasversale.



Tempi di rilassamento



Tempi di rilassamento

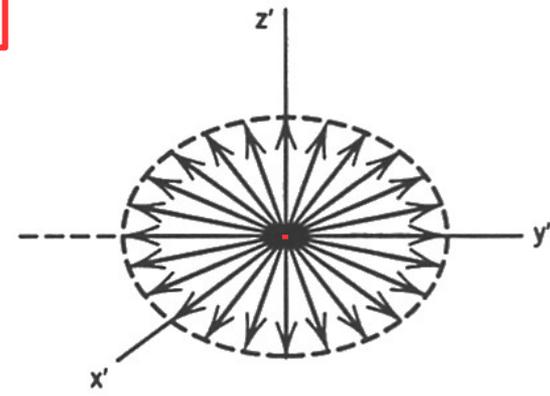
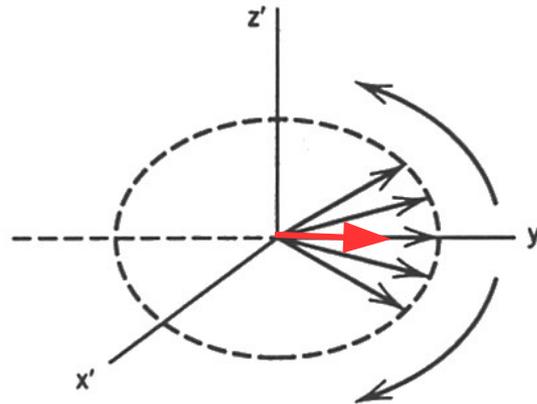
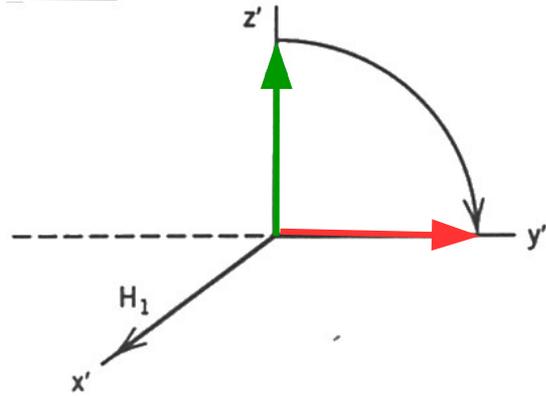
Tissue	T_1 (1.5 T)	T_1 (3 T)	T_2 (1.5 T)	T_2 (3 T)
Brain (white matter)	790	1100	90	60
Brain (grey matter)	920	1600	100	80
Liver	500	800	50	40
Skeletal muscle	870	1420	60	30
Lipid (subcutaneous)	290	360	160	130
Cartilage	1060	1240	42	37

Il tempo T_1 è circa un ordine di grandezza maggiore rispetto al tempo T_2 (i valori della tabella sono in ms).

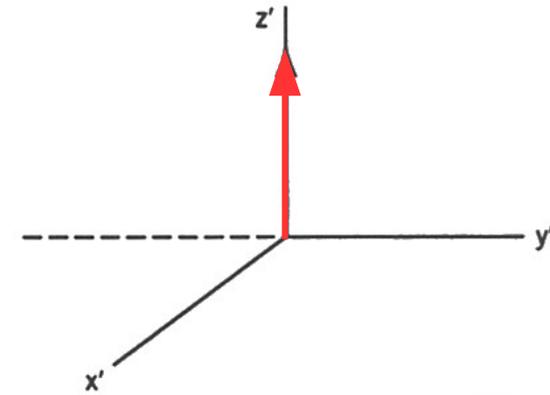
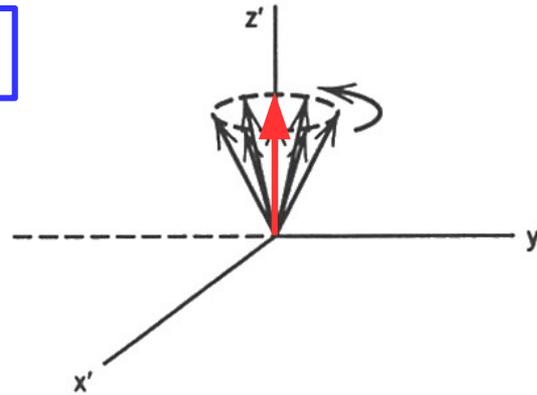
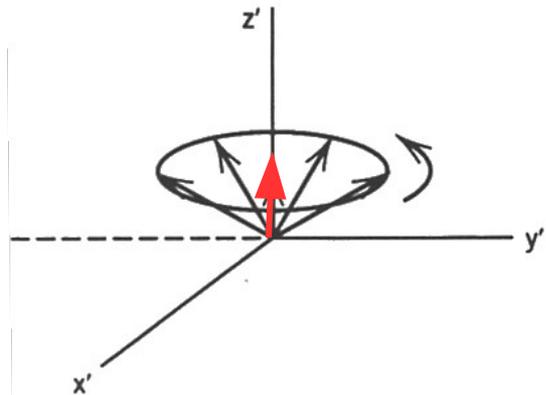


Tempi di rilassamento

T2



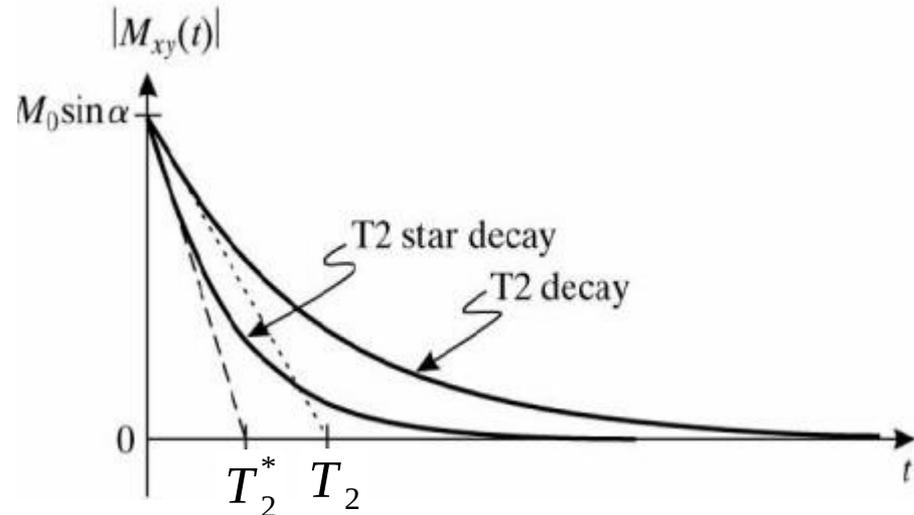
T1



Tempi di rilassamento

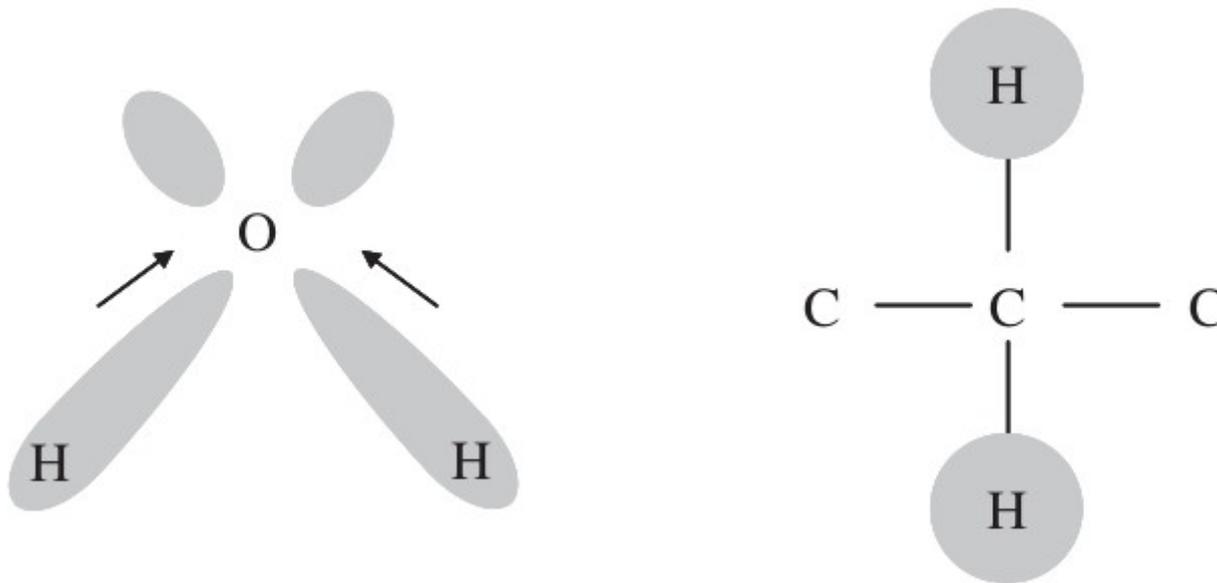
Vi è un termine aggiuntivo da considerare, dovuto alla disomogeneità del campo B_0 , che va considerato in aggiunta al tempo di rilassamento spin-spin T_2 , ottenendo il T_2^* .

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_2^+}$$



Segnale dai lipidi

I protoni (atomi di idrogeno) delle molecole di grasso hanno un frequenza di risonanza (Larmor) leggermente diversa da quelli dell'acqua a causa di una differente struttura chimica.



Segnale dai lipidi

In particolare, la diversa geometria della configurazione degli elettroni fa in modo che il campo di induzione magnetica B_0 sia perturbato in maniera differente. In breve, i protoni degli atomi di idrogeno sperimentano un campo esterno pari a:

$$B_{eff} = B_0(1 - \sigma)$$

σ è detta costante di schermaggio, ed è legata alla configurazione degli elettroni attorno al nucleo. Pertanto la frequenza di Larmor diventa:

$$\omega = \gamma B_{eff} = \gamma B_0(1 - \sigma)$$

A 3T la differenza è di circa 400 Hz.



Free Induction Decay (FID)

Tutti questi effetti producono, a seguito della ricezione di un impulso RF a 90° , l'emissione del segnale di Free Induction Decay (FID) da parte degli atomi di idrogeno.

